



**Федеральное агентство по рыболовству**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Астраханский государственный технический университет»**  
Система менеджмента качества в области образования, воспитания, науки и инноваций сертифицирована DQS  
по международному стандарту ISO 9001:2015

**Институт информационных технологий и коммуникаций**

**Кафедра высшей и прикладной математики**

**Алгебра и геометрия**

**Методические указания**

по выполнению самостоятельной работы

Для обучающихся по направлению

**09.03.03 «Прикладная информатика»**

профиля подготовки

**«Прикладная информатика в экономике»**

**Автор(ы): Франгулова Е.В.**

**Рецензент: Шамайло О.Н.**

Методические указания по выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Алгебра и геометрия» утверждены на заседании кафедры «Высшей и прикладной математики» «31» августа 2022 г., протокол № 7.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Алгебра и геометрия» предназначены для обучающихся по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика» профиля подготовки «Прикладная информатика в экономике».

Цель методических указаний: оказание помощи обучающимся в выполнении самостоятельной работы по дисциплине «Алгебра и геометрия».

Настоящие методические указания содержат работы, которые позволят обучающимся самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, умениями и навыками исследования и решения задач по основным разделам алгебры и геометрии, и направлены на формирование следующих компетенций:

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

В результате выполнения самостоятельных работ по дисциплине «Алгебра и геометрия» обучающиеся должны:

- знать основные понятия и задачи алгебры и геометрии, методы решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии, в том числе с применением современных цифровых инструментов ОПК-1;
- уметь использовать аппарат линейной алгебры и аналитической геометрии при решении основных математических задач; использовать математические методы и модели для решения прикладных задач ОПК-1
- владеть реализацией методов аналитической геометрии, векторной алгебры, линейной алгебры; использованием математических пакетов в решении задач алгебры и геометрии.

Описание самостоятельной работы содержит: тему, задания, требования к выполнению конкретного задания по данной теме, порядок выполнения задания, формы контроля, требования к оформлению заданий. Для получения дополнительной, более подробной информации по изучаемым вопросам приведены рекомендуемые источники.

### 1. Перечень видов самостоятельной работы по дисциплине

| Тема<br>(в соответствии с РП) | Вид самостоятельной работы | Форма контроля | СРС*           |                   | Требования к выполнению заданий<br>(знание и/или умение и/или владение навыками)                    |
|-------------------------------|----------------------------|----------------|----------------|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                               |                            |                | Аудиторная СРС | Внеаудиторная СРС |                                                                                                     |
| <b>Матрицы и определители</b> | подготовка к опросу        | опрос          | +              | +                 | умение выделять основные теоретические положения математического текста и примеры их иллюстрирующие |

|                                               |                                            |                    |   |   |                                                                                   |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|
|                                               | подготовка к тестированию                  | тестирование       | + | + | знание основных понятий, методов исследования и решения задач по линейной алгебре |
|                                               | решение разноразрядных задач и заданий     | решенные задачи    | + | + | знание основных понятий, методов исследования и решения задач по линейной алгебре |
| <b>Системы линейных уравнений</b>             | подготовка и выполнение контрольной работы | контрольная работа | + | + | владение навыками исследования и решения задач по алгебре                         |
| <b>Геометрические векторы и их координаты</b> | подготовка к опросу                        | опрос              | + | + | знание основных понятий и методов исследования задач по геометрии                 |
|                                               | решение разноразрядных задач и заданий     | решенные задачи    | + | + | знание основных понятий, методов исследования и решения задач по геометрии        |
|                                               | выполнение типового расчета                | типовой расчет     |   | + | владение навыками исследования и решения типовых задач по геометрии               |
| <b>Аналитическая геометрия на плоскости</b>   | подготовка к опросу                        | опрос              | + | + | знание основных понятий и методов исследования задач по геометрии                 |
|                                               | решение разноразрядных задач и заданий     | решенные задачи    | + | + | знание основных понятий, методов исследования и решения задач по геометрии        |
|                                               | выполнение типового расчета                | типовой расчет     |   | + | владение навыками исследования и решения типовых задач по геометрии               |
| <b>Аналитическая геометрия в пространстве</b> | решение разноразрядных задач и заданий     | решенные задачи    | + | + | знание основных понятий, методов исследования и решения задач по геометрии        |
|                                               | выполнение типового расчета                | типовой расчет     |   | + | владение навыками исследования и решения типовых задач по геометрии               |
| <b>Комплексные числа</b>                      | решение разноразрядных задач и заданий     | решенные задачи    | + | + | знание основных понятий, методов исследования и решения задач по геометрии        |

|                                                                              |                             |                |   |   |                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|----------------|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                              | выполнение типового расчета | типовой расчет |   | + | владение навыками исследования и решения типовых задач по геометрии               |
| <b>Векторные пространства. Линейные преобразования векторных пространств</b> | Подготовка к опросу         | опрос          | + | + | знание основных понятий и методов исследования задач по линейной алгебре          |
|                                                                              | подготовка к тестированию   | тестирование   | + | + | знание основных понятий, методов исследования и решения задач по линейной алгебре |

### Тематика и задания самостоятельной работы

#### Тема «Матрицы и определители»

**Задание 1.** – подготовиться к опросу по контрольным вопросам.

Контрольные вопросы:

1. Назовите известные вам операции над матрицами.
2. Сформулируйте определение единичной матрицы.
3. Какая матрица называется обратной для данной матрицы?
4. Что называется определителем квадратной матрицы?
5. Назовите известные вам свойства определителя.
6. Назовите способы нахождения обратной матрицы и запишите необходимые формулы.
7. Сформулируйте условие обратимости матрицы.
8. Сформулируйте определение ранга матрицы.
9. Назовите известные вам способы нахождения ранга матрицы.

#### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к опросу развивается умение обрабатывать и анализировать информацию, делать самостоятельные выводы, чётко и логично излагать свои мысли. Подготовку к опросу следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### **Порядок выполнения работы:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести системно - структурированный анализ содержания темы;
- изучить обстоятельную характеристику контрольного вопроса;
- предложить вариант (или варианты) ответов на поставленные вопросы.

**Форма контроля** – правильность ответов на поставленные вопросы

### **Требования к оформлению задания:**

Ответы на контрольные вопросы должны быть представлены в письменной форме.

### **Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Булычева Ю.В. Алгебра (часть 2): учеб. - методическое пособие / Ю.В.Булычева, Т.В. Васильева. – Астрахань: АГТУ, 2017. – 88 с. - URL: [http:// portal0. astu.org](http://portal0.astu.org).
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч.1. - 13-е изд. - М.: Айрис Пресс, 2014, 2015 - 288с. (Библиотека АГТУ, 32 экз.).
4. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL:[http:// e.lanbook.com/book/92434](http://e.lanbook.com/book/92434).

### **Задание 2.** – решить тесты

Тестовые задания

1. Разложение определителя матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 3 & 7 & 9 \\ 2 & 11 & -3 \end{pmatrix}$  по элементам второй строки имеет

вид:

$$1) -3 \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 11 & -3 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 11 \end{vmatrix}$$

$$2) 3 \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 11 & -3 \end{vmatrix} - 7 \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 9 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 11 \end{vmatrix}$$

$$3) -3 \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 11 & -3 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - 9 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 11 \end{vmatrix}$$

4)  $-\begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 11 & -3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 11 \end{vmatrix}$ .

2. Определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}$  равен

1) 2

2) 25

3) 0

4) -1.

3. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ . Тогда  $A^2$  равно

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ .

4. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ . Тогда произведение  $A \cdot B$  ...

1) равно  $\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$

2) равно  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) равно  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

4) не существует.

5. Значение выражения  $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

1) равно  $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 12 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

2) равно  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

3) равно  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

4) не существует.

6. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Тогда алгебраическое дополнение  $A_{23}$  равно...

1) 1

2) -1

3) 6

4) -6.

7. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ . Тогда матрица  $X$  из уравнения  $A \cdot X - B = O$  равна...

1)  $\begin{pmatrix} -2,5 & 2,5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -4,5 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 2,5 & -2,5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 2 & 4,5 \end{pmatrix}$ .

8. Определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  равен...

1) 10

2) 6

3) -6

4) -10.

9. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Тогда обратная матрица  $A^{-1}$  равна...

1)

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

2)

$$\begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 5/2 & -\frac{3}{2} & -2 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3)

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4)

$$\begin{pmatrix} -1/2 & 5/2 & 1/2 \\ 1/2 & -3/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

10. Ранг матрицы  $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 5 \\ 1 & 8 & 2 \\ 2 & 23 & 11 \end{pmatrix}$  равен...

1) 3

2) 4

3) 2

4) 1.

#### **Требования к выполнению данного задания:**

На выполнение всего теста дается определенное время: на решение индивидуального теста, состоящего из 10 заданий отводится 30 мин. Тест считается успешно выполненным в том случае, если он оценивается в 6 и более баллов (по 1 баллу за каждый верный ответ). Тест выполняется на индивидуальных бланках, выдаваемых преподавателем, и сдается ему на проверку.

#### **Порядок выполнения задания:**

Тесты составлены с учетом лекционных материалов по теме дисциплины. Для подготовки к тестам необходимо изучить материал по теме дисциплины, необходимо понять логику изложенного материала. Этому немало способствует составление развернутого плана, таблиц, схем.

При решении тестов необходимо выполнить следующее

- Прежде всего, следует внимательно изучить структуру теста, оценить объем времени, выделяемого на данный тест, увидеть, какого типа задания в нем содержатся. Это поможет настроиться на работу.

- Лучше начинать отвечать на те вопросы, в правильности решения которых нет сомнений, пока не останавливаясь на тех, которые могут вызвать долгие раздумья. Это позволит успокоиться и сосредоточиться на выполнении более трудных вопросов.

- Очень важно всегда внимательно читать задания до конца, не пытаясь понять условия «по первым словам» или выполнив подобные задания в предыдущих тестированиях. Такая спешка нередко приводит к досадным ошибкам в самых легких вопросах.

- Если вы не знаете ответа на вопрос или не уверены в правильности, следует пропустить его и отметить, чтобы потом к нему вернуться.

- Многие задания можно быстрее решить, если не искать сразу правильный вариант ответа, а последовательно исключать те, которые явно не подходят. Метод исключения позволяет в итоге сконцентрировать внимание на одном-двух вероятных вариантах.

- Рассчитывать выполнение заданий нужно всегда так, чтобы осталось время на проверку и доработку (примерно 1/3-1/4 запланированного времени). Тогда вероятность описок сводится к нулю и имеется время, чтобы набрать максимум баллов на легких заданиях и сосредоточиться на решении более трудных, которые вначале пришлось пропустить.

**Форма контроля** – количество правильно решенных тестовых заданий.

**Требования к оформлению задания:**

Решение тестовых заданий должно быть представлено в письменной форме.

**Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Булычева Ю.В. Алгебра (часть 2): учеб. - методическое пособие / Ю.В.Булычева, Т.В. Васильева. – Астрахань: АГТУ, 2017. – 88 с. - URL: [http:// portal2. astu.org](http://portal2.astu.org).
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч.1. - 13-е изд. - М.: Айрис Пресс, 2014, 2015 - 288с. (Библиотека АГТУ, 32 экз.).
4. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL:<http://e.lanbook.com/book/92434>.

**Задание 3.** – решить задачи различного уровня сложности.

Задача 1. Найдите значение многочлена  $f(A)$ :

$$1) f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$2) f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Найдите произведения матриц  $AA^T$  и  $A^T A$ :

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Проверить, являются ли матрицы  $A$  и  $B$  коммутирующими:

$$1) A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 6 & -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \\ 4 & -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 5 \\ -4 & 2 & -7 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Найдите все квадратные матрицы  $B$  размерностью  $2 \times 2$ , если известно, что  $B^2$  - нулевая матрица.

Задача 5. Решите уравнения:

$$1) \begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad 2) \begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0;$$

$$3) \begin{vmatrix} 2x-1 & x+1 \\ x+2 & x-1 \end{vmatrix} = 5; \quad 4) \begin{vmatrix} x-2 & y+3 \\ -y-3 & x-2 \end{vmatrix} = 0$$

Задача 6. Вычислите определители матриц, используя свойства определителей:

$$1) \begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & 1 \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 1 \\ \sin^2 \gamma & \cos^2 \gamma & 1 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & \cos 2\alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & \cos 2\beta \\ \sin^2 \gamma & \cos^2 \gamma & \cos 2\gamma \end{vmatrix};$$

$$3) \begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha & \sin(\alpha + \delta) \\ \sin \beta & \cos \beta & \sin(\beta + \delta) \\ \sin \gamma & \cos \gamma & \sin(\gamma + \delta) \end{vmatrix}.$$

Задача 7. Известно, что числа 255, 391, 578 делятся на 17. Не вычисляя значение определителя

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 3 & 9 & 1 \\ 5 & 7 & 8 \end{vmatrix}, \text{ докажите, что он тоже делится на } 17.$$

Задача 8. Вычислите определители матриц разложением по какой-нибудь строке или столбцу, предварительно обнулив строку или столбец:

$$1) \begin{pmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{pmatrix}.$$

Задача 9. Вычислите определители матриц приведением к треугольному виду:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

Задача 10. Решите матричное уравнение  $AX = B$ , если:

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Задача 11. Решите матричное уравнение  $XA = B$  над кольцом, если:

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2) \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 12. Решите матричное уравнение  $A \cdot X \cdot B = C$ , если:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 2 & 3 & 10 \\ 0 & 9 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите ранг матрицы  $A$  методом нулей и единиц, если

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & 1 & 6 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & 4 & -3 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \end{pmatrix}; \quad 4) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \\ 2 & -1 & 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

Задача 14. Найдите ранги матриц методом окаймляющих миноров:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 4 & 8 & 11 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}.$$

#### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

#### **Порядок выполнения задания:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи.

**Форма контроля** – правильность решенных задач

#### **Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в письменной форме.

#### **Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.
3. Жуков В.М. Практические занятия по математике: теория, задания, ответы — Ростов-н/Д.: Феникс, 2015. — 343с. (Библиотека АГТУ, 100 экз.).
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. – 12-е изд., 13 –е изд. - М.: Айрис Пресс, 2014. - 608с., 288 с. (Библиотека АГТУ, 13 экз.)
5. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

### **Тема «Системы линейных уравнений»**

**Задание 2.** – решить задания контрольной работы

1. Решить матричное уравнение:

$$XA - 2B = C, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & -2 & 5 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 4 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 4 & 1 & -1 \\ -6 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. При помощи определителей решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1, \\ -2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -2, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Проверить совместность системы линейных уравнений и в случае совместности решить ее методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 16, \\ x_1 + 7x_2 + x_3 + x_4 = 23, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 10, \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1. \end{cases}$$

4. Решить однородную систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 7x_4 - 3x_5 = 0, \\ -x_1 - 5x_2 - 6x_3 + 16x_4 + 14x_5 = 0, \\ 5x_1 + 16x_2 + 3x_3 - 35x_4 - 25x_5 = 0. \end{cases}$$

### **Требования к выполнению данного задания:**

Подготовку к контрольной работе следует начинать с повторения разделов учебника, учебных пособий и конспектов лекций по темам: « Матрицы и определители. Системы линейных уравнений».

