

Федеральное агентство по рыболовству

***Федеральное государственное бюджетное образовательное
Учреждение высшего профессионального образования
«Астраханский государственный технический университет»***

Институт нефти и газа

**Кафедра «Высшая и
прикладная математика»**

Программа и контрольные задания

**по математике для студентов заочной формы обучения направлений подго-
товки института нефти и газа**

Астрахань – 2022

Составитель: *Гамзатова А. Г., к.э.н., доцент кафедры
«Высшая и прикладная математика».*
*Галяуз Е.Р., к.т.н., доцент кафедры «Высшая
и прикладная математика».*

Рецензент: *Ильясова А.К., к.ф-м.н., доцент кафедры
«Высшая и прикладная математика».*

Контрольные задания рассмотрены и одобрены на заседании кафедры протокол заседания № ____ от _____.2022г.

Методические указания

Контрольные работы составлены в соответствии с программой обучения. Работа выполняется в отдельной тетради, на обложке которой указывается Ф.И.О., шифр. Текст задачи записывать обязательно.

Работа выполняется согласно варианту, который определяется порядковым номером студента в списке группы.

Элементы линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии.

1. Решить систему линейных уравнений: а) по формулам Крамера, б) матричным способом, в). методом Гаусса.

$$1.1. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 21 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -16 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 41. \end{cases}$$

$$1.4. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$1.6. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$$

$$1.7. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -7. \end{cases}$$

$$1.8. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

$$1.10. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$1.11. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$1.12. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

$$1.14. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12. \end{cases}$$

$$1.18. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \\ 7x_1 - 5x_2 = 24 \\ 4x_1 + 11x_3 = 39. \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33 \\ 4x_1 + x_3 = -7. \end{cases}$$

$$1.20. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6 \\ 5x_2 - 4x_3 = -20 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22. \end{cases}$$

$$1.21. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

$$1.22. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$1.23. \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

$$1.24. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$1.25. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22. \end{cases}$$

$$1.26. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$$

$$1.27. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

$$1.28. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases}$$

$$1.29. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4 \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19. \end{cases}$$

$$1.30. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16. \end{cases}$$

2. Даны координаты вершин треугольника ABC. Требуется:

- 1) вычислить длину стороны AB;
- 2) составить уравнение линии AB;
- 3) составить уравнение высоты, проведенной из вершины C;
- 4) вычислить расстояние от вершины B до стороны AC;
- 5) вычислить угол A (в радианах с точностью до двух знаков).

