Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Астраханский государственный технический университет»
Система менеджмента качества в области образования, воспитания, науки и инноваций сертифицирована ООО «ДКС РУС» по международному стандарту ISO 9001:2015

Институт морских технологий, энергетики и транспорта

Кафедра «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Методические указания по выполнению самостоятельной работы

Направление подготовки
16.03.03 Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения

Профиль подготовки
Системы климатехники и жизнеобеспечения

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

АСТРАХАНЬ – 2024

Автор: доцент кафедры «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»
Хахов А.А.

Рецензент: заведующий кафедрой «Теплоэнергетика и холодильные машины», к.т.н.
Р.А.Ильин

Методические указания по выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Теоретическая механика» утверждены на заседании кафедры «Общеинженерные дисциплины и наземный транспорт»
28 июня 2024 г. протокол № 6

© Астраханский государственный технический университет, 2024

Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Теоретическая механика» предназначены для обучающихся по направлению подготовки 16.03.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения» (профиль подготовки «Системы климатехники и жизнеобеспечения»).

Цель методических указаний: оказание помощи обучающимся в выполнении самостоятельной работы по дисциплине «*Теоретическая механика*».

Настоящие методические указания содержат работы, которые позволят обучающимся самостоятельно овладеть теоретическими знаниями, практическими умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой деятельности и направлены на формирование следующих компетенций:

ОПК-1: Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.

В результате выполнения самостоятельной работы по дисциплине «*Теоретическая механика»* обучающиеся должны по компетенции ОПК-1:

Знать:
основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами.
Уметь:
применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области.
Владеть:
навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике.

Описание самостоятельной работы содержит тему, задания, требования к выполнению конкретного задания по данной теме, порядок выполнения задания, формы контроля, требования к оформлению заданий. Для получения дополнительной, более подробной информации по изучаемым вопросам приведены рекомендуемые источники.

1. Перечень видов самостоятельной работы по дисциплине

Тема	Вид самостоятельной работы	Форма контроля	СРС		Требования к выполнению заданий (знание и/или умение и/или владение навыками)
			Аудиторная СРС	Внеаудиторная СРС	
Тема 1. Основные понятия и аксиомы механики, операции с системами сил, действующими на твердое тело. Исследование условий равновесия системы сходящихся сил	Конспектирование. Самостоятельное решение разноуровневых задач	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и **Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики,

					применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами. **Уметь:** применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике
Тема 2. Условия равновесия произвольной плоской системы сил. Определение реакций связей в покоящейся системе сочленённых тел.	Конспектирование. Самостоятельное решение разноуровневых задач	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами. **Уметь:** применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных

					компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике
Тема 3. Трение скольжения и трение качения. Определение координат центра тяжести тел.	Конспектирование. Самостоятельное решение разноуровневых задач	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами. **Уметь:** применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике
Тема 4. Кинематика: кинематические характеристики движения точки при различных способах задания движения.	Конспектирование. Самостоятельное решение разноуровневых задач	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами.

					Уметь: применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике
Тема 5. Характеристики движения тела и его отдельных точек при поступательном, вращательном, плоскопараллельном движении.	Конспектирование. Самостоятельное решение разноуровневых задач	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами. **Уметь:** применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике
Тема 6. Динамика точки. Законы динамики мате-	Конспектирование. Самостоятельное ре-	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения матери-

риальной точки. Дифференциальные уравнения движения точки.	шение разноуровневых задач				альной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами. **Уметь:** применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике
Тема 7. Динамика механической системы. Теоремы о движении центра масс, об изменении количества движения, кинетического момента и изменении кинетической энергии системы.	Конспектирование. Самостоятельное решение разноуровневых задач	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами. **Уметь:** применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные

					методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике
Тема 8. Принцип Д'Аламбера.	Конспектирование. Самостоятельное решение разноуровневых задач	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами. **Уметь:** применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике
Тема 9. Общее уравнение динамики (принцип Д'Аламбера-Лагранжа).	Конспектирование. Самостоятельное решение разноуровневых задач	Устный опрос	+	+	**Знать:** основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы; методы механики, применяемые в прикладных дисциплинах; возможности аппарата дисциплины и границы применимости ее моделей, междисциплинарные связи с естественнонаучными, общепрофессиональными и специальными дисциплинами.

					Уметь: применять полученные знания для решения задач техники в профессиональной области. **Владеть:** навыками самостоятельного построения и исследования математических механических моделей технических систем, квалифицированно применяя аналитические и численные методы исследования и используя возможности современных компьютеров и информационных технологий; навыками решения типовых задач по статике, кинематике и динамике

2. Тематика и задания самостоятельной работы

Тема 1.
Основные понятия и аксиомы механики, операции с системами сил, действующими на твердое тело.
Исследование условий равновесия системы сходящихся сил

Задачи данного типа могут решаться либо геометрическим (графическим) способом, либо аналитическим. При решении задач геометрическим (графическим) способом необходимо придерживаться следующего порядка:

1. Выделите тело (или точку), равновесие которого следует рассмотреть.
2. Изобразите все активные (заданные) силы, действующие на выделенное тело.
3. Освободите это тело от наложенных на него связей, заменив их действие реакциями связей.
4. Постройте замкнутый силовой многоугольник (или треугольник – если действуют три силы), сложив сначала все заданные силы, а затем достроив неизвестные силы.
5. Решите силовой многоугольник (по известным элементам определите неизвестные) или, если силовой многоугольник построен в масштабе, определите искомые силы по масштабу.

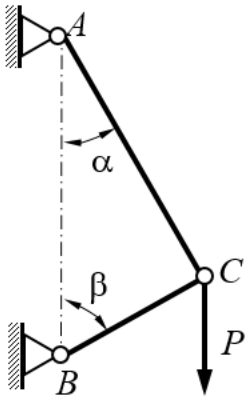
При решении задач аналитическим способом рекомендуется придерживаться следующего порядка:

1. Выделите точку, равновесие которой надо рассмотреть.
2. Изобразите активные (заданные) силы.
3. Освободите точку от связей, приложив соответствующие реакции. При этом необходимо убедиться, что данная задача является статически определимой – число неизвестных величин должно быть не более двух или трёх (в случаях плоской и пространственной систем сходящихся сил соответственно).
4. Направьте оси координат.
5. Составить уравнения равновесия системы сходящихся сил, из которых определите неизвестные величины.

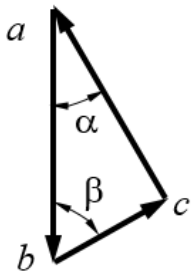
Типовое задание 1

Стержни AC и BC соединены между собой и с вертикальной стеной посредством шарниров. На шарнирный болт C действует вертикальная сила $P = 1000$ Н.

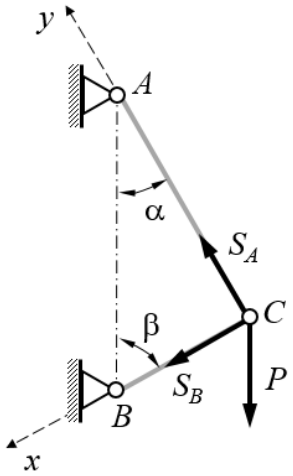
Определите реакции этих стержней на шарнирный болт *C*, если углы, составляемые стержнями со стеной, равны: $\alpha = 30°$ и $\beta = 60°$.



Исходная схема



Замкнутый треугольник сил



Расчётная схема

Решение.

Рассмотрим два способа решения задачи – геометрический и аналитический.

I. *Геометрический способ*. Объектом исследования в данной задаче является болт *C*, нагруженный заданной силой $\overline{P}$ и соединяющий между собой стержни *AC* и *BC*, реакции которых нужно определить. Отбросим связи (стержни *AC* и *CB*), заменив их действие реакциями $\overline{S}_A$ и $\overline{S}_B$.

Построим замкнутый треугольник *abc* для сил $\overline{P}$, $\overline{S}_A$ и $\overline{S}_B$ (так как болт *C* находится в равновесии), начав построение с известной силы $\overline{P}$, которую изобразим вектором $\overline{ab}$, тогда вектор $\overline{bc}$ определит силу $\overline{S}_B$, а вектор $\overline{ca}$ – силу $\overline{S}_A$. При этом следует учесть, что известны только направления реакций связей. Измерив отрезки $\overline{bc}$ и $\overline{ca}$, найдём величины неизвестных сил $\overline{S}_B$ и $\overline{S}_A$, и задача будет графически решена.

Величины неизвестных сил $\overline{S}_A$ и $\overline{S}_B$ можно найти тригонометрически, решив силовой треугольник abc, поскольку в этом треугольнике известны сторона ab и два угла α и β. Итак, построим в масштабе вектор $\overline{ab}$ (который, как и $\overline{P}$, направлен вертикально вниз), из точки a под углом α проведём одну линию, из точки b под углом β проведём вторую линию до пересечения их в точке c, треугольники ΔABC и Δabc подобны.

По условию задачи $\alpha + \beta = 90^\circ$, следовательно, Δabc – прямоугольный. Из этого треугольника находим:

$$S_B = P \sin\alpha = P \sin 30^\circ = 1000 \cdot 0{,}5 = 500 \text{ Н},$$

$$S_A = P \cos\alpha = P \cos 30^\circ = 1000 \cdot 0{,}866 = 866 \text{ Н}.$$

II. *Аналитический способ*. Выполним пункты 1-3 аналогично, как и при решении задачи геометрическим (графическим) способом. Продолжим решение данной задачи с пункта 4 – выберем систему координат. Так как угол между неизвестными силами $\overline{S}_A$ и $\overline{S}_B$ равен 90°, то удобнее всего направить оси координат по линиям действия этих сил – направим *Ox* по линии действия $\overline{S}_B$, а ось *Oy* – по линии действия $\overline{S}_A$.

Для данной плоской системы сходящихся сил составим 2 уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{kx} = 0: \; P \cos\beta + S_B = 0,$$

$$\text{откуда } S_B = -P \cos\beta = -1000 \cdot 0{,}5 = -500 \text{ Н}.$$

$$\Sigma F_{ky} = 0: \; S_A - P \cos\alpha = 0;$$

откуда $S_A = P \cos\alpha = 1000 \cdot 0{,}866 = 866$ Н.

При аналитическом способе заранее неизвестно, в какую сторону направить реакции стрежней вдоль прямых *AC* и *BC*. Если в результате решения получим положительные значения, то реакции были направлены верно, если получим отрицательные, то выбранное направление реакции изменим на противоположное.

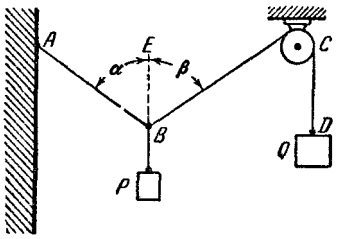
Ответ: $S_B = 500$ Н, $S_A = 866$ Н.

Требования к выполнению задания 1 по данной теме:
Сделать библиографическое описание документа.
Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.
Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.
На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания 1:
Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.
Композиционно оформите конспект.
Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Требования к оформлению задания 1: Ответы на вопросы представить в рабочей тетради. Конспектируя, оставлять место для дополнений, заметок, записей незнакомых терминов.