### **Порядок выполнения работы:**

- изучить учебную информацию по теме, включая теоретический материал и разобранные примеры;
- выполнить тренировочные задания.

Задача 1. Исследуйте систему линейных уравнений . В случае совместности системы решите ее, используя обратную матрицу и формулы Крамера:

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 2, \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 1, \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 5, \\ 8x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}.$$

Задача 2. Найдите коэффициенты многочлена  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , удовлетворяющего условиям:  $f(5) = 6$ ,  $f(1) = 4$ ,  $f(2) = 3$ .

Задача 3. Найдите коэффициенты многочлена  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ , удовлетворяющего условиям:  $f(0) = 2$ ,  $f(1) = 4$ ,  $f(2) = 4$ .

Задача 4. Исследуйте систему линейных уравнений. В случае совместности решите ее методом Гаусса:

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ x_1 + 4x_2 = 4 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 = 2 \end{cases}; \quad 4) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases};$$

$$5) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 10x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}.$$

$$6) \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 0, \\ 4x + 2y + 3z = 0, \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 = 0, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + 10x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 4x + 10y + 2z = 9, \\ 2x + 5y + 10z = 4, \\ 5x + 6y + 11z = 5 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

Задача 5. Дана система линейных уравнений. Найдите общий вид решения системы и фундаментальный набор решений.

$$1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 0, \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ 4x_1 + 4x_2 = 0 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 2x + 4y = 0, \\ 4x + y = 0 \end{cases}; \quad 4) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases};$$

$$5) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0, \\ 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}; \quad 6) m=5, \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}; \quad 7) m=13, \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 0, \\ 7x_1 + 8x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases}.$$

Задача 6. Дана однородная система линейных уравнений. Найдите общий вид решения системы и фундаментальный набор решений в зависимости от параметра  $\lambda$ .

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 11x_2 - 2\lambda x_3 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 8x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ \lambda x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ \lambda^2 x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

- предложить вариант (или варианты) ответов на поставленные вопросы.

**Форма контроля** – правильность решенных задач.

**Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в письменной форме.

**Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Жуков В.М. Практические занятия по математике: теория, задания, ответы — Ростов-н/Д.: Феникс, 2015. — 343с. (Библиотека АГТУ, 100 экз.).

4. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

### **Тема «Геометрические векторы и их координаты»**

**Задание 1.** – подготовиться к опросу по контрольным вопросам.

Контрольные вопросы:

1. Что называется геометрическим вектором? Какие векторы называются коллинеарными и компланарными?
2. Что называется базисом на плоскости?
3. Что называется базисом в пространстве?
4. Что называется координатами вектора?
5. Назовите признаки коллинеарности и компланарности векторов в координатах.
6. Что называется декартовой системой координат на плоскости и в пространстве?
7. Что называется полярными координатами точки?
8. Что называется скалярным произведением векторов и какова его формула в координатной форме?
9. Что называется векторным произведением векторов и какова его формула в координатной форме, его геометрический смысл?
10. Что называется смешанным произведением векторов и какова его формула в координатной форме, его геометрический смысл?

### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к опросу развивается умение обрабатывать и анализировать информацию, делать самостоятельные выводы, чётко и логично излагать свои мысли. Подготовку к опросу следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### **Порядок выполнения работы:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести системно - структурированный анализ содержания темы;
- изучить обстоятельную характеристику контрольного вопроса;
- предложить вариант (или варианты) ответов на поставленные вопросы.

**Форма контроля** – правильность ответов на поставленные вопросы

**Требования к оформлению задания:**

Ответы на контрольные вопросы должны быть представлены в письменной форме.

**Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч.1. - 13-е изд. - М.: Айрис Пресс, 2014, 2015 - 288с. (Библиотека АГТУ, 32 экз.).
3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

**Задание 2.** – выполнить задания различного уровня сложности.

**Задание 1.**

Векторы  $a(2,1,0)$ ,  $b(0,1,2)$ ,  $c(0,\alpha,5)$  компланарны при  $\alpha$ , равном...

|   |   |     |     |
|---|---|-----|-----|
| 1 | 2 | 3   | 4   |
| 0 | 1 | 5/2 | 2/5 |

**Задание 2.**

Векторы  $a(0,1,7)$ ,  $b(-1,1,0)$ ,  $c(\beta,1,0)$  не образуют базис при  $\beta$ , равном...

|    |   |   |   |
|----|---|---|---|
| 1  | 2 | 3 | 4 |
| -1 | 0 | 1 | 7 |

**Задание 3.**

Векторы  $b(-1,1,4)$  и  $c(\beta, 2, 8)$  коллинеарны при  $\beta$ , равном...

|   |   |    |    |
|---|---|----|----|
| 1 | 2 | 3  | 4  |
| 1 | 0 | -1 | -2 |

**Задание 4.**

Площадь треугольника с вершинами  $A(1, 2, 0)$ ,  $B(3, 0, 3)$ ,  $C(5, 2, 6)$  равна...

|              |              |             |   |
|--------------|--------------|-------------|---|
| 1            | 2            | 3           | 4 |
| $2\sqrt{13}$ | $4\sqrt{13}$ | $\sqrt{13}$ | 0 |

**Задание 5.**

Площадь параллелограмма, построенного на векторах  $a=(0, -5, 3)$ ,  $b=(-1, 0, 3)$ , равна...

|              |              |                        |                        |
|--------------|--------------|------------------------|------------------------|
| 1            | 2            | 3                      | 4                      |
| $\sqrt{259}$ | $\sqrt{334}$ | $\frac{\sqrt{259}}{2}$ | $\frac{\sqrt{334}}{2}$ |

**Задание 6.**

Даны векторы  $a=(1, -1, -2)$ ,  $b=(1, 2, -1)$ . Тогда координаты векторного произведения этих векторов равны...

|           |            |            |           |
|-----------|------------|------------|-----------|
| 1         | 2          | 3          | 4         |
| (5, 1, 3) | (-5, 3, 1) | (5, -1, 3) | (5, 3, 1) |

**Задание 7.**

Объем пирамиды, построенной на векторах  $a=(0, 6, 1)$ ,  $b=(4, 0, 3)$ ,  $c=(1, 6, 4)$ , равен...

|   |    |    |    |
|---|----|----|----|
| 1 | 2  | 3  | 4  |
| 9 | 54 | 27 | 26 |