2.1. A (1, -2); B (7, 6); C (-11, 3).

2.2. A (3, 4); B (-1, 7); C (15, 9).

2.3. A (14, -6); B (20, 2); C (2, -1).

2.4. A (5, -3); B (1, 0); C (17, 2)

2.5. A (-2, 6); B (-6, -3); C (10, 1).

2.6. A (8, 2); B (14, 10); C (-4, 7)

2.7. A (12, 0); B (18, 8); C (10, -1)

2.8. A (-6, -4); B (-10, -1); C (6, 1).

2.9. A (-5, 1); B (3, 4); C (1, -7).

2.10. A (4, 1); B (-3, -1); C (7, -3)

2.11. A (-2, -3); B (1, 6); C (6, 1)

2.12. A (-3, -2); B (14, 4); C (6, 8).

2.13. A (1, 7); B (-3, -1); C (11, -3).

- 2.14. $A(1, 0); B(-1, 4); C(9, 5)$.
 2.15. $A(1, -2); B(7, 1); C(3, 7)$.
 2.16. $A(-2, -3); B(1, 6); C(6, 1)$.
 2.17. $A(-4, 2); B(-6, 6); C(6, 2)$.
 2.18. $A(4, -3); B(7, 3); C(1, 10)$.
 2.19. $A(4, -4); B(8, 2); C(3, 8)$.
 2.20. $A(-3, -3); B(5, -7); C(7, 7)$.
 2.21. $A(1, -6); B(3, 4); C(-3, 3)$.
 2.22. $A(-4, 2); B(8, -6); C(2, 6)$.
 2.23. $A(-5, 2); B(0, -4); C(5, 7)$.
 2.24. $A(4, -4); B(6, 2); C(-1, 8)$.
 2.25. $A(-3, 8); B(-6, 2); C(0, -5)$.
 2.26. $A(6, -9); B(10, -1); C(-4, 1)$.
 2.27. $A(4, 1); B(-3, -1); C(7, -3)$.
 2.28. $A(-4, 2); B(6, -4); C(4, 10)$.
 2.29. $A(3, -1); B(11, 3); C(-6, 2)$.
 2.30. $A(-7, -2); B(-7, 4); C(5, -5)$.

3 Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Средствами векторной алгебры найти:

- 1) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- 2) площадь грани $A_1A_2A_3$;
- 3) проекцию вектора A_1A_3 на вектор A_1A_4 ;
- 4) объем пирамиды.

- 3.1. $A_1(6, 6, 2), A_2(5, 4, 7), A_3(2, 4, 7), A_4(7, 3, 0)$.
 3.2. $A_1(7, 5, 3), A_2(9, 4, 4), A_3(4, 5, 7), A_4(7, 9, 6)$.
 3.3. $A_1(6, 1, 1), A_2(4, 6, 6), A_3(4, 2, 0), A_4(1, 2, 6)$.
 3.4. $A_1(5, 5, 4), A_2(3, 8, 4), A_3(3, 5, 10), A_4(5, 8, 2)$.
 3.5. $A_1(0, 7, 1), A_2(4, 1, 5), A_3(4, 6, 3), A_4(3, 9, 8)$.
 3.6. $A_1(9, 5, 5), A_2(-3, 7, 1), A_3(5, 7, 8), A_4(6, 9, 2)$.
 3.7. $A_1(2, 4, 3), A_2(7, 6, 3), A_3(4, 9, 3), A_4(3, 6, 7)$.
 3.8. $A_1(3, 5, 4), A_2(5, 8, 3), A_3(1, 9, 9), A_4(6, 4, 8)$.
 3.9. $A_1(3, 3, 9), A_2(6, 9, 1), A_3(1, 7, 3), A_4(8, 5, 8)$.
 3.10. $A_1(3, 1, 4), A_2(-1, 6, 1), A_3(-1, 1, 6), A_4(0, 4, -1)$.
 3.11. $A_1(3, 1, 4), A_2(-1, 6, 1), A_3(-1, 1, 6), A_4(0, 4, -1)$.
 3.12. $A_1(3, -1, 2), A_2(-1, 0, 1), A_3(1, 7, 3), A_4(8, 5, 8)$.
 3.13. $A_1(3, 5, 4), A_2(5, 8, 3), A_3(1, 2, -2), A_4(-1, 0, 2)$.
 3.14. $A_1(2, 4, 3), A_2(1, 1, 5), A_3(4, 9, 3), A_4(3, 6, 7)$.
 3.15. $A_1(9, 5, 5), A_2(-3, 7, 1), A_3(5, 7, 8), A_4(6, 9, 2)$.
 3.16. $A_1(0, 7, 1), A_2(2, -1, 5), A_3(1, 6, 3), A_4(3, -9, 8)$.
 3.17. $A_1(5, 5, 4), A_2(1, -1, 4), A_3(3, 5, 1), A_4(5, 8, -1)$.
 3.18. $A_1(6, 1, 1), A_2(4, 6, 6), A_3(4, 2, 0), A_4(1, 2, 6)$.