Типовое задание 2:
Самостоятельное решение ситуационных задач (тренинг).



К веревке *AB*, один конец которой закреплен в точке *A*, привязаны в точке *B* груз *P* и веревка *BCD*, перекинутая через блок; к ее концу *D* привязана гиря *Q* весом 100 Н. Определить, пренебрегая трением на блоке, натяжение *T* веревки *AB* и величину груза *P*, если в положении равновесия углы, образуемые веревками с вертикалью *BE*, равны $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$.

Требования к выполнению задания 2 по теме: При подготовке к решению задач повторить соответствующие разделы учебника и учебных пособий по данной теме, конспектов лекций

Порядок выполнения задания 2: Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, предложить вариант(ы) решения задач.

Требования к оформлению задания 2: Решение задач представить в письменной форме в рабочей тетради.

Форма контроля: Устный опрос.

Контрольные вопросы для проведения опроса по теме:

1. Предмет теоретической механики и ее связь с другими дисциплинами.
2. Определение статики
3. Понятия «равновесия» и «твердого тела» в статике
4. Определение силы и ее основные характеристики
5. Основные определения сил и их систем: «система сил», «уравновешенная система сил», (привести примеры).
6. Основные определения сил и их систем: «равнодействующая системы сил», «эквивалентная система сил» (привести примеры).
7. Подразделение сил на внешние и внутренние (привести примеры).
8. Подразделение сил на внешние и внутренние, сосредоточенные и распределенные силы (привести примеры)
9. Равнодействующая распределенной силы. Понятие о равнодействующей равномерно распределенной нагрузки, интенсивность распределенной нагрузки в частном и общем случаях, их вычисление, примеры
10. Проекции силы на оси координат, вычисление, основные тригонометрические тождества
11. Аксиомы статики: аксиома равновесия двух сил (понятие свободного тела)
12. Аксиомы статики: аксиома присоединения и исключения уравновешенной системы сил, ее следствие.
13. Аксиомы статики: аксиома параллелограмма сил. Сложение двух сил, приложенных в одной точке, векторным и аналитическим способами (привести примеры)
14. Аксиомы статики: аксиома равенства действия и противодействия. Образуют ли силы в рассматриваемой аксиоме уравновешенную систему сил?
15. Аксиомы статики: аксиома отвердевания (привести пример ее применения в статических расчетах)
16. Связи и их реакции (привести примеры). Классификация основных видов связей тел, лежащих в плоскости
17. Понятие «система сходящихся сил». Главный вектор системы сходящихся сил, его графическое и аналитическое вычисление. Когда равнодействующая системы сходящихся сил равна главному вектору (привести пример)?
18. Теорема о трех непараллельных силах (привести примеры)
19. Определение главного вектора системы сходящихся сил
20. Определение реакций связей системы сходящихся векторным способом
21. Определение реакций связей системы сходящихся аналитическим способом
22. Что называют масштабным коэффициентом при решении задач на определение условий равновесия системы сходящихся сил?
23. Общая методика решения задач статики (система сходящихся сил)

Рекомендуемые источники:

1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672

с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093
5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570
7. Невенчанная, Т.О., Хохлова О.А., Пономарева Е.В., Хохлов А.В. Курс теоретической механики. Статика: учеб. пособие/ Моск. гос. ун-т печати им. Ивана Федорова – М.: МГУП имени Ивана Федорова, 2013. – 188 с.

Тема 2:
Условия равновесия произвольной плоской системы сил. Определение реакций связей в покоящейся системе сочленённых тел

При практическом решении задач можно пользоваться любой из трёх форм уравнений равновесия, однако, предпочтительнее выбрать первую (или основную) форму уравнений равновесия.

Оси координат и моментные точки можно выбирать произвольно. Для того, чтобы полученные уравнения равновесия содержали в своём составе только одну неизвестную величину, целесообразно выбирать направления координатных осей перпендикулярно к направлению искомых неизвестных реакций (сил). За счёт того, что искомые неизвестные реакции (силы) при подобном выборе окажутся по направлению перпендикулярными к осям координат, при составлении уравнений проекций эти неизвестные в уравнения проекций не войдут. В качестве моментных точек следует выбирать такие точки, в которых пересекаются линии действия наибольшего числа неизвестных реакций (сил), тогда в уравнении моментов будет содержаться только одна неизвестная искомая реакция (сила, момент).

Порядок решения задач:

1. Выделите объект исследования – твёрдое тело, равновесие которого надо рассмотреть.
2. Изобразите на расчётной схеме все активные (заданные) силы.
3. Проанализируйте наложенные связи. Примените аксиому осовбождаемости от связей, приложите соответствующие реакции. Проверьте условие статической определимости задачи: число неизвестных величин должно быть не более трёх.
4. Направьте оси координат, выберите моментные точки.
5. Составить уравнения равновесия произвольной плоской системы сил.
6. Решите систему полученных уравнений равновесия относительно неизвестных величин. Если в результате решения искомая реакция получается положительной, то это значит, что направление её выбрано верно, если отрицательной, то направление реакции противоположно выбранному (модуль её при этом остается прежним).
7. Выполните проверку правильности решения, составив не применявшуюся при решении сумму моментов или проекций. При составлении уравнения проверки правильности реше-

ния учитывайте исправленные направления реакций. В случае равенства нулю алгебраической суммы проекций или моментов считается, что проверка сошлась, и задача решена правильно.

Типовая задача по теме.

Жёсткая рама *AB*, размеры которой указаны на рис. 1 (*a*=1м), закреплена шарнирно в неподвижной точке *A*, а правым концом опирается с помощью шарнирно-подвижной опоры на гладкую вертикальную плоскость. Левая часть рамы нагружена распределённой по линейному закону нагрузкой интенсивностью *q*=2кН/м. К раме приложены силы F_1 =20 кН и F_2=10кН, расположенные под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, а также пара сил с моментом *M*=4кН·м. *Определите* реакции опор заданной конструкции.

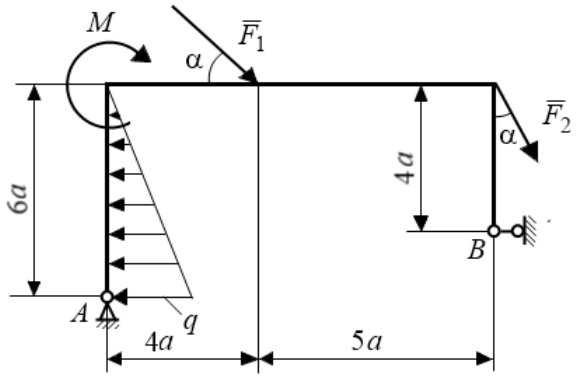


Рис. 1. Исходная схема

Решение.

1. Объектом исследования является жёсткая рама *AB*. Рассмотрим равновесие плоской системы сил, действующей на жёсткую раму *AB*.

2. Покажем на расчётной схеме (рис. 2) рамы действующие силы $\overline{F}_1$ и $\overline{F}_2$, пару сил с моментом *M*, распределённую по линейному закону нагрузку заменим равнодействующей $\overline{Q}$, по модулю равной:

$$Q = \frac{1}{2} q \cdot 6a = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \ (\text{кН})$$

и прикладываемой на расстоянии $6a/3$ от точки *A*.

3. Мысленно отбрасываем связи в точках *A* и *B* и заменям их реакциями $\overline{R}_B; \overline{X}_A; \overline{Y}_A$

.4. Проводим через точку *A* оси координат *Axy* и выбираем её в качестве моментной точки.

5. Составляем три уравнения равновесия для данной произвольной плоской системы сил:

$$\Sigma F_{kx} = 0; \ -X_A - Q + F_1 \cdot \cos\alpha + F_2 \cdot \sin\alpha - R_B = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} = 0; \ -Y_A - F_1 \cdot \sin\alpha - F_2 \cdot \cos\alpha = 0;$$

$$\Sigma m_A\left(\overline{F}_k\right) = 0; \ Q \cdot 2a - M - F_1 \cdot 6a \cdot \cos\alpha - F_1 \cdot 4a \cdot \sin\alpha - F_2 \cdot 6a \cdot \sin\alpha -$$

$$-F_2 \cdot 9a \cdot \cos\alpha + R_B \cdot 2a = 0.$$

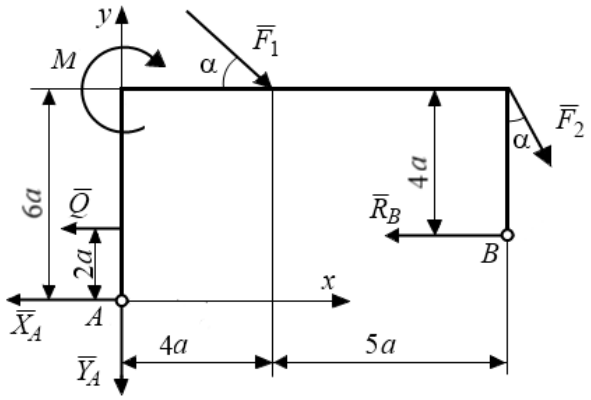


Рис. 2. Расчетная схема

6. Решаем полученную систему уравнений равновесия.

Из последнего уравнения находим R_B:

$$R_B = M/2 + F_1 \cdot \left(3\cos 30^\circ - 2\sin 30^\circ\right) + F_2 \cdot \left(3\sin 30^\circ - 4{,}5\cos 30^\circ\right) - Q =$$

$$= 4/2 + 20 \cdot \left(3\cos 30^\circ - 2\sin 30^\circ\right) + 10 \cdot \left(3\sin 30^\circ - 4{,}5\cos 30^\circ\right) - 6 \approx 122 \ (\text{кН}).$$

Из первого уравнения определяем X_A:

$$X_A = F_1 \cdot \cos 30^\circ + F_2 \cdot \cos 30^\circ - Q - R_B = 20 \cdot \cos 30^\circ + 10 \cdot \cos 30^\circ - 6 - 122 =$$

$$= -105{,}68 \ (\text{кН}).$$

Из второго уравнения определяем Y_A:

$$Y_A = -F_1 \cdot \sin 30^\circ - F_2 \cdot \sin 30^\circ = -20 \cdot \sin 30^\circ - 10 \cdot \sin 30^\circ = -18{,}66 \ (\text{кН}).$$

7. Выполним проверку правильности решения. Составим сумму моментов относительно точки *B*:

$$\Sigma m_B\left(\overline{F}_k\right) = 0; \ -M - F_1 \cdot 4a \cdot \cos\alpha + F_1 \cdot 5a \cdot \sin\alpha - F_2 \cdot 4a \cdot \sin\alpha - X_A \cdot 2a + Y_A \cdot 9a = 0;$$

$$-4 - 20 \cdot 4 \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ + 20 \cdot 5 \cdot 1 \cdot \sin 30^\circ - 10 \cdot 4 \cdot 1 \cdot \sin 30^\circ - \left(-105{,}68\right) \cdot 2 \cdot 1 +$$

$$+ \left(-18{,}66\right) \cdot 9 \cdot 1 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

Ответ: $X_A = -105{,}68 \ (\text{кН}); \ Y_A = -18{,}66 \ (\text{кН}); \ R_B = 122 \ (\text{кН})$.

