



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Астраханский государственный технический университет»
Система менеджмента качества в области образования, воспитания, науки и инноваций
сертифицирована DQS по международному стандарту ISO 9001:2015

Институт информационных технологий и коммуникаций

Кафедра высшей и прикладной математики

Алгебра и геометрия

Методические указания
к практическим занятиям

Для обучающихся по направлению

09.03.04 Программная инженерия

Профиля подготовки

Разработка программно-информационных систем

Автор(ы): Франгулова Е.В.

Рецензент: Шамайло О.Н.

Методические указания к лабораторным занятиям по дисциплине «Алгебра и геометрия» утверждены на заседании кафедры «Высшей и прикладной математики» «31» августа 2022 г., протокол № 7.

№ п/п	№ раздел а дисциплины	Тематика практических занятий	Трудоемкость (час.)
1	1	<u>Матрицы и определители</u> Матрицы и операции над ними. Определитель квадратной матрицы и его основные свойства. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Обратимые матрицы. Условие обратимости матрицы. Способы вычисления матрицы, обратной для данной. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы при помощи определителя	6
2	2	<u>Системы линейных уравнений</u> Основная и расширенная матрицы системы линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Запись и решение системы n линейных уравнений с n неизвестными в матричном виде. Метод Крамера решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Однородная система линейных уравнений	6
3	3	<u>Геометрические векторы и их координаты</u> Векторы и линейные операции над ними. Коллинеарные и компланарные векторы. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора в заданном базисе. Сложение векторов и умножение вектора на число в координатах. Признаки коллинеарности и компланарности векторов в координатах. Системы координат. Координаты точки в пространстве. Решение двух основных задач в декартовой системе координат. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов	6
4	4	<u>Аналитическая геометрия на плоскости</u> Уравнения прямой на плоскости. Эллипс, его уравнения и свойства. Гипербола, ее уравнение и свойства. Парабола. Уравнение параболы и основные свойства	6
5	5	<u>Аналитическая геометрия в пространстве</u> Уравнения прямой в пространстве. Алгебраические поверхности первого и второго порядков. Уравнения плоскости. Поверхности второго порядка: эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический конус, цилиндрические поверхности, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид	4

6	6	<u>Комплексные числа</u> Комплексные числа, их изображение на плоскости. Алгебраическая, тригонометрическая формы записи комплексного числа. Операции над комплексными числами	4
7	7	<u>Векторные пространства. Линейные преобразования векторных пространств</u> Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости и независимости системы векторов. Базис и размерность векторного пространства. Формулы перехода к новому базису. Линейные преобразования векторных пространств. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Квадратичные формы	4

Практическое занятие №1

Матрицы и операции над ними. Определитель квадратной матрицы и его основные свойства. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Обратимые матрицы. Условие обратимости матрицы. Способы вычисления матрицы, обратной для данной. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы при помощи определителя

Задание – решить задачи различного уровня сложности

Задача 1. Найдите значение многочлена $f(A)$:

$$1) f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$2) f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Найдите произведения матриц AA^T и $A^T A$:

$$1) A = (1 \ 2 \ 3 \ 4); \quad 2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Проверить, являются ли матрицы A и B коммутирующими:

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 6 & -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 5 \\ -4 & 2 & -7 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Найдите все квадратные матрицы B размерностью 2×2 , если известно, что B^2 - нулевая матрица.

Задача 5. Решите уравнения:

$$1) \begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad 2) \begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0;$$

$$3) \begin{vmatrix} 2x-1 & x+1 \\ x+2 & x-1 \end{vmatrix} = 5; \quad 4) \begin{vmatrix} x-2 & y+3 \\ -y-3 & x-2 \end{vmatrix} = 0$$

Задача 6. Вычислите определители матриц, используя свойства определителей:

$$1) \begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & 1 \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 1 \\ \sin^2 \gamma & \cos^2 \gamma & 1 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & \cos 2\alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & \cos 2\beta \\ \sin^2 \gamma & \cos^2 \gamma & \cos 2\gamma \end{vmatrix};$$

$$3) \begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & \sin(\alpha + \delta) \\ \sin \beta & \cos \beta & \sin(\beta + \delta) \\ \sin \gamma & \cos \gamma & \sin(\gamma + \delta) \end{vmatrix}.$$

Задача 7. Известно, что числа 255, 391, 578 делятся на 17. Не вычисляя значение

определителя $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 3 & 9 & 1 \\ 5 & 7 & 8 \end{vmatrix}$, докажите, что он тоже делится на 17.