- 3.19. $A_1 (7, 5, 3), A_2 (9, 4, 4), A_3 (4, 5, 7), A_4 (7, 9, 6)$.
 3.20. $A_1 (6, 8, 2), A_2 (5, 4, 7), A_3 (2, 4, 7), A_4 (7, 3, 7)$.
 3.21. $A_1 (4, 2, 5), A_2 (0, 7, 1), A_3 (0, 2, 7), A_4 (1, 5, 0)$.
 3.22. $A_1 (4, 4, 10), A_2 (7, 10, 2), A_3 (2, 8, 4), A_4 (9, 6, 9)$.
 3.23. $A_1 (4, 6, 5), A_2 (6, 9, 4), A_3 (2, 10, 10), A_4 (7, 5, 9)$.
 3.24. $A_1 (3, 5, 4), A_2 (8, 7, 4), A_3 (5, 10, 4), A_4 (4, 7, 8)$.
 3.25. $A_1 (10, 9, 6), A_2 (2, 8, 2), A_3 (9, 8, 9), A_4 (7, 10, 3)$.
 3.26. $A_1 (1, 8, 2), A_2 (5, 2, 6), A_3 (5, 7, 4), A_4 (4, 10, 9)$.
 3.27. $A_1 (6, 6, 5), A_2 (4, 9, 5), A_3 (4, 6, 11), A_4 (6, 9, 3)$.
 3.28. $A_1 (7, 2, 2), A_2 (-5, 7, -7), A_3 (5, -3, 1), A_4 (2, 3, 7)$.
 3.29. $A_1 (8, -6, 4), A_2 (10, 5, -5), A_3 (5, 6, -8), A_4 (8, 10, 7)$.
 3.30. $A_1 (1, -1, 3), A_2 (6, 5, 8), A_3 (3, 5, 8), A_4 (8, 4, 1)$.

Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

4. Найти пределы, не пользуясь правилом Лопиталя.

4.1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 3x^2 + 7}{3x^3 + 4x - 2},$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - x^3}{2x^2 + x - 10},$

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2}-2}{\sqrt{2x+5}-3}$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 9x}{x \arcsin 3x}$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+9}{2x-5} \right)^{7x}.$

4.2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - x^3 + 2x^2 + 1}{x^4 + 3x^2 - 4x - 10},$ б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{2x^2 - 13x + 20},$

в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3}-1}{\sqrt{5+x}-2},$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin \frac{2}{5} x}{\cos 4x - \cos 3x},$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-3} \right)^{10x-1}.$

4.3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 + 11}{2x^3 + x^2 + 4x},$ б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 9x + 10}$

в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1 - \sqrt{x-4}}{2 - \sqrt{2x-6}}$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{x \operatorname{tg} 6x},$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+2}{5x-6} \right)^{2x+7}.$

4.4. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x + 7}{2x^2 - 4x - 8},$ б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{x^3 - 1}$

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{5-x}}{3 - \sqrt{8+x}},$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 7x}{\cos 9x - \cos 4x},$

$$\text{Д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x+2}{9x-5} \right)^{10x+1}.$$

$$4.5. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+3x-7}{2x^3+3x^2+9},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{27-x^3}{3x^2-8x-3}$$

$$\text{В) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5-\sqrt{22-x}}{1-\sqrt{4+x}},$$

$$\text{Г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{1-\cos 5x},$$

$$\text{Д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x+1} \right)^{5x-6}.$$

$$4.6. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-2x^2+10x-3}{3x^3+x-5}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{8+x^3}{3x^2-x-14}$$

$$\text{В) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{9+x}-2}{\sqrt{4-x}-3},$$

$$\text{Г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 7x}{x \operatorname{tg} \frac{2}{3}x},$$

$$\text{Д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+7}{2x-1} \right)^{5x}.$$

$$4.7. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+5x^2+8x+4}{x^2-5x-14},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{36-x^2}{2x^2-11x-6}$$

$$\text{В) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3-\sqrt{x+11}}{2-\sqrt{x+6}},$$

$$\text{Г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 10x}{1-\cos 7x},$$

$$\text{Д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+3}{7x-4} \right)^{2x}.$$

$$4.8. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x^2-7}{4x^3-3x+5},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2-14x^2-5}{x^3-125}$$