Знак «минус» свидетельствует о том, что составляющая реакции связи должна быть направлена в другую сторону.

Требования к выполнению задания по данной теме:

Сделать библиографическое описание документа.

Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.

Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.

Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.

На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания:

Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.

Композиционно оформите конспект.

Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Требования к оформлению задания
Контрольные задания по теме приведены в рабочей программе дисциплины.
Решение задачи представить в рабочей тетради с комментариями и иллюстрациями.

Форма контроля: Устный опрос.

Контрольные вопросы по теме:

1. Понятие «момент силы», его вычисление, свойства, размерность. Привести примеры
2. Понятие «пара сил», его вычисление и свойства, размерность. Образует ли пара сил уравновешенную систему сил? Привести примеры
3. Теорема Вариньона: формулировка и доказательство на конкретном примере
4. Теорема о параллельном переносе силы (метод Пуансо). Формулировка и доказательство. Привести примеры.
5. Произвольная система сил. Понятие «произвольная система сил». Приведение произвольной системы сил к некоторому центру. Понятия «главный вектор» и «главный момент» произвольной системы сил. Равновесие произвольной системы сил в векторной и в аналитической формах
6. Условия равновесия произвольной плоской системы сил в векторной и в аналитической формах (3 формы условий равновесия). Привести примеры
7. Общая методика решения задач статики (произвольная плоская система сил)

Рекомендуемые источники:

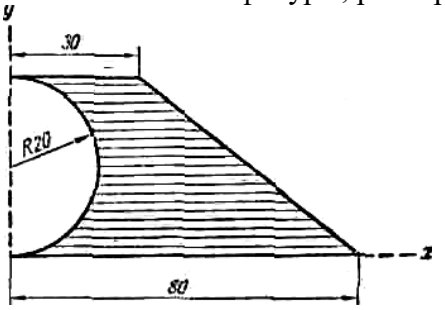
1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093
5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570
7. Невенчанная, Т.О., Хохлова О.А., Пономарева Е.В., Хохлов А.В. Курс теоретической механики. Статика: учеб. пособие/ Моск. гос. ун-т печати им. Ивана Федорова – М.: МГУП имени Ивана Федорова, 2013. – 188 с.

Тема 3:

Трение скольжения и трение качения.
Определение координат центра тяжести тел.

Типовая задача по теме

Найти координаты центра тяжести плоской фигуры, размеры — в сантиметрах.



Решение

Координаты центра тяжести площади определяем по формулам:

$$x_C = \frac{\Sigma F_i x_i}{F}; \qquad y_C = \frac{\Sigma F_i y_i}{F}.$$

Чтобы воспользоваться этими формулами, площадь фигуры делим на отдельные части, положения центров тяжести которых известны. В данном случае такими частями являются: прямоугольник, треугольник и половина круга (рис.2). Площадь половины круга, вырезанную из площади прямоугольника, считаем отрицательной.

Имеем:

площадь прямоугольника

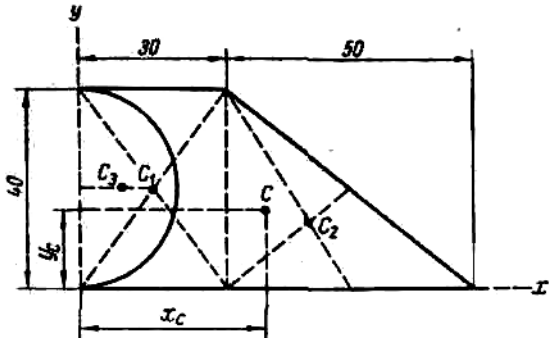
$$F_1 = 40 \bullet 30 = 1200\ см^2,$$

площадь треугольника

$$F_2 = \frac{40 \cdot 50}{2} = 1000\ см^2;$$

площадь половины круга

$$F_3 = \frac{\pi \cdot 20^2}{2} = 200\ \pi = 628\ см^2$$



Центры тяжести рассматриваемых частей сечения имеют следующие координаты:

для прямоугольника

$$x_1 = 15\ см; \qquad y_1 = 20\ см;$$

для треугольника

$$x_2 = 30 + \frac{50}{3} = 46{,}7\ см; \qquad y_2 = \frac{40}{3} = 13{,}3\ см;$$

для половины круга

$$x_3 = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4 \cdot 20}{3\pi} = 8{,}5\ см; \qquad y_3 = 20\ см.$$

Для вычисления координат центра тяжести плоской фигуры составляем таблицу.

Номер элемента	F_i ,$см^2$	x_i ,$см$	y_i ,$см$	$S_{iy} = F_i x_i$, $см^3$	$S_{ix} = F_i y_i$, $см^3$
1	1200	15,0	20,0	18000	24000
2	1000	46,7	13,3	46700	13300
3	–628	8,5	20,0	–5338	–12560
Σ	1572	––	––	59362	24700

По формулам (1) вычисляем координаты центра тяжести плоской фигуры:

$$x_C = \frac{59362}{1572} = 37{,}8\ см; \qquad y_C = \frac{24700}{1572} = 15{,}7\ см.$$

Требования к выполнению задания по данной теме:
Сделать библиографическое описание документа.
Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.
Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.
На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания:
Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.
Композиционно оформите конспект.
Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Требования к оформлению задания: Ответы на вопросы представить в рабочей тетради. Конспектируя, оставлять место для дополнений, заметок, записей незнакомых терминов.

Форма контроля: Устный опрос.

Контрольные вопросы для проведения опроса по теме
1. Трение скольжения.
2. Трение качения.
3. Методы определения центров тяжести тел.

Рекомендуемые источники:
1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093

5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570
7. Невенчанная, Т.О., Хохлова О.А., Пономарева Е.В., Хохлов А.В. Курс теоретической механики. Статика: учеб. пособие/ Моск. гос. ун-т печати им. Ивана Федорова – М.: МГУП имени Ивана Федорова, 2013. – 188 с.

Тема 4.
Кинематика: кинематические характеристики движения точки при различных способах задания движения

Методические указания

Перед выполнением задания необходимо изучить тему «Кинематика точки». При решении задачи на определение уравнения траектории точки и ее кинематических характеристик целесообразно придерживаться следующего порядка:

1) исключить из уравнений движения точки в координатной форме время и получить уравнение относительно координат точки;

2) построить траекторию точки, указав при этом, является ли траекторией движения точки вся линия или какая-то ее часть;

3) по уравнениям движения точки найти ее координаты, проекции скорости и ускорения на оси координат в данный момент времени, показать на чертеже положение точки и построить векторы скорости и ускорения;

4) определить касательное и нормальное ускорения точки в данный момент времени и показать на чертеже разложение вектора ускорения точки на указанные составляющие;

5) определить по направлениям векторов скорости и касательного ускорения точки, является ли ее движение в данный момент времени ускоренным или замедленным;

6) найти радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

В некоторых вариантах при расчетах следует использовать тригонометрические тождества:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1; \quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha.$$

Типовая задача 1.

Точка M движется в плоскости Oxy. По заданным уравнениям движения $x=x(t)$, $y=y(t)$ точки M (где x и y выражены в сантиметрах, t - в секундах) найдите траекторию точки, а также для заданного момента времени $t=t_1$ найдите положение точки на ее траектории, определите и постройте векторы скорости, нормального, касательного и полного ускорений, вычислите радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Исходные данные:

$x(t) = -4\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot t}{3}\right) - 1$, $y(t) = -4\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot t}{3}\right)$ [см] - уравнения движения точки,

t_1=1 [с] – заданный момент времени, t_0=0 [с] – начальный момент времени.

Решение.

1) Уравнения движения $x(t)$, $y(t)$ являются также *уравнениями траектории в параметрическом виде*. Для получения *уравнения траектории в координатной форме*, исключаем из уравнений движения параметр t. Пользуясь основным тригонометрическим тождеством ($\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$), получаем следующее уравнение

$$(x(t)+1)^2+(y(t))^2=4 \quad (1).$$

Из уравнения (1) следует, что траектория движения точки представляет собой окружность радиусом 2 [см] с центром в точке с координатами (-1;0).

В начальный момент времени t_0=0 [с] координаты точки M равны

x_0=-5 [см], y_0=0 [см].

В рассматриваемый момент времени t_1 = 1 [с] координаты точки M равны

x=-3 [см], y=-3,46 [см].

2) Модуль скорости точки определим по формуле

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2},$$

где v_x, v_y – проекции скорости на оси x и y.

$$v_x=\frac{dx}{dt}=\frac{4\pi}{3}\sin(\frac{\pi t}{3}),\ v_y=\frac{dy}{dt}=-\frac{4\pi}{3}\cos(\frac{\pi t}{3}) \quad (2).$$

При t_1=1[с] $v_{x(t1)}$=3,62 [см/с], $v_{y(t1)}$=-2,09 [см/с], v=4,18 [см/с].

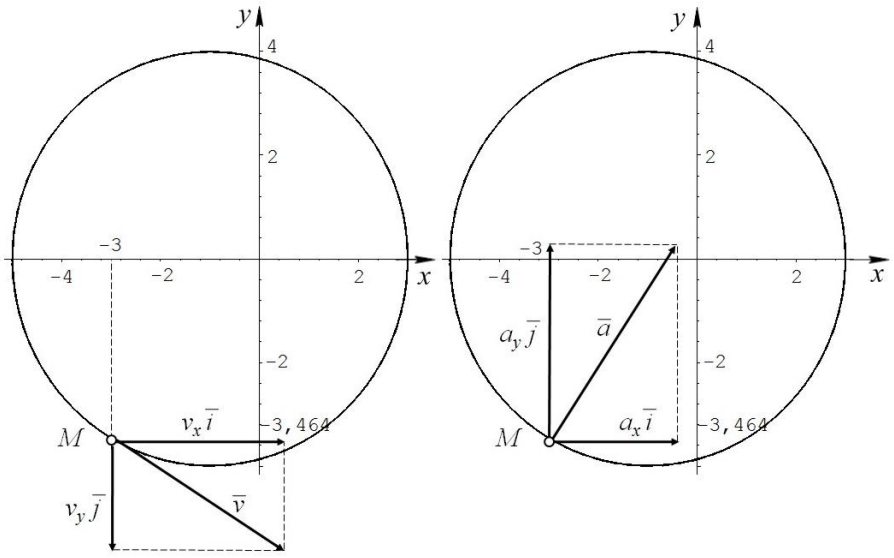
3) Модуль полного ускорения точки вычислим по формуле

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2},$$

где a_x, a_y – проекции ускорения на оси x и y.

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=\frac{4\pi^2}{9}\cos(\frac{\pi t}{3}),\ a_y=\frac{dv_y}{dt}=\frac{4\pi^2}{9}\sin(\frac{\pi t}{3}) \quad (3).$$

При t_1=1[с] $a_{x(t1)}$=2,19 [см/с^2], $a_{y(t1)}$=3,80 [см/с^2], a=4,38 [см/с^2].