Задача 8. Вычислите определители матриц разложением по какой-нибудь строке или столбцу, предварительно обнулив строку или столбец:

$$1) \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{pmatrix}.$$

Задача 9. Вычислите определители матриц приведением к треугольному виду:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

Задача 10. Решите матричное уравнение $AX = B$, если:

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Задача 11. Решите матричное уравнение $XA = B$, если:

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Решите матричное уравнение $A \cdot X \cdot B = C$, если:

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 2 & 3 & 10 \\ 0 & 9 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите ранг матрицы A методом нулей и единиц, если

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & 1 & 6 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & 4 & -3 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \end{pmatrix}; 4) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \\ 2 & -1 & 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

Задача 14. Найдите ранги матриц методом окаймляющих миноров:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 4 & 8 & 11 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}.$$

Требования к выполнению данного задания:

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

Порядок выполнения задания:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи.

Требования к оформлению задания:

Решение задач должно быть представлено в письменной форме.

Рекомендуемые источники:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.
3. Жуков В.М. Практические занятия по математике: теория, задания, ответы — Ростов-н/Д.: Феникс, 2015. — 343с. (Библиотека АГТУ, 100 экз.).
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. — 12-е изд., 13 —е изд. - М.: Айрис Пресс, 2014. - 608с., 288 с. (Библиотека АГТУ, 13 экз.)
5. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

Практическое занятие №2

Системы линейных уравнений

Основная и расширенная матрицы системы линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Запись и решение системы n линейных уравнений с n неизвестными в матричном виде. Метод Крамера решения системы n линейных уравнений с n неизвестными. Однородная система линейных уравнений

Задание – решить задачи различного уровня сложности

Задача 1. Исследуйте систему линейных уравнений. В случае совместности системы решите ее, используя обратную матрицу и формулы Крамера:

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 2, \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 1, \\ x_2 = 2 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 5, \\ 8x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}.$$

Задача 2. Найдите коэффициенты многочлена $f(x) = ax^2 + bx + c$, удовлетворяющего условиям: $f(5) = 6$, $f(1) = 4$, $f(2) = 3$.

Задача 3. Найдите коэффициенты многочлена $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, удовлетворяющего условиям: $f(0) = 2$, $f(1) = 4$, $f(2) = 4$.

Задача 4. Исследуйте систему линейных уравнений. В случае совместности решите ее методом Гаусса:

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ x_1 + 4x_2 = 4 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = 2 \end{cases}; \quad 4) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases};$$

$$5) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 10x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 0, \\ 4x + 2y + 3z = 0, \\ x + 3y = 0 \end{cases};$$

$$7) \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 = 0, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + 10x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases};$$

$$8) \begin{cases} 4x + 10y + 2z = 9, \\ 2x + 5y + 10z = 4, \\ 5x + 6y + 11z = 5 \end{cases};$$

$$9) \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}.$$

Задача 5. Дана система линейных уравнений. Найдите общий вид решения системы и фундаментальный набор решений.

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 0, \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ 4x_1 + 4x_2 = 0 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 2x + 4y = 0, \\ 4x + y = 0 \end{cases}; \quad 4) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases};$$

$$5) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0, \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}; \quad 6) m=5, \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}; \quad 7) m=13, \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0, \\ 7x_1 + 8x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases}.$$

Задача 6. Дана однородная система линейных уравнений. Найдите общий вид решения системы и фундаментальный набор решений в зависимости от параметра λ .

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 11x_2 - 2\lambda x_3 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 8x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ \lambda x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ \lambda^2 x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Требования к выполнению данного задания:

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

Порядок выполнения задания:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи.

Требования к оформлению задания:

Решение задач должно быть представлено в письменной форме.

Рекомендуемые источники:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.
3. Жуков В.М. Практические занятия по математике: теория, задания, ответы — Ростов-н/Д.: Феникс, 2015. — 343с. (Библиотека АГТУ, 100 экз.).

4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. – 12-е изд., 13 –е изд. - М.: Айрис Пресс, 2014. - 608с., 288 с. (Библиотека АГТУ, 13 экз.)

5. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

Практическое занятие №3

Векторы и линейные операции над ними. Коллинеарные и компланарные векторы. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора в заданном базисе. Сложение векторов и умножение вектора на число в координатах. Признаки коллинеарности и компланарности векторов в координатах. Системы координат. Координаты точки в пространстве. Решение двух основных задач в декартовой системе координат. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Задание – решить задачи различного уровня сложности

Задание 1.

Векторы $a(2,1,0)$, $b(0,1,2)$, $c(0,\alpha,5)$ компланарны при α , равном...

1	2	3	4
0	1	5/2	2/5

Задание 2.

Векторы $a(0,1,7)$, $b(-1,1,0)$, $c(\beta,1,0)$ не образуют базис при β , равном...

1	2	3	4
-1	0	1	7

Задание 3.

Векторы $b(-1,1,4)$ и $c(\beta, 2, 8)$ коллинеарны при β , равном...

1	2	3	4
1	0	-1	-2

Задание 4.

Площадь треугольника с вершинами $A(1, 2, 0)$, $B(3, 0, 3)$, $C(5, 2, 6)$ равна...

1	2	3	4
$2\sqrt{13}$	$4\sqrt{13}$	$\sqrt{13}$	0

Задание 5.

Площадь параллелограмма, построенного на векторах $a=(0, -5, 3)$, $b=(-1, 0, 3)$, равна...

1	2	3	4
$\sqrt{259}$	$\sqrt{334}$	$\frac{\sqrt{259}}{2}$	$\frac{\sqrt{334}}{2}$

Задание 6.

Даны векторы $a=(1, -1, -2)$, $b=(1, 2, -1)$. Тогда координаты векторного произведения этих векторов равны...

1	2	3	4
(5, 1, 3)	(-5, 3, 1)	(5,-1, 3)	(5, 3, 1)

Задание 7.

Объем пирамиды, построенной на векторах $a=(0, 6, 1)$, $b=(4, 0, 3)$, $c=(1, 6, 4)$, равен...

1	2	3	4
9	54	27	26

Задание 8.

Даны векторы: $a = i-j + k$, $b=j + 4k$, $c = 5i + 2j$. Тогда смешанное произведение этих векторов равно...

1	2	3	4
-25	-33	33	25

Задание 9.

Даны точки: $A(1, 1, -2)$, $B(-3, -1, 2)$, $C(2, 2, 1)$. Тогда скалярное произведение векторов $a=5\vec{AC}$ и $b=\vec{AB}$, равно...

1	2	3	4
-30	30	6	-6

Задание 10.

Даны точки: $A(1, 3, -1)$, $B(3, 1, -1)$, $C(1, 1, 1)$. Тогда косинус угла между векторами $a=3\vec{AB}$ и $b=-\vec{AC}$ равен...

1	2	3	4
1	1/2	-1/2	-1/4

Задание 11. Доказать, что векторы $a = (1, -1, 1)$, $b = (-5, -3, 1)$, $c = (2, -1, 0)$ образуют базис и найти координаты вектора $d (-15, -10, 5)$ в этом базисе.

Задание 12. Вычислить высоту параллелепипеда, построенного на векторах $a = (2, 3, -1)$, $b = (-2, 4, 5)$, $c = (3, -1, 4)$, если за основание взят параллелограмм, построенный на векторах a и b .

Задание 13. Вершины пирамиды находятся в точках A, B, C и D . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды $ABCD$.

$A(3, 4, 5)$, $B(1, 2, 1)$, $C(-2, -3, 6)$, $D(3, -6, -3)$; а) $\triangle ACD$; б) $l = AB$, C и D .

Требования к выполнению данного задания:

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

Порядок выполнения задания:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи.

Требования к оформлению задания:

Решение задач должно быть представлено в письменной форме.

Рекомендуемые источники:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

Практическое занятие №4

Уравнения прямой на плоскости. Эллипс, его уравнения и свойства. Гипербола, ее уравнение и свойства. Парабола. Уравнение параболы и основные свойства

Задание – решить задачи различного уровня сложности

Задание 1.

Прямая задана уравнением $3x+7y+5=0$. Прямая, перпендикулярная ей, может иметь уравнение:

1	2	3	4
$3x+7y+8=0$	$6x+14y+10=0$	$-14x+6y+2=0$	$14x+6y-7=0$

Задание 2.