$$\text{В) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-3}-1}$$

$$\text{Г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 5x}{1-\cos 10x},$$

$$\text{Д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+7}{4x-5} \right)^{2x}.$$

$$4.9. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+4x^2-3}{x^3-3x^2+2x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2-4x-4}{x^2-4}$$

$$\text{В) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{1+2x}-3}$$

$$\text{Г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 10x}{x \operatorname{arctg} 7x},$$

$$\text{Д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-7}{3x+4} \right)^{6x}.$$

$$4.10. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4+x^2+3}{3x^4+x^3-3},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{2x^2-5x-3}$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3}-1}{\sqrt{5+x}-2}$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 7x}{x \operatorname{arctg} 4x}$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+5} \right)^{7x}$$

$$4.11. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3+2x^2+1}{x^2-4x-10}$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{2x^2+x-10},$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2}-2}{x^2-6x+8}$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+9x)}{x \arcsin 3x}$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+9}{2x-5} \right)^{7x}.$$

$$4.12. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^3+2x^2+1}{3x^2-4x-10},$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-4x}{2x^2-13x+20},$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{\sqrt{5+x}-2},$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{2}{5} x}{\cos 5x - \cos 3x},$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-3} \right)^{10x-1}.$$

$$4.13. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^3+2x^2+11}{2x^3+x^2+4x},$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-x-6}{x^2+2x}$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1-\sqrt{x-4}}{x^2-6x+5}$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 7x}{x \ln(1+6x)},$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+3}{5x-2} \right)^{2x+4}.$$

$$4.14. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2+5x+7}{2x^2-4x-8},$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2+6x+1}{x^2-4x-5}$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-\sqrt{5-x}}{3x^2+2x-5},$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin 7x}{\cos 8x - \cos 4x},$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x+2}{8x-5} \right)^{4x+1}.$$

$$4.15. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+3x-7}{2x^3+3x^2+9},$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{3x^2-8x-3}$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5-\sqrt{22-x}}{1-\sqrt{4+x}},$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{x \sin 5x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x+1} \right)^{5x-6}.$$

$$4.16. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2 - 3}{3x^3 + x - 5},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{3x^2 - x - 14}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{9+x}-2}{x^2-25},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos 3x}{x \operatorname{arctg} \frac{2}{3}x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+7}{2x-1} \right)^{5x+3}.$$

$$4.17. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 8x + 4}{x^2 - 5x - 14},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 6x}{2x^2 - 11x - 6}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{2 - \sqrt{x+6}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{arctg} 10x}{1 - \cos 8x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+3}{5x-4} \right)^{2x}.$$

$$4.18. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2 - 7}{4x^3 - 3x + 5},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x^2 - 5}{x^2 - 7x + 10}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x^2-7x+12}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 5x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+7}{3x-5} \right)^{2x+5}.$$

$$4.19. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x^2 - 3}{x^3 - 3x^2 + 2x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 10x}{x (5^{4x} - 1)},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-8}{3x+4} \right)^{6x+5}.$$

$$4.20. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + x^2 + 3}{3x^4 + x^3 - 3},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 - 5x - 3}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - \sqrt{2x+3}}{2 - \sqrt{5+x}}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x^2)}{x \operatorname{arctg} 4x}$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-5} \right)^{7x+5}$$

.

$$4.21. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3 + 3x^2 - 7}{8x^3 + 4x - 2},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{2x^2 + x - 10},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x^2 - 2x}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1 + 4x)}{1 - \cos 3x}$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{7x+5}.$$

$$4.22. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^3 + 2x^2 + 1}{3x^2 - 4x - 10},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{2x^2 - 13x + 20},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{\sqrt{5+x} - 2},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 7x}{\cos 6x - \cos 3x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{3x-4} \right)^{10x+1}.$$

$$4.23. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2x^2 + 11}{2x^3 + x^2 + 4x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^3 + 8}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3 - \sqrt{x+4}}{x^2 - 6x + 5}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 9x}{x \ln(1 + 7x)},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x+2} \right)^{2x+3}.$$