Построение скоростей и ускорений точки

4) Определение касательного ускорения точки

$$a_\tau=\frac{v_x\cdot a_x+v_y\cdot a_y}{v},$$

$$a_\tau=\frac{v_x\cdot a_x+v_y\cdot a_y}{v}=\frac{3,62\cdot 2,19+(-2,09\cdot 3,80)}{4,18}=0 \text{ [см/с}^2\text{]}.$$

5) Определение нормального ускорения точки

$$a_n=\sqrt{a^2-a^2{}_\tau},$$

$$a_n=\sqrt{4,38^2-0^2}=4,38 \text{ [см/с}^2\text{]}.$$

6) Определение радиуса кривизны траектории

$$\rho = \frac{v^2}{a_n},\ \rho = \frac{4{,}18^2}{4{,}38} = 4\ \text{[см]}.$$

Контрольные вопросы для проведения опроса по теме:
1. Определение кинематики. Основные понятия: движение, время, пространство. Какие задачи рассматриваются в кинематике?
2. Кинематика точки. Основные характеристики кинематики точки: траектория, скорость, ускорение точки.
3. Векторный способ задания движения точки: закон движения, скорость и ускорение точки
4. Координатный способ задания движения точки: закон движения, скорость и ускорение точки
5. Естественный способ задания движения точки: закон движения, скорость и ускорение точки
6. Естественные оси координат (оси естественного трехгранника)
7. Привести формулу связи векторного и координатного способов задания движения точки
8. Частные случаи движения точки: неравномерное прямолинейное и равномерное прямолинейное движение
9. Частные случаи движения точки: равномерное криволинейное движение
10. Частные случаи движения точки: равнопеременное криволинейное движение
11. Методика решения задач кинематики точки при координатном способе задания движения. Привести пример

Требования к выполнению задачи 1 по теме:
Сделать библиографическое описание документа.
Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.
Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.
На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания 1:
Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.
Композиционно оформите конспект.
Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Форма контроля: Опрос по теме лекции.

Требования к оформлению задания 1: Ответы на вопросы представить в рабочей тетради. Конспектируя, оставлять место для дополнений, заметок, записей незнакомых терминов.

Рекомендуемые источники:
1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672

с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093
5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570
7. Хохлова, О.А., Пономарева Е.В., Хохлов А.В. Теоретическая механика. Кинематика: учеб. пособие / Астрахан. гос. техн. ун-т /— Астрахань: Изд-во АГТУ, 2013. — 144с.

Типовое задание 2: Самостоятельное решение ситуационных задач (тренинг).

Точка *M* движется в плоскости *Oxy*. По заданным уравнениям движения $x = x(t)$, $y = y(t)$ точки *M* **(**где *x* и *y* выражены в сантиметрах, *t* - в секундах) найти траекторию точки, а также для заданного момента времени $t=t_1$ найти положение точки на её траектории, определить и построить векторы скорости, нормального, касательного и полного ускорений, вычислить радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Необходимые для решения данные приведены в таблице.

Таблица

Номер варианта	Уравнения движения		t_1, с
	$x = x(t)$, см	$y = y(t)$, см	
1	$-2t^2+3$	$-5t$	1/2
2	$4\cos^2(\pi t/3)+2$	$4\sin^2(\pi t/3)$	1
3	$-\cos(\pi t^2/3)+3$	$\sin(\pi t^2/3)-1$	1
4	$4t+4$	$-4/(t+1)$	2
5	$2\sin(\pi t/3)$	$-3\cos(\pi t/3)+4$	1
6	$3t^2+2$	$-14t$	1/2
7	$3t^2-t+1$	$5t^2-5t/3-2$	1
8	$7\sin(\pi t^2/6)+3$	$2-7\cos(\pi t^2/6)$	1
9	$-3/(t+2)$	$3t+6$	2
10	$-4\cos(\pi t/3)$	$-2\sin(\pi t/3)-3$	1
11	$-4t^2+1$	$8-3t$	1/2
12	$5\sin^2(\pi t/6)$	$-5\cos^2(\pi t/6)-3$	1
13	$5\cos(\pi t^2/3)$	$-5\sin(\pi t^2/3)$	1
14	$-2t-2$	$-2/(t+1)$	2
15	$4\cos(\pi t/3)$	$-3\sin(\pi t/3)$	1
16	$3t$	$4t^2+1$	1/2
17	$7\sin^2(\pi t/6)-5$	$-7\cos^2(\pi t/6)$	1
18	$1+3\cos(\pi t^2/3)$	$3\sin(\pi t^2/3)+3$	1
19	$-5t^2-4$	$3t$	1
20	$2-3t-6t^2$	$3-3t/2-3t^2$	0
21	$6\sin(\pi t^2/6)-2$	$6\cos(\pi t^2/6)+3$	1
22	$7t^2-3$	$5t$	1/4
23	$3-3t^2+t$	$4-5t^2+5t/3$	1

Требования к выполнению задания 2 по данной теме: При подготовке к решению задач повторить соответствующие разделы учебника и учебных пособий по данной теме, конспектов лекций
Порядок выполнения задания 2: Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, предложить вариант(ы) решения задач.

Форма контроля: Отчет по практической работе. Правильность решенных задач с изложением порядка решения задачи, обоснования рациональности выбранного способа решения.

Требования к оформлению задания 2:
Пояснительная записка оформляется на листах белой бумаги форматом А4. Шрифт Times New Roman 12, интервал 1,5, правое поле - 1,5 см, левое поле – 3 см, верхнее поле - 2 см, нижнее – 2 см, страницы должны быть пронумерованы, кроме титульного листа, нумерация страниц - внизу. Записка включает следующие разделы: титульный лист, задание, решение задач и пояснения к ним, содержащие необходимые уравнения, выводы соответствующих зависимостей, расчеты, сопровождаемые требуемыми графическими иллюстрациями, чертежами. Материал излагается последовательно и логично, формулировки четкие, исключающие неоднозначность толкования. В конце пояснительной записки приводится список литературных источников, используемых студентом при выполнении.

Рекомендуемые источники:
1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093
5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие/ А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570
7. Хохлова, О.А., Пономарева Е.В., Хохлов А.В. Теоретическая механика. Кинематика: учеб. пособие / Астрахан. гос. техн. ун-т /— Астрахань: Изд-во АГТУ, 2013. — 144с.

Тема 5:
Характеристики движения тела и его отдельных точек при поступательном, вращательном, плоскопараллельном движении.

Методические указания

Перед выполнением задания необходимо изучить тему «Простейшие движения твердого тела». При решении задач двух типов рекомендуется придерживаться следующей последовательности.

Первый тип задач – задано уравнение вращения *i*-ого колеса:

1) Найдите угловую скорость и угловое ускорение *i*-ого колеса, дважды дифференцируя по времени заданный закон вращения;

2) Исходя из расчетной схемы, определите угловые скорости и угловые ускорения колес, находящихся в зацеплении с *i*-м колесом, либо соединенных с ним ременной передачей;

3) Последовательно обходя кинематическую схему, найдите угловые скорости и угловые ускорения всех ступенчатых колес исследуемого механизма;

4) Зная угловые скорости и угловые ускорения всех ступенчатых колес, найдите скорость и ускорения обозначенных на схеме точек, а также рейки *4* и груза *5*;

5) Изобразите на расчетной схеме все найденные кинематические характеристики с учетом положительного направления, заданного в исходных данных.

Второй тип задачи – задан закон поступательного движения рейки (груза):

1) Найдите скорость и ускорение рейки (груза), дважды дифференцируя по времени заданный закон движения тела;

2) Скорость и касательное ускорение точки ступенчатого колеса, находящегося в зацеплении с рейкой, закон движения которой задан, будут равны скорости и касательному ускорению этой рейки. Аналогично, если задан закон движения груза, то его скорость и ускорение будут равны по модулю скорости и касательному ускорению точки контакта нити и ступенчатого колеса.

3) Остальные вычисления кинематических характеристик произведите аналогично первому типу задач.

Типовая задача.

Механизм состоит из ступенчатых колес 1-3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес. Радиусы ступеней колес 1–3 равны соответственно: r_1=2 [см], R_1=4 [см], r_2=6 [см], R_2=8 [см], r_3=12 [см], R_3=16 [см]. На ободах колес расположены точки *A*, *B* и *C*.

Зная закон вращения *3*-го колеса $\varphi_3 = 8t - 3t^2$ [рад] для момента времени $t_1 = 1{,}5$ [сек], *найдите* величины скоростей и ускорений точек *A, B, C*, рейки 4, груза 5, а также угловые скорости и угловые ускорения колес 1, 2, 3.

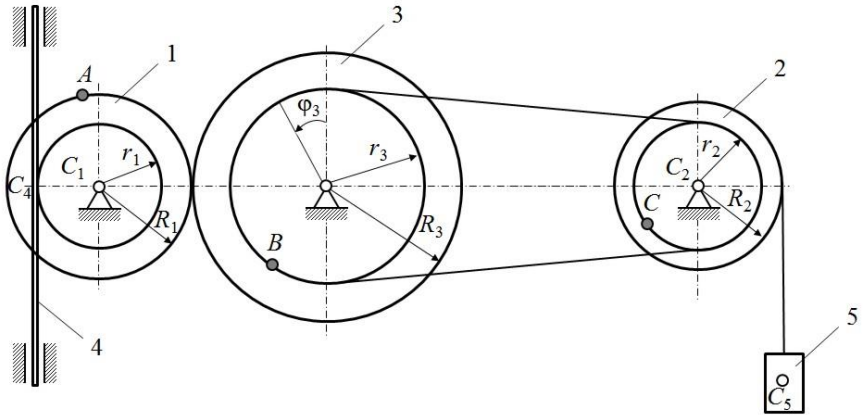


Схема механизма

Указания: Положительным для $\varphi_3 = f(t)$ считается вращение 3-го колеса против хода часовой стрелки. При решении задачи учесть, что, когда два колеса находятся в зацеплении, скорость точки зацепления каждого колеса одна и та же, а когда два колеса связаны ременной передачей, то скорости всех точек ремня и, следовательно, точек, лежащих на ободе каждого из этих колес, в данный момент времени численно одинаковы; при этом считать, что ремень по ободу колеса не скользит.

Решение. Рассматриваемый механизм состоит из пяти подвижных тел (рис. 1): ступенчатые колеса 1-3 совершают вращательные движения вокруг осей, проходящих через

точки C_1, C_2 и C_3 соответственно, зубчатая рейка 4 и груз 5 совершают поступательное движение.

Определяем угловую скорость и угловое ускорение ступенчатого колеса 3, дважды взяв производные по времени от закона движения $\varphi_3 = f(t)$:

$$\omega_3 = \frac{d\varphi_3}{dt} = (8t - 3t^2)' = 8 - 6 \cdot t,$$

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = (8 - 6 \cdot t)' = -6 \text{ [рад/с}^2\text{]}.$$

В момент времени $t_1 = 1{,}5$ [с] получим

$$\omega_3(t_1) = 8 - 6 \cdot 1{,}5 = -1 \text{ [рад/с]}.$$

Модули линейных скоростей точек *E, B* и *D* ступенчатого колеса 3 определяются по формулам

$$v_E = \omega_3 r_3,\ v_B = \omega_3 r_3,\ v_D = \omega_3 R_3,$$

где ω_3 – угловая скорость ступенчатого колеса 3, r_3 – радиус малой ступени колеса 3, R_3 – радиус большой ступени колеса 3.