Треугольник задан вершинами A(3,0), B(4,2), C(5,-7). Уравнение высоты, опущенной из вершины C, имеет вид:

1	2	3	4
$7x+2y-21=0$	$9x+y-38=0$	$x+2y+9=0$	$x+2y-2=0$

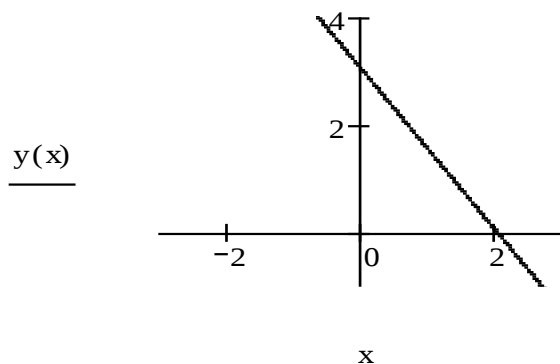
Задание 3.

Расстояние между двумя прямыми, заданными уравнениями: $\frac{x-2}{-4} = \frac{y-7}{3}$, $3x+4y-11=0$, равно...

1	2	3	4
0	$\frac{34}{\sqrt{146}}$	$\frac{23}{5}$	$\frac{23}{\sqrt{146}}$

Задание 4.

Уравнение прямой, изображённой на рисунке имеет вид:



1	2	3	4
$2x + 2y = 1$	$2x + 3y = 6$	$2x + 3y = 1$	$3x + 2y = 6$

Задание 5.

Уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2; 1)$ параллельно прямой $3x - 4y + 5 = 0$ имеет вид:

1	2	3	4
$4y - 3x + 3 = 0$	$2x - y + 6 = 0$	$13x - 4y + 10 = 0$	$x - 2y - 2 = 0$

Задание 6.

Даны вершины треугольника: $A(-2, 4)$, $B(2, 1)$, $C(4, -5)$. Тогда уравнение медианы, проведённой из вершины A на сторону BC , имеет вид:

1	2	3	4
$6x - 5y - 22 = 0$	$6x + 5y - 8 = 0$	$2x - y + 8 = 0$	$2x - 5y + 24 = 0$

Задание 7.

Уравнение эллипса имеет вид $9x^2 + 4y^2 = 36$. Тогда длина его меньшей полуоси равна...

1	2	3	4
3	4	2	9

Задание 8.

Радиус окружности, заданной уравнением $x^2 - 6x + y^2 = 0$, равен...

1	2	3	4
2	3	1	6

Задание 9.

Координаты фокусов гиперболы, заданной уравнением $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} = 1$, равны...

1	2	3	4
$(\pm 4; 0)$	$(-4; 0)$	$(\pm 16; 0)$	$(\pm 6; 0)$

Задание 10.

Эксцентриситет гиперболы, заданной уравнением $9x^2 - 16y^2 = 144$, равен...

1	2	3	4
1,25	2,25	1,75	3,5

Задание 11. Составить канонические уравнения: а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы (А, В – точки, лежащие на кривой, F – фокус, а – большая (действительная) полуось, b – малая (мнимая) полуось, ε – эксцентриситет, $y = \pm kx$ – уравнения асимптот гиперболы, D – директриса кривой, 2с – фокусное расстояние).

$$b = 15, F(-10,0); \text{ б) } a = 13, \varepsilon = 14/13; \text{ в) } D: x = -4.$$

Задание 12. Записать уравнение окружности, проходящей через указанные точки и имеющей центр в точке А.

$$\text{Вершина гиперболы } 12x^2 - 13y^2 = 156, A(0, -2).$$

Задание 13. Составить уравнение линии, каждая точка М которой удовлетворяет заданным условиям: отстоит от прямой $x = -6$ на расстоянии, в два раза большем, чем от точки А(1, 3).

Задание 14. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат:
 $\rho = 2 \sin 4\varphi$.

Задание 15. Построить кривую, заданную параметрическими уравнениями ($0 \leq t \leq 2\pi$):

$$\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}.$$

Требования к выполнению данного задания:

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

Порядок выполнения задания:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи.

Требования к оформлению задания:

Решение задач должно быть представлено в письменной форме.