$$4.24. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7x^2 + 5x + 7}{2x^2 - 4x - 8},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 6x + 1}{x^3 + 1}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{5-x}}{3x^2 + 4x - 7},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin 6x}{\cos 8x - \cos 4x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+2}{7x-5} \right)^{4x+1}.$$

$$4.25. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x - 7}{2x^3 + 3x^2 + 9},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{3x^2 - 8x - 3}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{5 - \sqrt{22-x}}{1 - \sqrt{4+x}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \sin 5x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x+1} \right)^{5x-6}.$$

$$4.26. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 2x^2 - 3}{3x^3 + x - 5},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{3x^2 - x - 14}$$

$$\text{В)} \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{9+x}-2}{x^2+5x},$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos 4x}{x \operatorname{arctg} \frac{2}{3}x},$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+7}{2x+1} \right)^{2x+3}.$$

$$4.27. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2+8x+4}{x^2-5x-14},$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-36}{2x^2-11x-6}$$

$$\text{В)} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-2x-8}{2-\sqrt{x+6}},$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 10x}{1-\cos 8x},$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+3}{5x+4} \right)^{2x-1}.$$

$$4.28. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3+2x^2-7}{4x^3-3x+5},$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2-14x^2-5}{x^3-125}$$

$$\text{В)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{x^2+x-20}$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 8x}{1-\cos 5x},$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+7}{3x+5} \right)^{4x+5}.$$

$$4.29. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3+4x^2-3}{x^3-3x^2+2x},$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-16}{x^2-5x+6}$$

$$\text{В)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}}{x^2-5x+4}$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 10x}{x (5^{4x}-1)},$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+8}{3x+1} \right)^{6x+5}.$$

$$4.30. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^4+x^2+3}{3x^4+x^3-3},$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4-81}{2x^2-5x-3}$$

$$\text{В)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-\sqrt{2x+3}}{x^2-5x-6}$$

$$\text{Г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x^2)}{x \operatorname{tg} 4x}$$

$$\text{Д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+5} \right)^{4x+5}$$

5. Функция y задана различными аналитическими выражениями для различных областей изменения аргумента. Найти точки разрыва, если они существуют. Сделать чертеж.

$$5.1. y = \begin{cases} 3x + 1, & x \leq 0 \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

$$5.2. y = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq -1 \\ 4 - x^2, & -1 < x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$$

$$5.3. y = \begin{cases} x^2 - 1, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 2 \\ 2x - 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$5.4. y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 2. \\ x - 2, & x > 2 \end{cases}$$

$$5.5. y = \begin{cases} x - 3, & x < 0 \\ x + 1, & 0 \leq x \leq 4. \\ 3 + \sqrt{x}, & x > 4 \end{cases}$$

$$5.6. y = \begin{cases} 2x + 1, & x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2 \\ 6 - x, & x > 2 \end{cases}$$

$$5.7. y = \begin{cases} -3 - x, & x < -2 \\ x^2 - 5, & -2 \leq x < 3 \\ 7 - 2x, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$5.8. y = \begin{cases} -3x, & x \leq 1 \\ x^2 - 4, & 1 < x < 3. \\ 2x - 5, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$5.9. y = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ x^2 + 1, & -1 \leq x < 2 \\ x - 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$5.10. y = \begin{cases} x + 2, & x < -2 \\ 4 - x^2, & -2 \leq x \leq 1. \\ 3 - 2x, & x > 1 \end{cases}$$

$$5.11. y = \begin{cases} x + 4, & x \leq -1 \\ x^2 + 2, & -1 < x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$$

$$5.12. y = \begin{cases} x + 1, & x \leq 0 \\ (x + 1)^2, & 0 < x \leq 2. \\ -x + 4, & x > 2 \end{cases}$$

$$5.13. y = \begin{cases} x + 2, & x \leq -1 \\ x^2 + 1, & -1 < x < 1 \\ -x + 3, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$5.14. y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \leq 3 \\ x + 2, & x > 3 \end{cases}$$