**Задание 8.**

Даны векторы:  $a = i - j + k$ ,  $b = j + 4k$ ,  $c = 5i + 2j$ . Тогда смешанное произведение этих векторов равно...

|     |     |    |    |
|-----|-----|----|----|
| 1   | 2   | 3  | 4  |
| -25 | -33 | 33 | 25 |

**Задание 9.**

Даны точки:  $A(1, 1, -2)$ ,  $B(-3, -1, 2)$ ,  $C(2, 2, 1)$ . Тогда скалярное произведение векторов  $a = 5\vec{AC}$  и  $b = \vec{AB}$ , равно...

|     |    |   |    |
|-----|----|---|----|
| 1   | 2  | 3 | 4  |
| -30 | 30 | 6 | -6 |

**Задание 10.**

Даны точки:  $A(1, 3, -1)$ ,  $B(3, 1, -1)$ ,  $C(1, 1, 1)$ . Тогда косинус угла между векторами  $a = 3\vec{AB}$  и  $b = -\vec{AC}$  равен...

|   |     |      |      |
|---|-----|------|------|
| 1 | 2   | 3    | 4    |
| 1 | 1/2 | -1/2 | -1/4 |

**Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

**Порядок выполнения задания:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- выбрать вариант (или варианты) решения задачи.

**Форма контроля** – правильность решенных задач

**Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в подробной письменной форме.

**Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

**Задание 3.** – выполнить задания 1-3 типового расчета № 1.

Типовой расчет № 1. Геометрические векторы и их координаты. Аналитическая геометрия на плоскости. Аналитическая геометрия в пространстве

### **Варианты заданий**

1. Доказать, что векторы  $a = (1, -1, 1)$ ,  $b = (-5, -3, 1)$ ,  $c = (2, -1, 0)$  образуют базис и найти координаты вектора  $d (-15, -10, 5)$  в этом базисе.
2. Вычислить высоту параллелепипеда, построенного на векторах  $a = (2, 3, -1)$ ,  $b = (-2, 4, 5)$ ,  $c = (3, -1, 4)$ , если за основание взят параллелограмм, построенный на векторах  $a$  и  $b$ .
3. Вершины пирамиды находятся в точках  $A, B, C$  и  $D$ . Вычислить: а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды  $ABCD$ .  
 $A(3, 4, 5)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(-2, -3, 6)$ ,  $D(3, -6, -3)$ ; а)  $ACD$ ; б)  $l = AB$ ,  $C$  и  $D$ .

### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к решению задач типового расчета необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### **Порядок выполнения задания:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи;
- Проверить правильность выполнения заданий с использованием функций и операторов Mathcad.

**Форма контроля** – оценка правильности решенных задач

### **Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в письменной форме. Правильность выполнения заданий с использованием функций и операторов Mathcad подтверждена в электронной форме или на бумажном носителе.

### **Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. За-

дорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

### **Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»**

**Задание 1.** – подготовиться к опросу по контрольным вопросам.

Контрольные вопросы:

1. Что называется уравнением линии на плоскости?
2. Назовите известные вам линии первого и второго порядков.
3. Что называется направляющим вектором прямой? Напишите каноническое уравнение прямой, проиллюстрировав чертежом.
4. Что называется нормальным вектором прямой? Напишите уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором, проиллюстрировав чертежом.
5. Напишите общее уравнение прямой и уравнение прямой, заданной двумя точками. Сделайте чертеж.
6. Сформулируйте определение эллипса и запишите его каноническое уравнение, проиллюстрировав чертежом.
7. Сформулируйте определение гиперболы, запишите её каноническое уравнение, проиллюстрировав чертежом.
8. Сформулируйте определение параболы, запишите её каноническое уравнение, проиллюстрировав чертежом.
9. Постройте схематичный чертеж гиперболы, заданной уравнением  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ .
10. Постройте схематичный чертеж параболы, заданной уравнением  $\frac{x^2}{16} = y$ .

### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к опросу развивается умение обрабатывать и анализировать информацию, делать самостоятельные выводы, чётко и логично излагать свои мысли. Подготовку к опросу следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### **Порядок выполнения работы:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести системно - структурированный анализ содержания темы;
- изучить обстоятельную характеристику контрольного вопроса;
- предложить вариант (или варианты) ответов на поставленные вопросы.

**Форма контроля** – правильность ответов на поставленные вопросы

### **Требования к оформлению задания:**

Ответы на контрольные вопросы должны быть представлены в письменной форме.

### **Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Ч.1. - 13-е изд. - М.: Айрис Пресс, 2014, 2015 - 288с. (Библиотека АГТУ, 32 экз.).
3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск: "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

**Задание 2.** – решить задания различного уровня сложности

#### **Задание 1.**

Прямая задана уравнением  $3x+7y+5=0$ . Прямая, перпендикулярная ей, может иметь уравнение:

| 1           | 2             | 3             | 4            |
|-------------|---------------|---------------|--------------|
| $3x+7y+8=0$ | $6x+14y+10=0$ | $-14x+6y+2=0$ | $14x+6y-7=0$ |

#### **Задание 2.**

Треугольник задан вершинами A(3,0), B(4,2), C(5,-7). Уравнение высоты, опущенной из вершины C, имеет вид:

| 1            | 2           | 3          | 4          |
|--------------|-------------|------------|------------|
| $7x+2y-21=0$ | $9x+y-38=0$ | $x+2y+9=0$ | $x+2y-2=0$ |

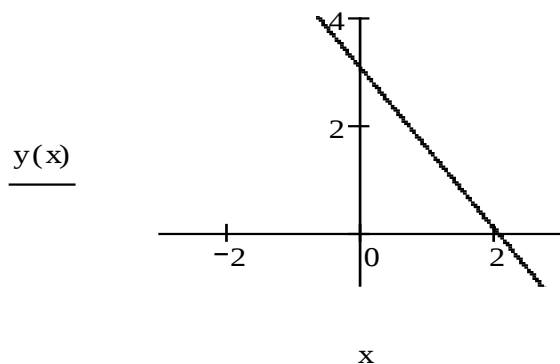
#### **Задание 3.**

Расстояние между двумя прямыми, заданными уравнениями:  $\frac{x-2}{-4} = \frac{y-7}{3}$ ,  $3x+4y-11=0$ , равно...

| 1 | 2                       | 3              | 4                       |
|---|-------------------------|----------------|-------------------------|
| 0 | $\frac{34}{\sqrt{146}}$ | $\frac{23}{5}$ | $\frac{23}{\sqrt{146}}$ |

#### **Задание 4.**

Уравнение прямой, изображённой на рисунке имеет вид:



| 1             | 2             | 3             | 4             |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $2x + 2y = 1$ | $2x + 3y = 6$ | $2x + 3y = 1$ | $3x + 2y = 6$ |

#### Задание 5.

Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-2; 1)$  параллельно прямой  $3x - 4y + 5 = 0$  имеет вид:

| 1                 | 2                | 3                   | 4                |
|-------------------|------------------|---------------------|------------------|
| $4y - 3x + 3 = 0$ | $2x - y + 6 = 0$ | $13x - 4y + 10 = 0$ | $x - 2y - 2 = 0$ |

#### Задание 6.

Даны вершины треугольника:  $A(-2, 4)$ ,  $B(2, 1)$ ,  $C(4, -5)$ . Тогда уравнение медианы, проведённой из вершины  $A$  на сторону  $BC$ , имеет вид:

| 1                  | 2                 | 3                | 4                  |
|--------------------|-------------------|------------------|--------------------|
| $6x - 5y - 22 = 0$ | $6x + 5y - 8 = 0$ | $2x - y + 8 = 0$ | $2x - 5y + 24 = 0$ |

#### Задание 7.

Уравнение эллипса имеет вид  $9x^2 + 4y^2 = 36$ . Тогда длина его меньшей полуоси равна...