Откуда

$v_E = v_B = 1 \cdot 12 = 12$ [см/сек], при этом $\bar{v}_E \perp C_3E$, $\bar{v}_B \perp C_3B$,

$v_D = 1 \cdot 16 = 16$ [см/сек], при этом $\bar{v}_D \perp C_3D$).

Поскольку нить, соединяющая точки *E* и *F*, нерастяжима, скорости этих точек равны по модулю и по направлению, то есть $\bar{v}_E = \bar{v}_F$.

Отсюда угловая скорость ступенчатого колеса 2 равна

$$\omega_2 = \frac{v_F}{r_2} = \frac{12}{6} = 2 \text{ [рад/с]}.$$

Зная угловую скорость ω_2 ступенчатого колеса 2, найдем линейную скорость точки *C*

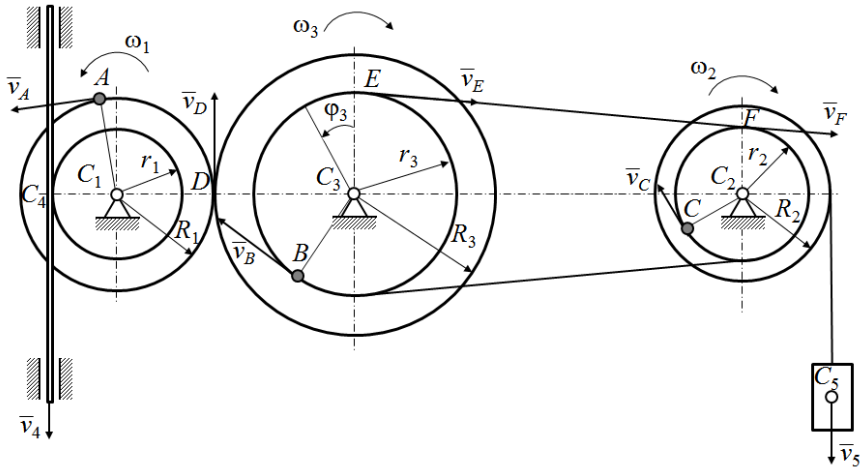
$v_C = \omega_2 r_2 = 2 \cdot 6 = 12$ [см/с], при этом $\bar{v}_C \perp C_2C$.

Скорость груза 5 определяется по формуле

$$v_5 = \omega_2 R_2 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ [см/с]}.$$

Точка *D* лежит на ободе ступенчатого колеса 1, угловую скорость которого рассчитаем по формуле

$$\omega_1 = \frac{v_D}{R_1} = \frac{16}{4} = 4 \text{ [рад/с]}.$$



К определению линейных скоростей точек и угловых скоростей колёс

Зная угловую скорость ω_1 ступенчатого колеса 1, найдем линейные скорости точки A и рейки 4

$$v_A = \omega_1 R_1 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ [см/с], при этом } \bar{v}_A \perp C_1 A,$$

$$v_4 = \omega_1 r_1 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ [см/с].}$$

Направления угловых скоростей ступенчатых колес 1, 2 и 3, а также линейных скоростей всех обозначенных на схеме точек показаны на рисунке.

Рассмотрим вращательное движение ступенчатого колеса 3 и найдем линейное ускорение точки B

$$\bar{a}_B = \bar{a}_B{}^n + \bar{a}_B{}^\tau .$$

Модуль ускорения точки B рассчитывается по формуле

$$a_B = \sqrt{\left(a_B^n\right)^2 + \left(a_B^\tau\right)^2},$$

где a_B^n - модуль нормального ускорения точки B, a_B^τ - модуль касательного ускорения точки B.

$$a_B^n = \omega_3^2 \cdot r_3 = 1^2 \cdot 12 = 12 \text{ [см/сек}^2\text{], при этом } \bar{a}_B^n \text{ вдоль } BC_3 \text{ в сторону } C_3,$$

$$a_B^\tau = \varepsilon_3 \cdot r_3 = 6 \cdot 12 = 72 \text{ [см/сек}^2\text{], при этом } \bar{a}_B^\tau \perp \hat{A}\tilde{N}_3 \text{ в сторону } \varepsilon_3,$$

$$a_B = \sqrt{12^2 + 72^2} = 73 \text{ [см/сек}^2\text{].}$$

Точки B и E равноудалены от оси вращения, следовательно, $\bar{a}_B^\tau = \bar{a}_E^\tau$. Из условия нерастяжимости нити, соединяющей точки E и F, следует, что $\bar{a}_E^\tau = \bar{a}_F^\tau$. Тогда угловое ускорение ступенчатого колеса 2 найдём по формуле

$$\varepsilon_2 = \frac{a_F{}^\tau}{r_2} = \frac{72}{6} = 12 \text{ [рад/с}^2\text{].}$$

Модуль ускорения точки C рассчитывается по формуле

$$a_C = \sqrt{\left(a_C^n\right)^2 + \left(a_C^\tau\right)^2},$$

где a_C^n - модуль нормального ускорения точки C, a_C^τ - модуль касательного ускорения точки C.

$$a_C^n = \omega_2^2 \cdot r_2 = 2^2 \cdot 6 = 24 \text{ [см/сек}^2\text{], при этом } \bar{a}_C^n \text{ вдоль } CC_2 \text{ в сторону } C_2,$$

$$a_C^\tau = \varepsilon_2 \cdot r_2 = 12 \cdot 6 = 72 \text{ [см/сек}^2\text{], при этом } \bar{a}_C^\tau \perp C\tilde{N}_2 \text{ в сторону } \varepsilon_2 .$$

Тогда

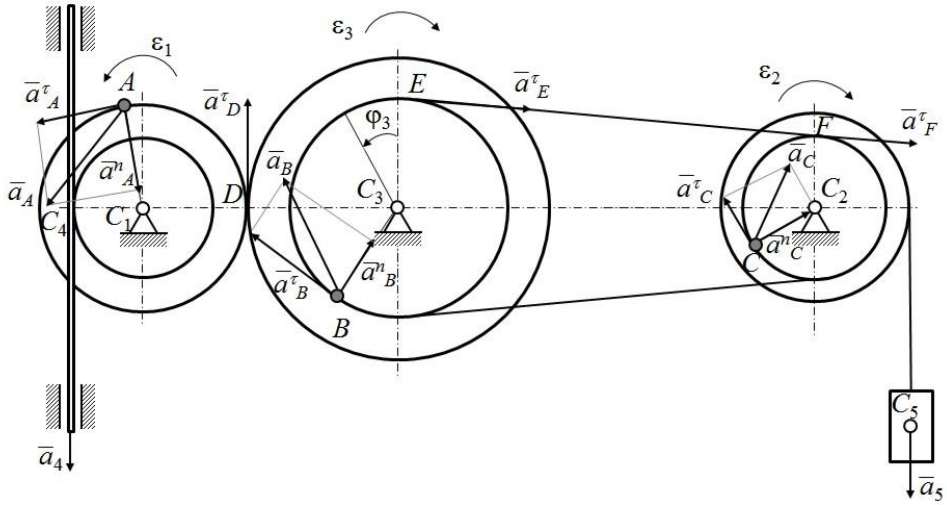
$$a_C = \sqrt{24^2 + 72^2} = 76 \text{ [см/сек}^2\text{]}.$$

Касательное ускорение точки *D* равно

$$a_D^{\tau} = \varepsilon_3 \cdot R_3 = 6 \cdot 16 = 96 \text{ [см/сек}^2\text{]}.$$

Тогда угловое ускорение ступенчатого колеса 1 рассчитаем следующим образом:

$$\varepsilon_1 = \frac{a_D{}^{\tau}}{R_1} = \frac{96}{4} = 24 \text{ [рад/с}^2\text{]}.$$



К определению линейных ускорений точек и угловых скоростей колёс

Модуль ускорения точки *A* рассчитывается по формуле

$$a_A = \sqrt{\left(a_A^n\right)^2 + \left(a_A^{\tau}\right)^2},$$

где a_A^n - модуль нормального ускорения точки *C*, a_A^{τ} - модуль касательного ускорения точки *C*.

$a_A^n = \omega_1^2 \cdot R_1 = 1^2 \cdot 4 = 16$ [см/сек^2], при этом $\bar{a}_A^n$ вдоль AC_1 в сторону C_1,

$a_A^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot R_1 = 24 \cdot 4 = 96$ [см/сек^2], при этом $\bar{a}_A^{\tau} \perp A\tilde{N}_1$ в сторону ε_1.

Тогда

$$a_A = \sqrt{16^2 + 96^2} = 97 \text{ [см/сек}^2\text{]}.$$

Линейное ускорение зубчатой рейки 4 найдём следующим образом:

$$a_{C_4} = a_A^{\tau} = 96 \text{ [см/сек}^2\text{]}.$$

Линейное ускорение груза 5 равно:

$$a_5 = \varepsilon_2 \cdot R_2 = 12 \cdot 8 = 96 \text{ [см/сек}^2\text{]}.$$

Направления угловых ускорений ступенчатых колес 1, 2 и 3, а также линейные ускорения всех точек *A*, *B* и *C* показаны на рисунке.

а) линейные скорости: $v_A = 16$ [см/с], $v_B = 12$ [см/сек], $v_C = 12$ [см/с], $v_4 = 8$ [см/с], $v_5 = 16$ [см/с];

б) линейные ускорения: $a_A = 97$ [см/сек^2], $a_B = 73$ [см/сек^2], $a_C = 76$ [см/сек^2], $a_{C_4} = 96$ [см/сек^2], $a_5 = 96$ [см/сек^2];

в) угловые скорости ступенчатых колёс: $\omega_1 = 4$ [рад/с], $\omega_2 = 2$ [рад/с], $\omega_3 = 1$ [рад/с];

г) линейные ускорения ступенчатых колёс: $\varepsilon_1 = 24$ [рад/с^2], $\varepsilon_2 = 12$ [рад/с^2], $\varepsilon_3 = 6$ [рад/с^2].

Контрольные вопросы для проведения опроса по теме:

1. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Определение скоростей точек при вращательном движении твердого тела.
2. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Определение ускорений точек при вращательном движении твердого тела.
3. Определение скорости и ускорения точки
4. Формула, связывающая векторный и координатный способы задания движения точки
5. Определение траектории точки
6. Ускорение точки при прямолинейном равномерном движении
7. Простейшие виды движения твердого тела
8. Определение поступательного движения твердого тела, его свойства
9. Определение вращательного движения твердого тела, его основные кинематические характеристики.
10. Уравнение вращательного движения твердого тела.
11. Уравнение равномерного вращения.
12. Определение угловой скорости и углового ускорения тела, их выражения, единицы измерения.
13. Определение скорости и ускорения точек при вращательном движении твердого тела.
14. Чему равна скорость точки тела, лежащей на оси вращения?
15. Плоскопараллельное движение твёрдого тела, его свойства. Примеры такого движения
16. Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Теорема о сложении скоростей
17. Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Теорема о равенстве проекций скоростей
18. Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Мгновенный центр скоростей, методы нахождения его местоположения
19. Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Определение скоростей точек при помощи мгновенного центра скоростей
20. Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Теорема о сложении ускорений
21. Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Мгновенный центр ускорений, способы его местонахождения
22. Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Определение ускорений точек тела при помощи мгновенного центра ускорений

Требования к выполнению задания по данной теме:
Сделать библиографическое описание документа.
Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.
Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.
На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания:
Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.
Композиционно оформите конспект.
Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Форма контроля: Устный опрос.