$$5.15. y = \begin{cases} x - 3, & x < 0 \\ x + 1, & 0 \leq x \leq 4. \\ 3 + \sqrt{x}, & x > 4 \end{cases}$$

$$5.16. y = \begin{cases} -x + 1, & x < -1 \\ x^2 + 1, & -1 \leq x \leq 2 \\ 2x, & x > 2 \end{cases}$$

$$5.17. y = \begin{cases} 2x^2, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1. \\ 2 + x, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$5.18. y = \begin{cases} -x + 1, & x \leq -1 \\ x^2 + 1, & -1 < x < 2. \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$5.19. y = \begin{cases} -2(x + 1), & x < -1 \\ (x + 1)^3, & -1 \leq x < 0. \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$5.20. y = \begin{cases} -x + 2, & x < -2 \\ x^3, & -2 \leq x \leq 1. \\ 2, & x > 1 \end{cases}$$

$$5.21. y = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 2 \\ x + 4, & x > 2 \end{cases}$$

$$5.22. y = \begin{cases} 2, & x \leq -1 \\ 1 - x, & -1 < x \leq 1. \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$$

$$5.23. y = \begin{cases} x^3, & x \leq -1 \\ x - 1, & -1 < x < 3 \\ -x + 5, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$5.24. y = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1 \\ x^2 + 2, & 1 < x \leq 2. \\ 3x, & x > 2 \end{cases}$$

$$5.25. y = \begin{cases} x - 3, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 4. \\ 2 + \sqrt{x}, & x > 4 \end{cases}$$

$$5.26. y = \begin{cases} -x + 4, & x < -1 \\ x^2 + 1, & -1 \leq x \leq 2 \\ x + 3, & x > 2 \end{cases}$$

$$5.27. y = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ x - 3, & 0 \leq x < 4. \\ 2 - \sqrt{x}, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$5.28. y = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ 2^x, & 0 < x < 2. \\ x + 3, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$5.29. y = \begin{cases} x - 1, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi. \\ 3, & x \geq \pi \end{cases}$$

$$5.30. y = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 2. \\ x + 1, & x > 2 \end{cases}$$

6. Найти производные $\frac{d y}{d x}$ данных функций.

$$6.1. \text{ а) } y = \sqrt{\frac{1+2x^2}{1-2x^2}}$$

$$\text{б) } y = e^{3+\ln^2 x}$$

$$\text{в) } y = \arccos \frac{1}{x}$$

$$\text{г) } y = (x + 2)^{\arcsin x}$$

$$\text{д) } 4y \sin 3x = \cos 3y$$

$$6.2 \text{ а) } y = x \cdot \sqrt[3]{\frac{2+x}{2-x}}$$

$$\text{б) } y = \frac{1+\cos 3x}{1-\cos 3x}$$

$$\text{в) } y = 5^{\arctg 4x}$$

$$\text{г) } y = (\ln x)^{4x+1}$$

$$\text{д) } xy^3 + \ln y - 3 \ln x = 10$$

$$6.3. \text{ а) } y = \sqrt[4]{x^3 + 3x}$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^4 x - \operatorname{tg}^2 x + x$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-2}}$$

$$\text{г) } y = (\sin x)^{x^3+1}$$

$$\text{д) } x - 3y + e^y \operatorname{arctg} x = 0$$

$$6.4. \text{ а) } y = \frac{2+x^2}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\text{б) } y = 2^{\operatorname{tg} x} \cdot \operatorname{arctg}^5 3x;$$

$$\text{в) } y = (\operatorname{tg}^2 3x - 4)^6$$

$$\text{г) } y = (\cos 4x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$\text{д) } \operatorname{arctg} 5y = \frac{x}{y}$$

$$6.5. \text{ a) } y = \frac{7}{(x+2)^5} - \sqrt{5x+2x^2}; \quad \text{б) } y = \sin^3 2x \cdot \cos 8x^5$$