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 | 9 |

#### Задание 8.

Радиус окружности, заданной уравнением  $x^2 - 6x + y^2 = 0$ , равен...

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 1 | 6 |

#### Задание 9.

Координаты фокусов гиперболы, заданной уравнением  $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} = 1$ , равны...

| 1            | 2         | 3             | 4            |
|--------------|-----------|---------------|--------------|
| $(\pm 4; 0)$ | $(-4; 0)$ | $(\pm 16; 0)$ | $(\pm 6; 0)$ |

#### Задание 10.

Эксцентриситет гиперболы, заданной уравнением  $9x^2 - 16y^2 = 144$ , равен...

| 1    | 2    | 3    | 4   |
|------|------|------|-----|
| 1,25 | 2,25 | 1,75 | 3,5 |

### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### **Порядок выполнения задания:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- выбрать вариант (или варианты) решения задачи.

**Форма контроля** – правильность решенных задач

### **Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в подробной письменной форме.

### **Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

**Задание 3.** – выполнить задания 4-8 типового расчета № 1.

Типовой расчет № 1. Геометрические векторы и их координаты. Аналитическая геометрия на плоскости. Аналитическая геометрия в пространстве

### **Варианты заданий**

4. Составить канонические уравнения: а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы (А, В – точки, лежащие на кривой, F – фокус, а – большая (действительная) полуось, b – малая (мнимая) полуось,  $\varepsilon$  – эксцентриситет,  $y = \pm kx$  – уравнения асимптот гиперболы, D – директриса кривой, 2с – фокусное расстояние).

б)  $b = 15$ ,  $F(-10,0)$ ; б)  $a = 13$ ,  $\varepsilon = 14/13$ ; в) D:  $x = -4$ .

5. Записать уравнение окружности, проходящей через указанные точки и имеющей центр в точке А.

Вершина гиперболы  $12x^2 - 13y^2 = 156$ ,  $A(0, -2)$ .

6. Составить уравнение линии, каждая точка М которой удовлетворяет заданным условиям: отстоит от прямой  $x = -6$  на расстоянии, в два раза большем, чем от точки  $A(1, 3)$ .

7. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат:  $\rho = 2 \sin 4\varphi$ .

8. Построить кривую, заданную параметрическими уравнениями ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ): 
$$\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}.$$

### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к решению задач типового расчета необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### **Порядок выполнения задания:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи;
- Проверить правильность выполнения заданий с использованием функций и операторов Mathcad.

**Форма контроля** – оценка правильности решенных задач

### **Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в письменной форме. Правильность выполнения заданий с использованием функций и операторов Mathcad подтверждена в электронной форме или на бумажном носителе.

### **Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

## **Тема «Аналитическая геометрия в пространстве»**

**Задание 1.** – решить задания различного уровня сложности

### **Задание 1.**

Уравнение плоскости, проходящей через точки A(0,2,1), B(2,4,3) и C(-2,0,1), имеет вид:

| 1           | 2         | 3         | 4         |
|-------------|-----------|-----------|-----------|
| $x-y+z+2=0$ | $x-y+2=0$ | $x+y-2=0$ | $x-y+1=0$ |

### **Задание 2.**

Угол между двумя плоскостями, заданными уравнениями:  $2x+3y-7z+2=0$ ,  $5x-3y-z+2=0$ , равен...

|                                 |                         |                                  |                                 |
|---------------------------------|-------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| 1                               | 2                       | 3                                | 4                               |
| $\arccos \frac{8}{\sqrt{2170}}$ | $\frac{8}{\sqrt{2170}}$ | $\arccos \frac{-6}{\sqrt{2170}}$ | $\arcsin \frac{6}{\sqrt{2170}}$ |

### Задание 3.

Уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(5; -1; 1)$  и имеющей нормальный вектор  $\vec{n} = (2; -3; 4)$ , имеет вид:

|                       |                         |                         |                       |
|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 1                     | 2                       | 3                       | 4                     |
| $5x - y + z - 17 = 0$ | $2x - 3y + 4z - 17 = 0$ | $2x - 3y + 4z + 17 = 0$ | $5x - y + z + 17 = 0$ |

### Задание 4.

Направляющий вектор прямой  $\begin{cases} 2x - 3y - z - 7 = 0, \\ 3x - 5y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$  имеет координаты:

|                 |                |                 |               |
|-----------------|----------------|-----------------|---------------|
| 1               | 2              | 3               | 4             |
| $(-11, -7, -1)$ | $(-11, 7, -1)$ | $(-1, -1, -19)$ | $(-1, 7, 10)$ |

### Задание 5.

Канонические уравнения прямой, проходящей через точки  $A(5; 1; 1)$  и  $B(-3; 4; 0)$ , имеют вид:

|                                                   |                                                |                                                 |                                                |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 1                                                 | 2                                              | 3                                               | 4                                              |
| $\frac{x-5}{-8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-1}$ | $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{1}$ | $\frac{x+5}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+1}{1}$ | $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z}{0}$ |

### Задание 6.

Канонические уравнения прямой  $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$  имеют вид:

|                                                  |                                                |                                                   |                                               |
|--------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1                                                | 2                                              | 3                                                 | 4                                             |
| $\frac{x-5}{-4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$ | $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{1}$ | $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+5}{-5}$ | $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$ |

### Задание 7.

Острый угол между прямыми, заданными уравнениями:  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$  равен...

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| 1          | 2          | 3          | 4          |
| $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ | $20^\circ$ |

### Задание 8.

Поверхность задана уравнением:  $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 0$ . Сечение плоскостью  $z=5$  данной поверхности имеет вид:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|

|                                      |                                      |                                      |                                       |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{27} = 1$ | $\frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{25} = 1$ | $\frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{25} = 1$ | $\frac{x^2}{27} + \frac{z^2}{25} = 1$ |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|

### Задание 9.

Каноническое уравнение поверхности  $4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0$ ,

имеет вид:

| 1                                          | 2                                          | 3                                           | 4                                           |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} - z^2 = 1$ | $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} - z^2 = 1$ | $-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} + z^2 = 1$ | $-\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} + z^2 = 1$ |

### Задание 10.

Сечением поверхности  $9x^2 - 16y^2 = 144$  плоскостью  $Oxz$  является...

| 1         | 2                       | 3                         | 4      |
|-----------|-------------------------|---------------------------|--------|
| гипербола | две параллельные прямые | две пересекающиеся прямые | прямая |

### Требования к выполнению данного задания:

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### Порядок выполнения задания:

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- выбрать вариант (или варианты) решения задачи.

### Форма контроля – правильность решенных задач

### Требования к оформлению задания:

Решение задач должно быть представлено в подробной письменной форме.