Рекомендуемые источники:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

Уравнения прямой в пространстве. Алгебраические поверхности первого и второго порядков. Уравнения плоскости. Поверхности второго порядка: эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический конус, цилиндрические поверхности, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид

Задание – решить задачи различного уровня сложности

Задание 1.

Уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0,2,1)$, $B(2,4,3)$ и $C(-2,0,1)$, имеет вид:

1	2	3	4
$x-y+z+2=0$	$x-y+2=0$	$x+y-2=0$	$x-y+1=0$

Задание 2.

Угол между двумя плоскостями, заданными уравнениями: $2x+3y-7z+2=0$, $5x-3y-z+2=0$, равен...

1	2	3	4
$\arccos \frac{8}{\sqrt{2170}}$	$\frac{8}{\sqrt{2170}}$	$\arccos \frac{-6}{\sqrt{2170}}$	$\arcsin \frac{6}{\sqrt{2170}}$

Задание 3.

Уравнение плоскости, проходящей через точку $A(5; -1; 1)$ и имеющей нормальный вектор $\vec{n} = (2; -3; 4)$, имеет вид:

1	2	3	4
$5x - y + z - 17 = 0$	$2x - 3y + 4z - 17 = 0$	$2x - 3y + 4z + 17 = 0$	$5x - y + z + 17 = 0$

Задание 4.

Направляющий вектор прямой $\begin{cases} 2x-3y-z-7=0, \\ 3x-5y+2z-3=0 \end{cases}$ имеет координаты:

1	2	3	4
$(-11, -7, -1)$	$(-11, 7, -1)$	$(-1, -1, -19)$	$(-1, 7, 10)$

Задание 5.

Канонические уравнения прямой, проходящей через точки $A(5; 1; 1)$ и $B(-3; 4; 0)$, имеют вид:

1	2	3	4
$\frac{x-5}{-8} = \frac{y-1}{3} = -\frac{z-1}{-1}$	$\frac{x-3}{-4} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{1}$	$\frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+1}{1}$	$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z}{0}$

Задание 6.

Канонические уравнения прямой $\begin{cases} x-2y+3z-4=0 \\ 3x+2y-5z-4=0 \end{cases}$ имеют вид:

1	2	3	4
---	---	---	---

$\frac{x-5}{-4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$	$\frac{x-3}{-4} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{1}$	$\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+5}{-5}$	$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$
--	--	---	---

Задание 7.

Острый угол между прямыми, заданными уравнениями: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$, $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$ равен...

1	2	3	4
30°	45°	60°	20°

Задание 8.

Поверхность задана уравнением: $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 0$. Сечение плоскостью $z=5$ данной поверхности имеет вид:

1	2	3	4
$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{27} = 1$	$\frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{25} = 1$	$\frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{25} = 1$	$\frac{x^2}{27} + \frac{z^2}{25} = 1$

Задание 9.

Каноническое уравнение поверхности $4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0$, имеет вид:

1	2	3	4
$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} - z^2 = 1$	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} - z^2 = 1$	$-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} + z^2 = 1$	$-\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} + z^2 = 1$

Задание 10.

Сечением поверхности $9x^2 - 16y^2 = 144$ плоскостью Oxz является...

1	2	3	4
гипербола	две параллельные прямые	две пересекающиеся прямые	прямая

Задание 11. Найти расстояние от т. М (-12, 7, -1) до плоскости, проходящей через т. М₁ (-3, 4, -7), М₂ (1, 5, -4), М₃ (-5, -2, 0).

Задание 12. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку А (1, 0, -2) перпендикулярно $\overline{BC}$, если В (2, -1, 3), С (0, -3, 2).

Задание 13. Написать канонические уравнения прямой, заданной как пересечение плоскостей: $\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0, \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$.

Задание 14. Построить поверхности и определить их вид (название).

а) $4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0$; б) $x^2 + 4z = 0$.

Задание 15. Записать уравнение и определить вид поверхности, полученной при вращении данной линии вокруг указанной оси координат, сделать рисунок.

а) $y^2 = 2z$, Oz; б) $9y^2 + 4z^2 = 36$; Oy.

Требования к выполнению данного задания:

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

Порядок выполнения задания:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи.

Требования к оформлению задания:

Решение задач должно быть представлено в письменной форме.