$$\text{в) } y = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$$

$$\text{г) } y = (\ln x)^{x^2+3} \quad \text{д) } e^{xy} - x^2 - y^2 = 0$$

$$6.6 \text{ a) } y = \sqrt{\frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}}$$

$$\text{б) } y = e^{\sin^4 5x}$$

$$\text{в) } y = 5^{\frac{1-2x}{1+2x}}$$

$$\text{г) } y = (\arctg 5x)^{\sin x}$$

$$\text{д) } x + 4y - (x - 5y)^3 = 1$$

$$6.7. \text{ a) } y = \frac{x}{\sqrt{1+x^3}};$$

$$\text{б) } y = \frac{3}{\operatorname{ctg}^2 2x};$$

$$\text{в) } y = \arcsin \sqrt{1-5x};$$

$$\text{г) } y = (\ln x)^{x^2+2};$$

$$\text{д) } x^2 y^3 - \operatorname{ctg} 2y = 4$$

$$6.8. \text{ a) } y = x + \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{б) } y = \sin \sqrt{1+4x^2}$$

$$\text{в) } y = \ln(\operatorname{arctg}^3 \sqrt{x})$$

$$\text{г) } y = (x^2 + 3)^{\operatorname{tg}^2 x}$$

$$\text{д) } x e^{3y} + y e^{3x} = xy$$

$$6.9. \text{ a) } y = \sqrt{\frac{1-4x^3}{1+4x^3}}$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\ln^2 x}$$

$$\text{в) } y = \sin^3(2x+1)$$

$$\text{г) } y = (3x+2)^{e^{4x}}$$

$$\text{д) } x^4 - 3y^2 + 4^{xy} = 0$$

$$6.10. \text{ a) } y = 2\sqrt{4x+3} - \frac{3}{\sqrt{x^3+x+1}}; \quad \text{б) } y = (e^{\cos x} + 3)^2$$

$$\text{в) } y = \ln \sin(2x+5)$$

$$\text{г) } y = (\cos 4x)^{\arcsin x}$$

$$\text{д) } \operatorname{tg} \frac{y}{x} = 5x$$

$$6.11. \text{ a) } y = x \cdot \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}}$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x}$$

$$\text{в) } y = \arcsin \sqrt{1-3x}$$

$$\text{г) } y = x^{\arcsin x}$$

$$\text{д) } \frac{y}{x} = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

$$6.12 \text{ a) } y = \frac{3+6x}{\sqrt{3-4x+5x^2}}$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin^2 x}{2+3 \cos^2 x}$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$$

$$\text{г) } y = (\ln x)^{\frac{1}{x}}$$

$$\text{д) } x - y + \operatorname{arctg} y = 0$$

$$6.13. \text{ a) } y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + 5\sqrt{x^3+1} \quad \text{б) } y = 2\operatorname{tg}^3(x^2+1)$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Gamma) y = (\arctg x)^x$$

$$\Delta)(e^x - 1)(e^y - 1) = 1$$

$$6.14. \text{ a) } y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$$

$$\text{б) } y = 2^{\text{ctg} x} \cdot \arctg^2 3x \quad \text{в) } y = (\text{tg}^2 3x - 1)^6;$$

$$\Gamma) y = (x + x^2)^{\text{tg} x}$$

$$\Delta) y^2 x = e^{\frac{y}{x}}$$

$$6.15. \text{ a) } y = \frac{3}{(x+2)^5} - \sqrt[7]{5x - 7x^2}; \quad \text{б) } y = \sin^4 3x \cdot \arccos 8x^5$$