### Рекомендуемые источники:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб. — СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

**Задание 2.** – выполнить задания 9 - 13 типового расчета № 1.

Типовой расчет № 1. Геометрические векторы и их координаты. Аналитическая геометрия на плоскости. Аналитическая геометрия в пространстве

9. Найти расстояние от т. М (-12, 7, -1) до плоскости, проходящей через т. М<sub>1</sub> (-3, 4, -7), М<sub>2</sub> (1, 5, -4), М<sub>3</sub> (-5, -2, 0).

10. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку А (1, 0, -2) перпендикулярно  $\overline{BC}$ , если В (2, -1, 3), С (0, -3, 2).

11. Написать канонические уравнения прямой, заданной как пересечение плоскостей:  
$$\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0, \\ 2x - y - 3z + 6 = 0 \end{cases}.$$

12. Построить поверхности и определить их вид (название).

$$a) 4x^2 - y^2 - 16z^2 + 16 = 0; \quad б) x^2 + 4z = 0.$$

13. Записать уравнение и определить вид поверхности, полученной при вращении данной линии вокруг указанной оси координат, сделать рисунок.

$$a) y^2 = 2z, Oz; \quad б) 9y^2 + 4z^2 = 36; Oy.$$

### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к решению задач типового расчета необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### **Порядок выполнения задания:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи;
- Проверить правильность выполнения заданий с использованием функций и операторов Mathcad.

**Форма контроля** – оценка правильности решенных задач

### **Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в письменной форме. Правильность выполнения заданий с использованием функций и операторов Mathcad подтверждена в электронной форме или на бумажном носителе.

### **Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление

функций одной переменной. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Рябушко, Т.А. Жур. — Электрон. дан. — Минск : "Вышэйшая школа", 2016. — 303 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/92434>.

## **Тема «Комплексные числа»**

**Задание 1.** – решить задания различного уровня сложности

**Задание 1.** Найдите  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 / z_2$ , если:

1)  $z_1 = 5 + 5i$ ,  $z_2 = 1 - 7i$ ,

2)  $z_1 = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$ ,  $z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$ .

**Задание 2.** Запишите комплексное число в алгебраической форме:

1)  $z = \frac{-41 + 63i}{50} - \frac{6i + 1}{1 - 7i}$ ;

2)  $z = \left( \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2i} \right)^2$  ;

3)  $z = \frac{13 + 12i}{6i - 8} + \frac{(2i + 1)^2}{i + 2}$ ;

4)  $z = \frac{(1 + i)(2 + i)}{2 - i} - \frac{(1 - i)(2 - i)}{2 + i}$ ;

5)  $z = (2 - i)^2 + (1 + i)^4 - \frac{7 - i}{1 + i}$ .

**Задание 3.** Изобразите геометрически и представьте в тригонометрической форме комплексные числа: 1; -2; 3i; -2i; 2 + 2i;  $1 - \sqrt{3}i$ ;  $\sqrt{3} + i$ ;  $-1 + i$ .

**Задание 4.** Пользуясь тригонометрической формой комплексных чисел, вычислите:

1)  $z = \frac{(2 + 2i)^7 (-1 + \sqrt{3}i)^5}{(\sqrt{3} - i)^{13}}$ ;

2)  $z = \frac{i(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})}{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}}$ ;

3)  $z = (\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}) i^5 (1 + \sqrt{3}i)^7$ ;

4)  $z = \frac{i(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3})(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2})}{i}$ ;

5)  $z = \frac{1}{\cos \frac{4\pi}{3} - i \sin \frac{4\pi}{3}}$ ;

$$6) z = \frac{\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}}{5(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})} (\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) (-4i);$$

$$7) z = i^{27} + i^{-9} - i^{24} - i^{-10};$$

$$8) \sqrt[3]{z};$$

$$9) \sqrt[6]{1};$$

$$10) \sqrt[4]{-1+i}.$$

**Задание 5.** Изобразите геометрически и вычислите сумму и произведение всех корней  $n$ -ой степени из единицы.

**Задание 6.** Решите следующие уравнения:

$$1) z^2 + z + 5 = 0;$$

$$2) 3z^2 - 2z + 4 = 0;$$

$$3) z^2 - 2iz - 5 = 0;$$

$$4) z^2 + \bar{z} = 0;$$

$$5) z^2 + |z| = 0;$$

$$6) z^3 - 1 = i;$$

$$7) z^4 - i = 1.$$

**Задание 7.** Какое множество точек комплексной плоскости задается условием:

$$1) |z + 2i| = |z|;$$

$$2) |z - 1 - i| = |z + 1 + i|;$$

$$3) |z + 3| = |z - 3i|;$$

$$4) |z - 2| \leq 3;$$

$$5) \operatorname{Im} z \geq 2;$$

$$6) \operatorname{Re} z \leq -3.$$

#### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к решению задач необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

#### **Порядок выполнения задания:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- выбрать вариант (или варианты) решения задачи.

**Форма контроля** – правильность решенных задач

#### **Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в подробной письменной форме.

#### **Рекомендуемые источники:**

1. Булычева Ю.В. Алгебра (часть 1): учеб. пособие/ Ю.В. Булычева, Ю.А. Лежнина. – Астрахань: АГТУ, 2017. – 132 с. - URL: [http:// portal2. astu.org](http://portal2.astu.org).

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный.— Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: [https:// e.lanbook.com/book/72977](https://e.lanbook.com/book/72977).

3. Жуков В.М. Практические занятия по математике: теория, задания, ответы — Ростов-н/Д.: Феникс, 2015. — 343с. (Библиотека АГТУ, 100 экз.).

**Задание 2.** – выполнить задания типового расчета № 2.

Типовой расчет № 2. Комплексные числа

### Варианты заданий

1. Данные числа представьте в алгебраической форме:

- 1)  $\left(\frac{1-i}{2}\right)^7$ ;  $\left(\frac{1+i}{-1+i\sqrt{3}}\right)^4$ ; 2)  $\left(\frac{1-i}{4}\right)^5$ ;  $\left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}\right)^9$ ;
- 3)  $(-1-i)^7$ ;  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}\right)^9$ ; 4)  $(-1+i)^{10}$ ;  $\left(\frac{-1-i}{1-i}\right)^5$ ;
- 5)  $(\sqrt{3}-3i)^7$ ;  $\left(\frac{2+i}{1+i}\right)^3$ ; 6)  $(1-i)^{11}$ ;  $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}\right)^5$ ;
- 7)  $(-2+2\sqrt{3}i)^4$ ;  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5$ ; 8)  $(\sqrt{3}-i)^4$ ;  $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^3$ ;
- 9)  $(\sqrt{3}-i)^5$ ;  $\frac{(1-i)^3}{(1+i)^2}$ ; 10)  $(1+\sqrt{3}i)^3$ ;  $\frac{(1+i)^2}{(1-\sqrt{3}i)^3}$ ;
- 11)  $(1-\sqrt{3}i)^4$ ;  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right)^3$ ; 12)  $(1+i)^3$ ;  $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{i\sqrt{3}-1}\right)^7$ ;
- 13)  $(2-2i)^4$ ;  $\frac{(1+i)^4}{(-1+\sqrt{3}i)^3}$ ; 14)  $(-1-i)^5$ ;  $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^2}$ ;
- 15)  $(1-\sqrt{3}i)^6$ ;  $\frac{(2+i)^4}{(1+i)^2}$ .