Требования к оформлению задания

Контрольные задания по теме приведены в рабочей программе дисциплины.
Решение задачи представить в рабочей тетради с комментариями и иллюстрациями.

Рекомендуемые источники:

1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093
5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570
7. Хохлова, О.А., Пономарева Е.В., Хохлов А.В. Теоретическая механика. Кинематика: учеб. пособие / Астрахан. гос. техн. ун-т /— Астрахань: Изд-во АГТУ, 2013. — 144с.

Тема 6.
Динамика точки. Законы динамики материальной точки. Дифференциальные уравнения движения точки

Методические указания

Первая задача динамики материальной точки решается посредством *дифференцирования* заданных уравнений движения точки. Первую задачу динамики рекомендуется решать в следующем порядке:

1) изобразить на рисунке материальную точку в текущем положении и приложенные к ней силы;

2) выбрать систему отсчета, если она не указана в условии задачи;

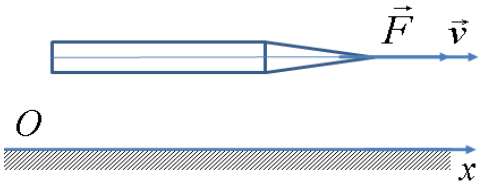
3) определить по заданному закону движения ускорение материальной точки и найти его проекции на выбранные оси координат;

4) составить основные уравнения динамики материальной точки в проекциях на оси координат;

5) из системы составленных уравнений определить искомые величины.

Типовая задача

Ракета начинает движение из состояния покоя под действием реактивной силы, зависящей от времени $F=F_o e^{-bt}$, где F_o – максимальное значение реактивной тяги, b – постоянная величина. Масса ракеты m; начальные условия: при $t=0$, $x=0$, $V=0$.



Решение.

Запишем основное уравнение динамики в проекции на ось *x*, направленную в сторону движения ракеты:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_o e^{-bt}.$$

Произведем понижение порядка дифференциального уравнения.

Так как $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dV}{dt}$, получим $m\frac{dV}{dt} = F_0 e^{-bt}$, то есть вместо дифференциального уравнения второго порядка получим два дифференциальных уравнения первого порядка, поскольку $V = \frac{dx}{dt}$.

Разделяем переменные и выполним интегрирование полученного уравнения:

$$dV = \frac{F_0}{m} e^{-bt} dt$$

$$V = -\frac{F_0}{bm} e^{-bt} + C_1$$

При $t_0 = 0, V_0 = 0$: $0 = -\frac{F_0}{bm} + C_1$, $C_1 = \frac{F_0}{bm}$.

$V = \frac{F_0}{bm}(1 - e^{-bt})$ - зависимость скорости ракеты от времени.

Т.к. $V = \frac{dx}{dt}$, $\frac{dx}{dt} = \frac{F_0}{bm}(1 - e^{-bt})$, $dx = \frac{F_0}{bm}(1 - e^{-bt})dt$.

Проинтегрировав, получим: $x = \frac{F_0}{bm}(t + \frac{1}{b}e^{-bt}) + C_2$.

При $t_0 = 0, x_0 = 0$: $0 = \frac{F_0}{mb^2} + C_2$, $C_2 = -\frac{F_0}{mb^2}$.

Окончательно, закон движения ракеты: $x = \frac{F_0}{bm}(t - \frac{1}{b}(1 - e^{-bt}))$.

Исследуем результаты решения задачи. При $t >> 0$, $e^{-bt} \approx 0$, скорость ракеты будет равна $V = \frac{F_0}{bm}$. Следовательно, по истечении некоторого промежутка времени ракета будет двигаться с постоянной скоростью. Тогда $x = \frac{F_0}{bm}(t - \frac{1}{b})$ - закон равномерного движения.

Контрольные вопросы для проведения опроса по теме

1. Динамика.
2. Законы Ньютона
3. Принцип суперпозиции
4. Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки при векторном способе задания движения точки.
5. Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки при координатном способе задания движения точки.

6. Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки при естественном способе задания движения точки.
7. Задачи динамики точки
8. Общие теоремы динамики точки

Требования к выполнению задания по данной теме:
Сделать библиографическое описание документа.
Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.
Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.
На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания:
Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.
Композиционно оформите конспект.
Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Форма контроля: Устный опрос.

Требования к оформлению задания: Ответы на вопросы представить в рабочей тетради. Конспектируя, оставлять место для дополнений, заметок, записей незнакомых терминов.

Рекомендуемые источники:
1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093
5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570

Тема 7:

Динамика механической системы. Теоремы о движении центра масс, об изменении количества движения, кинетического момента и изменении кинетической энергии системы.

Методические указания к решению

Решение задач с помощью теоремы об изменении кинетической энергии системы рекомендуется проводить в следующей последовательности:

1) выберите направления$\bar{S}_1$и $\bar{V}_1$ и определите скорости и перемещения всех тел системы в зависимости от S_1и V_1;

2) вычислите кинетическую энергию системы в конечном и начальном положениях системы;

3) изобразите на рисунке все внешние и внутренние силы системы;

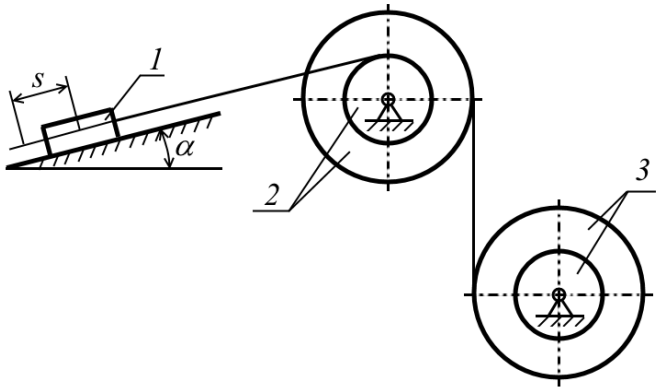
4) вычислите работу всех внешних и внутренних сил на перемещениях точек системы (в случае неизменяемой материальной системы – только сумму работ внешних сил). Если сумма работ отрицательна, смените направления $\bar{S}_1$и $\bar{V}_1$ (и соответственно всех кинематических характеристик механической системы и пересчитайте сумму работ внешних сил). Если сумма работ опять получится отрицательной, то система под действием сил тяжести не приходит в движение из состояния покоя и$V_1 = 0$, $a_1 = 0$. При смене направлений $\bar{S}_1$и $\bar{V}_1$ в силовой схеме необходимо изменить только направления силы трения скольжения;

5) воспользовавшись результатами пунктов 2) и 4), запишите теорему об изменении кинетической энергии системы и определите скоростьи ускорение тела *1*.

Необходимые для решения данные приведены в табл. 1, 2.

Типовая задача

На груз 1 действует сила трения скольжения, на барабан 3 – момент сопротивления *M*. Определить скорость груза 1 в момент времени, когда пройденный им путь станет *S=2м.*

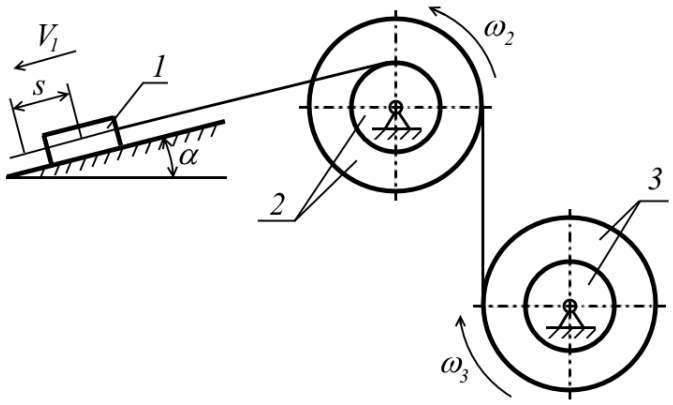


Дано: m_1=0,6 кг; m_2=1,8 кг;m_3=1,0 кг; $r_2 = 0.1$ м; $R_2 = 1.0$ м; $\rho_2 = 0{,}6$ м; $r_3 = 0{,}7$ м; $R_3 = 2{,}0$ м; $\rho_3 = 0{,}5$ м;$M = 20$ Н·м; $f = 0{,}20$; $\alpha = 30°$; $s = 2$ м. На рис. 16 показана механическая система в начальном положении.

Найти: скорость V_1 груза 1 в конечном положении.

Решение

Выберем направления$\bar{S}_1$и $\bar{V}_1$ и соответственно всех кинематических характеристик механической системы и отобразим их на рисунке.



По теореме об изменении кинетической энергии системы:

$$T - T_0 = \sum A_k^e, \qquad (1)$$

гдеT – кинетическая энергия системы в конечный момент времени (когда путь, пройденный грузом 1, станет равным S);

T_0 – кинетическая энергия системы в начальный момент времени. Т.к. в начальный момент времени система находилась в покое, то $T_0 = 0$;

$\sum A_k^e$ – сумма работ внешних сил системы.

Кинетическую энергию системы в конечный момент времени находим как сумму кинетических энергий каждого из тел системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3,$$

где$T_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot V_1^2$– кинетическая энергия груза 1, движущегося поступательно;

$T_2 = \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2$ – кинетическая энергия ступенчатого барабана 2, совершающего вращательное движение;

$T_3 = \frac{1}{2} J_3 \omega_3^2$ – кинетическая энергия ступенчатого барабана 3, совершающего вращательное движение.

Выразим угловые скорости барабанов 2 и 3 через искомую скорость груза 1:

$\omega_2 = \frac{V_1}{r_2}$ – угловая скорость барабана 2;

Угловые скорости барабанов 2 и 3, соединенных нитью, связаны соотношением: $\omega_2 \cdot R_2 = \omega_3 \cdot R_3$, откуда

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_3} = \frac{V_1 \cdot R_2}{r_2 \cdot R_3}.$$

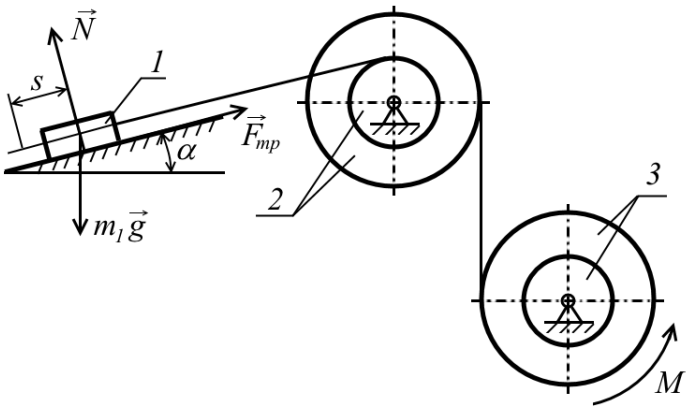
Учитывая также, что моменты инерции барабанов 2 и 3 равны соответственно: $J_2 = m_2 \cdot \rho_2^2$ и $J_3 = m_3 \cdot \rho_3^2$, выражение кинетической энергии системы приобретет вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 \cdot V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \rho_2^2 \cdot \left(\frac{V_1}{r_2}\right)^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot \rho_3^2 \cdot \left(\frac{V_1 \cdot R_2}{r_2 \cdot R_3}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} V_1^2 \cdot \left[m_1 + m_2 \cdot \left(\frac{\rho_2}{r_2}\right)^2 + m_3 \cdot \left(\frac{\rho_3 \cdot R_2}{r_2 \cdot R_3}\right)^2 \right] =$$

$$\frac{1}{2} V_1^2 \cdot \left[0{,}6 + 1{,}8 \cdot \left(\frac{0{,}6}{0{,}1}\right)^2 + 1{,}0 \cdot \left(\frac{0{,}5 \cdot 1{,}0}{0{,}1 \cdot 2{,}0}\right)^2 \right] = 35{,}825 \cdot V_1^2$$

Найдем теперь сумму работ внешних сил системы.