Рекомендуемые источники:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

Практическое занятие №6

Комплексные числа, их изображение на плоскости. Алгебраическая, тригонометрическая формы записи комплексного числа. Операции над комплексными числами

Задание – решить задачи различного уровня сложности

Задание 1. Найдите $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1 / z_2 , если:

1) $z_1 = 5 + 5i$, $z_2 = 1 - 7i$,

2) $z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$, $z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$.

Задание 2. Запишите комплексное число в алгебраической форме:

1) $z = \frac{-41 + 63i}{50} - \frac{6i + 1}{1 - 7i}$;

2) $z = \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2i} \right)^2$;

3) $z = \frac{13 + 12i}{6i - 8} + \frac{(2i + 1)^2}{i + 2}$;

4) $z = \frac{(1 + i)(2 + i)}{2 - i} - \frac{(1 - i)(2 - i)}{2 + i}$;

5) $z = (2 - i)^2 + (1 + i)^4 - \frac{7 - i}{1 + i}$.

Задание 3. Изобразите геометрически и представьте в тригонометрической форме комплексные числа: 1 ; -2 ; $3i$; $-2i$; $2 + 2i$; $1 - \sqrt{3}i$; $\sqrt{3} + i$; $-1 + i$.

Задание 4. Пользуясь тригонометрической формой комплексных чисел, вычислите:

$$1) z = \frac{(2 + 2i)^7 (-1 + \sqrt{3}i)^5}{(\sqrt{3} - i)^{13}};$$

$$2) z = \frac{i(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})}{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}};$$

$$3) z = (\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}) i^5 (1 + \sqrt{3}i)^7;$$

$$4) z = \frac{i(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3})(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2})}{i};$$

$$5) z = \frac{1}{\cos \frac{4\pi}{3} - i \sin \frac{4\pi}{3}};$$

$$6) z = \frac{\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}}{5(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})} (\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})(-4i);$$

$$7) z = i^{27} + i^{-9} - i^{24} - i^{-10};$$

$$8) \sqrt[3]{z};$$

$$9) \sqrt[6]{1};$$

$$10) \sqrt[4]{-1+i}.$$

Задание 5. Изобразите геометрически и вычислите сумму и произведение всех корней n -ой степени из единицы.

Задание 6. Решите следующие уравнения:

$$1) z^2 + z + 5 = 0;$$

$$2) 3z^2 - 2z + 4 = 0;$$

$$3) z^2 - 2iz - 5 = 0;$$

$$4) z^2 + \bar{z} = 0;$$

$$5) z^2 + |z| = 0;$$

$$6) z^3 - 1 = i;$$

$$7) z^4 - i = 1.$$

Задание 7. Какое множество точек комплексной плоскости задается условием:

$$1) |z + 2i| = |z|;$$

$$2) |z - 1 - i| = |z + 1 + i|;$$

$$3) |z + 3| = |z - 3i|;$$

$$4) |z - 2| \leq 3;$$

$$5) \operatorname{Im} z \geq 2;$$

$$6) \operatorname{Re} z \leq -3.$$

Требования к выполнению данного задания:

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

Порядок выполнения задания:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- выбрать вариант (или варианты) решения задачи.

Требования к оформлению задания:

Решение задач должно быть представлено в подробной письменной форме.

Рекомендуемые источники:

1. Булычева Ю.В. Алгебра (часть 1): учеб. пособие/ Ю.В. Булычева, Ю.А. Лежнина. – Астрахань: АГТУ, 2017. – 132 с. - URL: [http:// portal. astu.org](http://portal.astu.org).
2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.
3. Жуков В.М. Практические занятия по математике: теория, задания, ответы — Ростов-н/Д.: Феникс, 2015. — 343с. (Библиотека АГТУ, 100 экз.).

Практическое занятие №7

Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости и независимости системы векторов. Базис и размерность векторного пространства. Формулы перехода к новому базису. Линейные преобразования векторных пространств. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Квадратичные формы

Задание – решить задачи различного уровня сложности

Задание 1. Система векторов $a_1 = (1, 0, 0)$, $a_2 = (0, 1, 0)$, $a_3 = (0, 0, c)$ пространства R^3 является линейной независимой, если...

- 1) $c = 0$;
- 2) c – любой элемент R , не равный 0;
- 3) c - любой элемент R ;
- 4) $c = 0$ или $c = 1$.