2. Найдите все значения корней:

- 1)  $\sqrt[4]{16}$ ;  $\sqrt[3]{-1-i}$ ; 2)  $\sqrt[3]{-27i}$ ;  $\sqrt[4]{-8+8\sqrt{3}i}$ ;
- 3)  $\sqrt[3]{-8}$ ;  $\sqrt{-2-2i}$ ; 4)  $\sqrt{-4i}$ ;  $\sqrt[4]{1+i}$ ;
- 5)  $\sqrt[3]{i/8}$ ;  $\sqrt[3]{1-i}$ ; 6)  $\sqrt[4]{-1}$ ;  $\sqrt[4]{1/2(-1+\sqrt{3}i)}$ ;
- 7)  $\sqrt[3]{-8i}$ ;  $\sqrt[4]{-1+i}$ ; 8)  $\sqrt{-i/8}$ ;  $\sqrt[4]{-1-\sqrt{3}i}$ ;
- 9)  $\sqrt{-16i}$ ;  $\sqrt{1/2(1-3\sqrt{3}i)}$ ; 10)  $\sqrt[3]{27}$ ;  $\sqrt{-8-8\sqrt{3}i}$ ;
- 11)  $\sqrt[4]{81}$ ;  $\sqrt[3]{-\sqrt{3}+i}$ ; 12)  $\sqrt[6]{-64}$ ;  $\sqrt{-\sqrt{3}-i}$ ;
- 13)  $\sqrt{9i}$ ;  $\sqrt[3]{-2+2i}$ ; 14)  $\sqrt[3]{-27}$ ;  $\sqrt{2-2i}$ ;
- 15)  $\sqrt{16i}$ ;  $\sqrt[3]{2-2\sqrt{3}i}$ .

3. Вычертить на комплексной плоскости область, заданную неравенствами:

$$\begin{array}{lll}
1) \begin{cases} |z| > 1, \\ \operatorname{Re} z < 2, \\ \operatorname{Im} z > 0. \end{cases} & 2) \begin{cases} \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z > 1, \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 0, \\ |z - i| < 2. \end{cases} & 3) \begin{cases} |z - i| > 2, \\ |\arg z| < \frac{\pi}{6}. \end{cases} \\
4) \begin{cases} \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z > 0, \\ |z| < 2. \end{cases} & 5) \begin{cases} |z - 1| < 2, \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 0. \end{cases} & 6) \begin{cases} |z - 2i| < 1, \\ -\frac{\pi}{3} < \arg z < -\frac{\pi}{4}. \end{cases} \\
7) \begin{cases} 2 < |z + i| < 5, \\ \frac{5}{2} < \operatorname{Re} z < 4, \\ \operatorname{Im} z > 0. \end{cases} & 8) \begin{cases} |z + 1| < 2, \\ |z| > 1, \\ \operatorname{Im} z > 0. \end{cases} & 9) \begin{cases} |z - 2 - i| \geq 1, \\ 1 \leq \operatorname{Re} z \leq 3, \\ 0 < \operatorname{Im} z \leq 3. \end{cases} \\
10) \begin{cases} |z + i| < 1, \\ -\frac{3\pi}{3} \leq \arg z \leq -\frac{\pi}{4}. \end{cases} & 11) \begin{cases} |z| > 1, \\ 0 < \operatorname{Re} z \leq 2, \\ -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 1. \end{cases} \\
12) \begin{cases} \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z > 0, \\ |\arg z| < \frac{\pi}{4}. \end{cases} & 13) \begin{cases} |z - 1| > 1, \\ 0 \leq \operatorname{Re} z < 3, \\ -1 \leq \operatorname{Im} z < 0. \end{cases} \\
14) \begin{cases} |z - 1 - i| \leq 2, \\ \operatorname{Re} z \geq 1, \\ \operatorname{Im} z > 1. \end{cases} & 15) \begin{cases} |z + 1| > 1, \\ -\frac{\pi}{4} < \arg z < 0. \end{cases}
\end{array}$$

#### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к решению задач типового расчета необходимо повторить соответствующие разделы учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

#### **Порядок выполнения задания:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести анализ содержания темы;
- изучить условия задачи;
- предложить вариант (или варианты) решения задачи;
- Проверить правильность выполнения заданий с использованием функций и операторов Mathcad.

#### **Форма контроля** – оценка правильности решенных задач

#### **Требования к оформлению задания:**

Решение задач должно быть представлено в письменной форме. Правильность выполнения заданий с использованием функций и операторов Mathcad подтверждена в электронной форме или на бумажном носителе.

#### **Рекомендуемые источники:**

1. Булычева Ю.В. Алгебра (часть 1): учеб. пособие/ Ю.В. Булычева, Ю.А. Лежнина. – Астрахань: АГТУ, 2017. – 132 с. - URL: [http:// portal2. astu.org](http://portal2.astu.org).
2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный.

— Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

3. Жуков В.М. Практические занятия по математике: теория, задания, ответы — Ростов-н/Д.: Феникс, 2015. — 343с. (Библиотека АГТУ, 100 экз.).

## **Тема «Векторные пространства. Линейные преобразования векторных пространств»**

**Задание 1.** — подготовиться к опросу по контрольным вопросам.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определение линейного пространства, приведите примеры линейных пространств.
2. Какая система векторов называется линейно зависимой? Приведите пример линейно зависимой системы векторов.
3. Какая система векторов называется линейно независимой? Приведите пример линейно независимой системы векторов.
4. Что называется базисом и размерностью линейного пространства? Приведите пример линейного пространства и его базиса.
5. Сформулируйте определение линейного оператора (преобразования).
6. Что называется матрицей и рангом линейного оператора?
7. Перечислите известные вам действия над линейными операторами. Запишите необходимые формулы.
8. Что называется обратным линейным преобразованием?
9. Есть ли условия существования обратного преобразования? Ответ аргументируйте.
10. Что называется собственным вектором и собственным значением линейного оператора? Приведите пример.

### **Требования к выполнению данного задания:**

При подготовке к опросу развивается умение обрабатывать и анализировать информацию, делать самостоятельные выводы, чётко и логично излагать свои мысли. Подготовку к опросу следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

### **Порядок выполнения работы:**

- изучить учебную информацию по теме;
- провести системно - структурированный анализ содержания темы;
- изучить обстоятельную характеристику контрольного вопроса;
- предложить вариант (или варианты) ответов на поставленные вопросы.

**Форма контроля** — правильность ответов на поставленные вопросы

### **Требования к оформлению задания:**

Ответы на контрольные вопросы должны быть представлены в письменной форме.