Силы тяжести барабанов 2 и 3, не участвующих в работе внешних сил системы, на схеме не показываем.

$\sum A_k^e = A(m_1\vec{g}) + A(\overrightarrow{F_{\text{тр}}}) + A(M)$,

где $A(m_1\vec{g}) = m_1 \cdot g \cdot S \cdot sin\alpha$ – работа силы тяжести груза 1,

$A(\overrightarrow{F_{\text{тр}}}) = -f \cdot N \cdot S = -f \cdot m_1 \cdot g \cdot S \cdot cos\alpha$ – работа силы трения скольжения, действующей на груз 1,

$A(M) = -M \cdot \varphi_3$ – работа момента сил сопротивления, действующих на ступенчатый барабан 3.

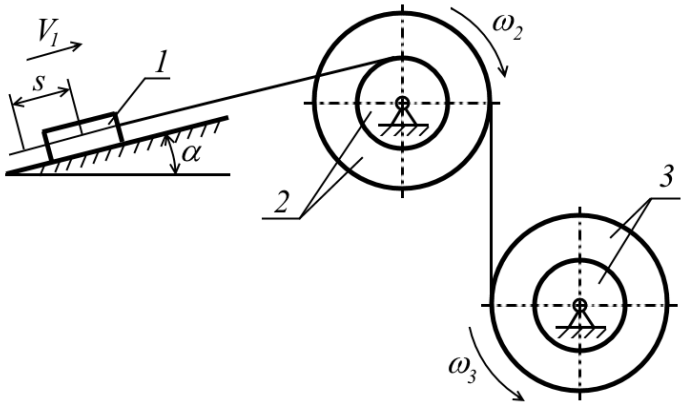
Выразим угол, на который повернется барабан 3 при перемещении груза, равном *S*: $\varphi_3 = \frac{S \cdot R_2}{r_2 \cdot R_3}$.

Тогда сумма работ внешних сил системы будет равна:

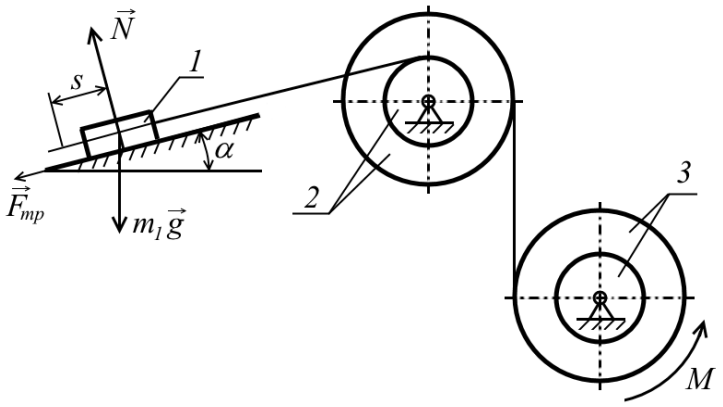
$$\sum A_k^e = m_1 \cdot g \cdot S \cdot sin\alpha - f \cdot m_1 \cdot g \cdot S \cdot cos\alpha - M \cdot \frac{S \cdot R_2}{r_2 \cdot R_3} =$$

$$= 0{,}6 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 0{,}5 - 0{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 0{,}866 - 20 \cdot \frac{2 \cdot 1{,}0}{0{,}1 \cdot 2{,}0} =$$

=-196,153 Дж < 0, следовательно, система движется в сторону, противоположную выбранной изначально. Уточняем направления движения тел системы, а также знаки работ внешних сил системы.



Изображаем действительные направления внешних сил системы.



Тогда работы внешних сил системы будут иметь следующие значения:

$A(m_1\vec{g}) = -m_1 \cdot g \cdot S \cdot sin\alpha;$
$A(\overrightarrow{F_{\text{тр}}}) = -f \cdot N \cdot S = -f \cdot m_1 \cdot g \cdot S \cdot cos\alpha;$
$A(M) = M \cdot \varphi_3.$

Сумма работ внешних сил системы равна:

$$\sum A_k^e = -m_1 \cdot g \cdot S \cdot sin\alpha - f \cdot m_1 \cdot g \cdot S \cdot cos\alpha + M \cdot \frac{S \cdot R_2}{r_2 \cdot R_3} =$$
$$= -0{,}6 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 0{,}5 - 0{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 0{,}866 + 20 \cdot \frac{2 \cdot 1{,}0}{0{,}1 \cdot 2{,}0} =$$
$$= 192{,}075 \text{ Дж}.$$

Подставляем полученные значения в исходное уравнение (1):

$$35{,}825 \cdot V_1^2 = 192{,}075, \text{ откуда}$$
$$V_1 = \sqrt{\frac{192{,}075}{35{,}825}} = 2{,}315 \text{м/с}.$$
$$\text{Ответ: } V_1 = \sqrt{\frac{192{,}075}{35{,}825}} = 2{,}315 \text{м/с}.$$

Требования к выполнению задания по данной теме:
Сделать библиографическое описание документа.
Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.
Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.
На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания:
Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.
Композиционно оформите конспект.
Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Форма контроля: Опрос по теме лекции.

Контрольные вопросы для проведения опроса по теме:
1. Общие теоремы динамики системы
2. Кинетическая энергия твёрдого тела, системы
3. Работа (силы, момента)
4. Теорема об изменении кинетической энергии системы
5. Осевой момент инерции твёрдого тела (стержень, однородный диск и цилиндр, тонкостенный диск)
7. Теорема Штейнера
8. Количество движения точки и системы
9. Теорема об изменении количества движения точки и системы, закон сохранения

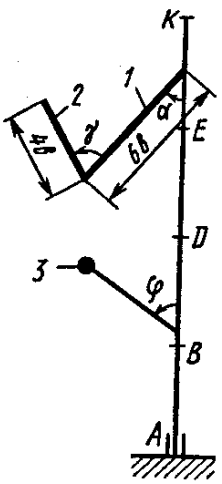
Требования к оформлению задания
Контрольные задания по теме приведены в рабочей программе дисциплины.
Решение задачи представить в рабочей тетради с комментариями и иллюстрациями.

Рекомендуемые источники:
1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093
5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570

Тема 8
Принцип Д'Аламбера

Типовая задача

Вертикальный вал длиной $3a(AB = BD = DE = a)$, закрепленный подпятником A и подшипником D вращается с постоянной угловой скоростью ω. К валу жестко прикреплен в точке E ломаный однородный стержень массой m и длиной $10b$, состоящий из двух частей *1* и *2*, а в точке B прикреплен невесомый стержень длиной $l = 5b$ с точечной массой m_3 на конце; оба стержня лежат в одной плоскости.



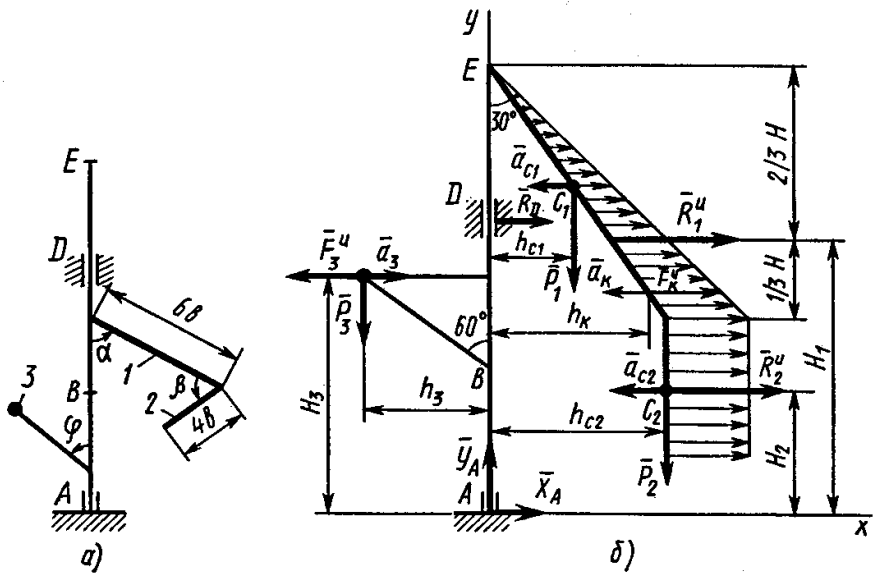
Дано: $\omega = 8\ с^{-1}$, $m = m_1 + m_2 = 10$ кг, $m_3 = 2$ кг, $\alpha = 30°$, $\beta = 150°$, $\varphi = 60°$, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м.

Определить: реакции подпятника A и подшипника D, пренебрегая весом вала.

Решение. 1. Изображаем (с учетом заданных углов) вал и прикрепленные к нему в точках B и E стержни (рис. Д8, *б*). Массы и веса частей *1* и *2* ломаного стержня пропорциональны длинам этих частей и соответственно равны $m_1 = 0{,}6m$; $m_2 = 0{,}4m$;

$$P_1 = 0{,}6mg\ ;\ P_2 = 0{,}4mg\ ;\ P_3 = m_3 g\ . \qquad (1)$$

2. Для определения искомых реакций рассмотрим движение заданной механической системы и применим принцип Даламбера. Проведем



вращающиеся вместе с валом координатные оси Axy так, чтобы стержни лежали в плоскости xy, и изобразим действующие на систему силы: активные силы — силы тяжести $\bar{P}_1$, $\bar{P}_2$, $\bar{P}_3$ и реакции связей — составляющие реакции подпятника $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$ и реакцию цилиндрического подшипника $\bar{R}_D$.

Согласно принципу Даламбера, присоединим к этим силам силы инерции элементов однородного ломаного стержня и груза, считая его материальной точкой.

Так как вал вращается равномерно, то элементы стержня имеют только нормальные ускорения $\bar{a}_{nk}$, направленные к оси вращения, а численно $a_{nk} = \omega^2 h_k$, где h_k — расстояния элементов от оси вращения. Тогда силы инерции $\bar{F}_k^u$ будут направлены от оси вращения, а численно $F_k^u = \Delta m_k a_{kn} = \Delta m_k \omega^2 h_k$, где Δm_k — масса элемента. Так как все F_k^u пропорциональны h_k, то эпюры этих параллельных сил инерции стержня образуют для части *1* треугольник, а для части *2* — прямоугольник (рис. Д8, *б*).