Задание 2. Система, состоящая из вектора $a = (c, 0, 0)$ линейного пространства, является линейно независимой, если...

- 1) c – любое действительное число, не равное 0;
- 2) $c = 0$;
- 3) c – любое действительное число;

4) $c = 0$ или $c = 1$.

Задание 3. Дано линейное пространство многочленов не выше второй степени с действительными коэффициентами. Тогда векторы $a_1 = 1 + 2x + 3x^2$, $a_2 = 2 + 3x + 4x^2$ и $a_3 = 3 + 5x + 7x^2$ линейно...

1) зависимы, так как a_1 есть линейная комбинация a_2 и a_3

2) зависимы, так как a_2 есть линейная комбинация a_1 и a_3

3) зависимы, так как a_3 есть линейная комбинация a_1 и a_2

4) независимы.

Задание 4. Пусть $e = \{e_1, e_2, e_3\}$ и $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ - базисы линейного пространства L . Известно, что $e'_1 = -2e_1 + 7e_2 + 5e_3$, $e'_2 = 2e_1 - 3e_2 - 7e_3$, $e'_3 = 5e_2 - 6e_3$. Тогда матрица перехода от базиса e к e' имеет вид:

1)
$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 7 & -3 & 5 \\ 5 & -7 & -6 \end{pmatrix}$$

2)
$$\begin{pmatrix} -2 & 7 & 5 \\ 2 & -3 & -7 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

3)
$$\begin{pmatrix} -2 & 7 & 5 \\ 2 & -3 & -7 \\ 1 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

4)
$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Задание 5. Пусть C - матрица перехода от базиса e к базису e' некоторого линейного пространства. X - столбец координат вектора a в базисе e' . Тогда столбец координат вектора a в базисе e можно найти по формуле:

1) $C^{-1} \cdot X$

2) $X \cdot C$

3) $C \cdot X$

4) $X \cdot C^{-1}$

Задание 6. Дано невырожденное линейное преобразование в матричной форме $Y = A \cdot X$, где A - матрица линейного оператора. Тогда обратное преобразование может быть записано в виде:

1) $Y = X \cdot A$

2) $X = Y \cdot A^{-1}$

$$3) X = A^{-1} \cdot Y$$

$$4) Y = A^{-1} \cdot X.$$

Задание 7. Дано линейное преобразование $\begin{cases} y_1 = 5x_1 + 6x_2, \\ y_2 = 3x_1 + 4x_2 \end{cases}$ пространства. Найти обратное преобразование.

Задание 8. Дано линейное преобразование $\begin{cases} y_1 = 5x_1 + 6x_2, \\ y_2 = 3x_1 + 4x_2 \end{cases}$ пространства. Матрица линейного оператора имеет вид:

$$1) \begin{pmatrix} 5 & 6 & | & 1 \\ 3 & 4 & | & 1 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 5 & 3 & | & 1 \\ 6 & 4 & | & 1 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 9. Матрица тождественного преобразования в пространстве размерности 2 имеет вид:

$$1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 10. Дана матрица линейного преобразования (оператора) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ в

трехмерном линейном пространстве. Тогда преобразование в координатной форме имеет вид:

$$1) \begin{cases} y_1 = x_2 + x_3, \\ y_2 = x_1 + 2x_2, \\ y_3 = x_1 + x_2 + x_3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y_1 = x_1 + 2x_2, \\ y_2 = x_1 + 2x_2 + x_3, \\ y_3 = x_2 + x_3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y_1 = x_2 + x_3, \\ y_2 = x_1 + 2x_2 + x_3, \\ y_3 = x_1 + x_3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y_1 = x_1 + x_3, \\ y_2 = x_2 + x_3, \\ y_3 = x_1 + 2x_2 + x_3 \end{cases}$$

Задание 11. Даны два линейных преобразования $\varphi_1: \begin{cases} x' = 2x + 2y, \\ y' = x + 5y \end{cases}$ и $\varphi_2: \begin{cases} x' = 3x + 5y, \\ y' = 7x - 8y \end{cases}$ пространства. Найти матрицу суммы преобразований φ_1 и φ_2 .

Задание 12. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в пространстве матрицей $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

Требования к выполнению данного задания:

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

Порядок выполнения задания:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи.

Требования к оформлению задания:

Решение задач должно быть представлено в письменной форме.

Рекомендуемые источники:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.