### **Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.
2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.

### **Задание 2.** – решить тесты

#### Тестовые задания

1. Система векторов  $a_1 = (1, 0, 0)$ ,  $a_2 = (0, 1, 0)$ ,  $a_3 = (0, 0, c)$  пространства  $R^3$  является линейно независимой, если...
  - 1)  $c = 0$ ;
  - 2)  $c$  – любой элемент  $R$ , не равный 0;
  - 3)  $c$  – любой элемент  $R$ ;
  - 4)  $c = 0$  или  $c = 1$ .
2. Система, состоящая из вектора  $a = (c, 0, 0)$  линейного пространства, является линейно независимой, если...
  - 1)  $c$  – любое действительное число, не равное 0;
  - 2)  $c = 0$ ;
  - 3)  $c$  – любое действительное число;
  - 4)  $c = 0$  или  $c = 1$ .
3. Дано линейное пространство многочленов не выше второй степени с действительными коэффициентами. Тогда векторы  $a_1 = 1 + 2x + 3x^2$ ,  $a_2 = 2 + 3x + 4x^2$  и  $a_3 = 3 + 5x + 7x^2$  линейно...
  - 1) зависимы, так как  $a_1$  есть линейная комбинация  $a_2$  и  $a_3$
  - 2) зависимы, так как  $a_2$  есть линейная комбинация  $a_1$  и  $a_3$
  - 3) зависимы, так как  $a_3$  есть линейная комбинация  $a_1$  и  $a_2$
  - 4) независимы.
4. Пусть  $e = \{e_1, e_2, e_3\}$  и  $e' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$  – базисы линейного пространства  $L$ . Известно, что  $e'_1 = -2e_1 + 7e_2 + 5e_3$ ,  $e'_2 = 2e_1 - 3e_2 - 7e_3$ ,  $e'_3 = 5e_2 - 6e_3$ . Тогда матрица перехода от базиса  $e$  к  $e'$  имеет вид:

$$1) \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 7 & -3 & 5 \\ 5 & -7 & -6 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} -2 & 7 & 5 \\ 2 & -3 & -7 \\ 0 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} -2 & 7 & 5 \\ 2 & -3 & -7 \\ 1 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

5. Пусть  $C$  – матрица перехода от базиса  $e$  к базису  $e'$  некоторого линейного пространства.  $X$  – столбец координат вектора  $a$  в базисе  $e'$ . Тогда столбец координат вектора  $a$  в базисе  $e$  можно найти по формуле:

$$1) C^{-1} \cdot X$$

$$2) X \cdot C$$

$$3) C \cdot X$$

$$4) X \cdot C^{-1}$$

6. Дано невырожденное линейное преобразование в матричной форме  $Y = A \cdot X$ , где  $A$  – матрица линейного оператора. Тогда обратное преобразование может быть записано в виде:

$$1) Y = X \cdot A$$

$$2) X = Y \cdot A^{-1}$$

$$3) X = A^{-1} \cdot Y$$

$$4) Y = A^{-1} \cdot X.$$

7. Дано линейное преобразование  $\begin{cases} y_1 = 5x_1 + 6x_2, \\ y_2 = 3x_1 + 4x_2 \end{cases}$  пространства. Тогда обратное преобразование для данного...

1) существует, т.к. определитель матрицы линейного оператора не равен 0

2) не существует, т.к. определитель матрицы линейного оператора равен 0

3) не существует, т.к. определитель матрицы линейного оператора не равен 0

4) существует, т.к. определитель матрицы линейного оператора равен 0

8. Дано линейное преобразование  $\begin{cases} y_1 = 5x_1 + 6x_2, \\ y_2 = 3x_1 + 4x_2 \end{cases}$  пространства. Матрица линейного оператора имеет вид:

1)  $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

9. Матрица тождественного преобразования в пространстве размерности 2 имеет вид:

1)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

10. Дана матрица линейного преобразования (оператора)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  в трехмерном линейном пространстве. Тогда преобразование в координатной форме имеет вид:

1)  $\begin{cases} y_1 = x_2 + x_3, \\ y_2 = x_1 + 2x_2, \\ y_3 = x_1 + x_2 + x_3 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} y_1 = x_1 + 2x_2, \\ y_2 = x_1 + 2x_2 + x_3, \\ y_3 = x_2 + x_3 \end{cases}$

3)  $\begin{cases} y_1 = x_2 + x_3, \\ y_2 = x_1 + 2x_2 + x_3, \\ y_3 = x_1 + x_3 \end{cases}$

$$4) \begin{cases} y_1 = x_1 + x_3, \\ y_2 = x_2 + x_3, \\ y_3 = x_1 + 2x_2 + x_3 \end{cases}$$

11. Даны два линейных преобразования  $\varphi_1: \begin{cases} x' = 2x + 2y, \\ y' = x + 5y \end{cases}$  и  $\varphi_2: \begin{cases} x' = 3x + 5y, \\ y' = 7x - 8y \end{cases}$  пространства.

Тогда матрица суммы преобразований  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  имеет вид:

$$1) \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$$

12. Собственные значения линейного оператора, заданного в пространстве матрицей  $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ , равны...

1) 0, 2;

2) 1, 2;

3) 2;

4) 6, -2.

### **Требования к выполнению данного задания:**

На выполнение всего теста дается определенное время: на решение индивидуального теста, состоящего из 10 заданий отводится 30 мин. Тест считается успешно выполненным в том случае, если он оценивается в 6 и более баллов (по 1 баллу за каждый верный ответ). Тест выполняется на индивидуальных бланках, выдаваемых преподавателем, и сдается ему на проверку.

### **Порядок выполнения задания:**

Тесты составлены с учетом лекционных материалов по теме дисциплины. Для подготовки к тестам необходимо изучить материал по теме дисциплины, необходимо понять логику изложенного материала. Этому немало способствует составление развернутого плана, таблиц, схем.

При решении тестов необходимо выполнить следующее

- Прежде всего, следует внимательно изучить структуру теста, оценить объем времени, выделяемого на данный тест, увидеть, какого типа задания в нем содержатся. Это поможет настроиться на работу.

- Лучше начинать отвечать на те вопросы, в правильности решения которых нет сомнений, пока не останавливаясь на тех, которые могут вызвать долгие раздумья. Это позволит успокоиться и сосредоточиться на выполнении более трудных вопросов.

- Очень важно всегда внимательно читать задания до конца, не пытаясь понять условия «по первым словам» или выполнив подобные задания в предыдущих тестированиях. Такая спешка нередко приводит к досадным ошибкам в самых легких вопросах.

- Если вы не знаете ответа на вопрос или не уверены в правильности, следует пропустить его и отметить, чтобы потом к нему вернуться.

- Многие задания можно быстрее решить, если не искать сразу правильный вариант ответа, а последовательно исключать те, которые явно не подходят. Метод исключения позволяет в итоге сконцентрировать внимание на одном-двух вероятных вариантах.

- Рассчитывать выполнение заданий нужно всегда так, чтобы осталось время на проверку и доработку (примерно 1/3-1/4 запланированного времени). Тогда вероятность описок сводится к нулю и имеется время, чтобы набрать максимум баллов на легких заданиях и сосредоточиться на решении более трудных, которые вначале пришлось пропустить.

**Форма контроля** – количество правильно решенных тестовых заданий.

**Требования к оформлению задания:**

Решение тестовых заданий должно быть представлено в письменной форме.

**Рекомендуемые источники:**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] : учеб.— СПб. : Лань, 2017. — 448 с. — URL: <http://e.lanbook.com/book/91080>.

2. Воскобойников, Ю.Е. Основы вычислений и программирования в пакете MathCAD PRIME [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.Е. Воскобойников, А.Ф. Задорожный. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 224 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72977>.