Каждую из полученных систем параллельных сил инерции заменим ее равнодействующей, равной главному вектору этих сил. Так как модуль главного вектора сил инерции любого тела имеет значение $R^u = ma_C$, где m — масса тела, a_C — ускорение его центра масс, то для частей стержня соответственно получим

$$R_1^u = m_1 a_{C1},\ R_2^u = m_2 a_{C2}. \tag{2}$$

Сила инерции точечной массы *3* должна быть направлена в сторону, противоположную ее ускорению и численно будет равна

$$F_3^u = m_3 a_3. \tag{3}$$

Ускорения центров масс частей *1* и *2* стержня и груза *3* равны:

$$a_{C1} = \omega^2 h_{C1},\ a_{C2} = \omega^2 h_{C2},\ a_3 = \omega^2 h_3, \tag{4}$$

где h_{C1}, h_{C2} — расстояния центров масс частей стержня от оси вращения, а h_3 — соответствующее расстояние груза:

$$\begin{aligned} h_{C1} &= 3b\sin 30^\circ = 0{,}15 \text{ м}, \\ h_{C2} &= 6b\sin 30^\circ = 0{,}3 \text{ м}, \\ h_3 &= l\sin 60^\circ = 5b\sin 60^\circ = 0{,}43 \text{ м}. \end{aligned} \tag{5}$$

Подставив в (2) и (3) значения (4) и учтя (5), получим числовые значения R_1^u, R_2^u и F_3^u:

$$\begin{aligned} R_1^u &= 0{,}6m\omega^2 h_{C1} = 57{,}6 \text{ Н}, \\ R_2^u &= 0{,}4m\omega^2 h_{C2} = 76{,}8 \text{ Н}, \\ F_3^u &= m_3\omega^2 h_3 = 55{,}0 \text{ Н}. \end{aligned} \tag{6}$$

При этом линии действия равнодействующих $\bar{R}_1^u$ и $\bar{R}_2^u$ пройдут через центры тяжестей соответствующих эпюр сил инерции. Так, линия

действия $\bar{R}_1^u$ проходит на расстоянии $\frac{2}{3}H$ от вершины треугольника E, где $H = 6b\cos 30°$.

3. Согласно принципу Даламбера, приложенные внешние силы (активные и реакции связей) и силы инерции образуют уравновешенную систему сил. Составим для этой плоской системы сил три уравнения равновесия. Получим

$$\begin{gathered}\Sigma F_{kx} = 0\,;\ X_A + R_D + R_1^u + R_2^u - F_3^u = 0\,;\\ \Sigma F_{ky} = 0\,;\ Y_A - P_1 - P_2 - P_3 = 0\,;\\ \Sigma m_A(\bar{F}_k) = 0\,;\ -R_D \cdot 2a - P_1 h_{C1} - P_2 h_{C2} + P_3 h_3 - \\ - R_1^u H_1 - R_2^u H_2 + F_3^u H_3 = 0\,,\end{gathered} \tag{7}$$

где H_1, H_2, H_3 — плечи сил $\bar{R}_1^u$, $\bar{R}_2^u$, $\bar{F}_3^u$ относительно точки A, равные (при подсчетах учтено, что $H = 6b\cos 30° = 0{,}52$ м)

$$\begin{gathered}H_1 = 3a - (2/3)H = 0{,}55 \text{ м}, \quad H_2 = 3a - (H + 2b) = 0{,}18 \text{ м}\,,\\ H_3 = a + l\cos 60° = 0{,}55 \text{ м}\,.\end{gathered} \tag{8}$$

Подставив в уравнения (7) соответствующие величины из равенств (1), (5), (6), (8) и решив эту систему уравнений (7), найдем искомые реакции.

Ответ: $X_A = -33{,}7$ Н; $Y_A = 117{,}7$ Н; $R_D = -45{,}7$ Н.

Требования к выполнению задания по данной теме:
Сделать библиографическое описание документа.
Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.
Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.
На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания:
Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.
Композиционно оформите конспект.
Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Форма контроля: Опрос по теме лекции.

Контрольные вопросы для проведения опроса по теме
1. Принцип Д'Аламбера для материальной точки
2. Сила инерции
3. Принцип Д'Аламбера для механической системы
4. Приведение сил инерции точек твердого тела к центру

Требования к оформлению задания
Контрольные задания по теме приведены в рабочей программе дисциплины.
Решение задачи представить в рабочей тетради с комментариями и иллюстрациями.

Рекомендуемые источники:

1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016

2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301

3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469

4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093

5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300

6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570

Тема 9

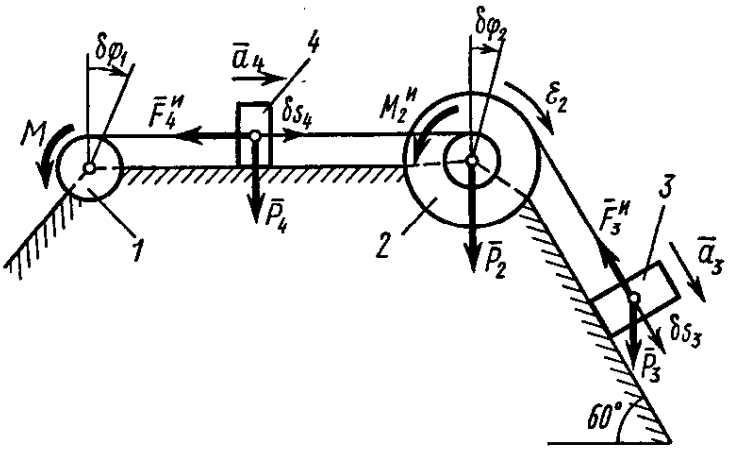
Общее уравнение динамики (принцип Д'Аламбера-Лагранжа).

Типовое задание

Механическая система состоит из обмотанных нитями блока *1* радиуса R_1 и ступенчатого шкива *2* (радиусы ступеней R_2 и r_2, радиус инерции относительно оси вращения ρ_2), а также из грузов *3* и *4*, прикрепленных к этим нитям. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести и пары сил с моментом M, приложенной к блоку *1*.

Дано: $P_1 = 0$, $P_2 = 30$ Н, $P_3 = 40$ Н, $P_4 = 20$ Н, $M = 16$ Н·м, $R_1 = 0{,}2$ м, $R_2 = 0{,}3$ м, $r_2 = 0{,}15$ м, $\rho_2 = 0{,}2$ м.

Определить: ускорение груза *3*, пренебрегая трением.



Решение. 1. Рассмотрим движение механической системы, состоящей из тел *1, 2, 3, 4,* соединенных нитями. Система имеет одну степень свободы. Связи, наложенные на эту систему, — идеальные.

Для определения a_3 применим общее уравнение динамики:

$$\Sigma\delta A_k^a + \Sigma\delta A_k^u = 0, \qquad (1)$$

где $\Sigma\delta A_k^a$ — сумма элементарных работ активных сил; $\Sigma\delta A_k^u$ — сумма элементарных работ сил инерции.

2. Изображаем на чертеже активные силы $\bar{P}_2$, $\bar{P}_3$, $\bar{P}_4$ и пару сил с моментом M. Задавшись направлением ускорения a_3, изображаем на чертеже силы инерции $\bar{F}_3^u$, $\bar{F}_4^u$ и пару сил инерции с моментом M_2^u, величины которых равны:

$$F_3^u = \frac{P_3}{g}a_3;\ F_4^u = \frac{P_4}{g}a_4;$$

$$M_2^u = \frac{P_2}{g}\rho_2^2\varepsilon_2. \qquad (2)$$

3. Сообщая системе возможное перемещение и составляя уравнение (1), получим

$$(P_3\sin 60° - F_3^u)\delta s_3 - M_2^u\delta\varphi_2 - F_4^u\delta s_4 - M\delta\varphi_1 = 0. \qquad (3)$$

Выразим все перемещения через $\delta\varphi_2$:

$$\delta s_3 = R_2\delta\varphi_2;\ \delta s_4 = r_2\delta\varphi_2;$$

$$\delta\varphi_1 = \frac{r_2}{R_1}\delta\varphi_2. \qquad (4)$$

Подставив величины (2) и (4) в уравнение (3), приведем его к виду

$$\left[P_3\left(\sin 60° - \frac{a_3}{g}\right)R_2 - \frac{P_2}{g}\rho_2^2\varepsilon_2 - \frac{P_4}{g}a_4 r_2 - M\frac{r_2}{R_1}\right]\delta\varphi_2 = 0. \qquad (5)$$

Входящие сюда величины ε_2 и a_4 выразим через искомую величину a_3:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_3}{R_2};\ a_4 = \varepsilon_2 r_2 = \frac{r_2}{R_2}a_3.$$

Затем, учтя, что $\delta\varphi_2 \neq 0$, приравняем нулю выражение, стоящее в (5) в квадратных скобках.

Из полученного в результате уравнения найдем

$$a_3 = \frac{P_3R_2\sin 60° - M(r_2/R_1)}{P_3R_2 + P_2\rho_2^2/R_2 + P_4(r_2^2/R_2)}g.$$

Вычисления дают следующий ответ: $a_3 = -0{,}9$ м/с^2. Знак указывает, что ускорение груза *3* и ускорения других тел направлены противоположно показанным на рис.

Требования к выполнению задания по данной теме:
Сделать библиографическое описание документа.
Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
Подразделять материал на основные смысловые части, выделять главные мысли, выводы.
Составить план текста – основу конспекта, сформулируйте его пункты и определите, что следует включить в конспект для их раскрытия.
На основе изучения соответствующих разделов учебников, учебных пособий и конспекта лекций сформулировать ответы на вопросы.

Порядок выполнения задания:
Составить план конспекта, распределите собранный материал в необходимой логической последовательности.
Композиционно оформите конспект.
Изучить учебную информацию по теме, произвести её анализ, дать ответы на поставленные вопросы.

Форма контроля: Устный опрос.

Контрольные вопросы для проведения опроса по теме
1. Связи, налагаемые на механическую систему
2. Возможные перемещения материальной точки и системы
3. Число степеней свободы системы
4. Принцип возможных перемещений и общее уравнение динамики

Требования к оформлению задания:
Контрольные задания по теме приведены в рабочей программе дисциплины.
Решение задачи представить в рабочей тетради с комментариями и иллюстрациями.

Рекомендуемые источники:
1. Диевский, В. А. Теоретическая механика / В. А. Диевский. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 348 с. — ISBN 978-5-507-48273-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/346016
2. Молотников, В. Я. Техническая механика / В. Я. Молотников. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 476 с. — ISBN 978-5-507-45522-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/271301
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 672 с. — ISBN 978-5-507-47033-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/322469
4. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 640 с. — ISBN 978-5-507-47893-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/332093
5. Максимов, А. Б. Теоретическая механика. Решение задач статики и кинематики : учебное пособие / А. Б. Максимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-2008-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212300
6. Доронин, Ф. А. Теоретическая механика : учебное пособие / Ф. А. Доронин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-2585-3. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/212570.