$$\text{в) } y = \frac{\sqrt{7x^3 - 5x + 2}}{e^{\cos x}}$$

$$\Gamma) y = (\arccos x)^{2x^2 + 3}$$

$$\Delta) e^y = 4x - 7y$$

$$6.16 \text{ a) } y = \sqrt{(x - 4)^7} - \frac{10}{3x^2 - 5x + 1}$$

$$\text{б) } y = e^{\arcsin^4 x}$$

$$\text{в) } y = 4^{\frac{1 - 3x}{1 + 3x}}$$

$$\Gamma) y = (\arctg 5x)^{\ln x}$$

$$\Delta) 7x - \text{ctg} y = y$$

$$6.17. \text{ a) } y = 2^{\arcsin 5x^4}$$

$$\text{б) } y = \frac{\lg(x^2 + 2x)}{(x + 8)^4}$$

$$\text{в) } y = (\ln x)^{\arccos x} y$$

$$\Gamma) = \sqrt[7]{\frac{x^2 + 3}{x^2 - 3}} \arccos 4x$$

$$\Delta) y^2 - x = \cos y$$

$$6.18. \text{ a) } y = \frac{2}{(x-1)^3} - \frac{8}{6x^2 + 3x - 7}$$

$$\text{б) } y = 5^{\arctg^4 3x}; \quad \text{в) } y = (x^2 + 1)^{\text{tg} x}$$

$$\Gamma) y = \text{ctg} \frac{1}{x} \arccos x^4$$

$$\Delta) y^2 = \frac{x - y}{x + y}$$

$$6.19. \text{ a) } y = \frac{e^{-\sin 4x}}{(2x - 5)^6}$$

$$\text{б) } y = (3x + 7)^{e^{4x}}$$

$$\text{в) } y = \sin^4(6x + 1)$$

$$\Gamma) y = \sqrt{(x + 3)^5} \arcsin 2x^3; \quad \Delta) x^4 - 3y^2 + 6^{xy} = 0$$

$$6.20. \text{ a) } y = \sqrt{4x + 3} \cos^6 8x$$

$$\text{б) } y = (e^{\text{tg} x} + 1)^2$$

$$\text{в) } y = \frac{\log_3(4x - 2)}{\text{ctg} 2x}$$

$$\Gamma) y = (\arccos 4x)^{\sin 6x}$$

$$\Delta) \ln y - \frac{y}{x} = 7$$

$$6.21. \text{ a) } y = x \cdot \sqrt{\frac{1 + x^2}{1 - x}}$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{\arctg^2 2x}$$

$$\text{в) } \arctg \frac{x}{y} = \frac{y}{x}$$

$$\Gamma) y = (x + 4)^{\arcsin x}$$

$$\Delta) y = \sqrt{1 - 7x} \cdot \arcsin^3 x$$

$$6.22 \text{ a) } y = \frac{x \ln x}{x-1}$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin^2 x}{1+3 \cos^2 x}$$

$$\text{в) } y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x} \arccos x^4$$

$$\Gamma) y = (\ln x)^{\frac{1}{4x}}$$

$$\Delta) 2x - 5y + \operatorname{arctg} y = 0$$

$$6.23. \text{ a) } y = 3 \sqrt[3]{x^5 + 5x^4 - \frac{5}{x}}; \quad \text{б) } y = 2 \operatorname{ctg}^3(x^2 + 1)$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Gamma) y = (\operatorname{arctg} x)^{4x}$$

$$\Delta) (e^x - 1)(e^y - 1) = 1$$

$$6.24. \text{ a) } y = 5 \cdot \sqrt[5]{x^2 + x + \frac{1}{x}}$$

$$\text{б) } y = \frac{4 \operatorname{ctg} x}{\operatorname{arctg}^2 4x}$$

$$\text{в) } y = (\operatorname{tg}^2 3x - 2)^6;$$

$$\Gamma) y = (1 + x + x^2)^{\operatorname{tg} x}$$

$$\Delta) e^{\frac{y}{x}} = y^2 x$$

$$6.25. \text{ a) } y = \frac{3+5x}{\sqrt{3-4x+5x^2}}; \quad \text{б) } y = \sin^4 2x \cdot \arccos 8x^5;$$

$$\text{в) } y = \frac{\sqrt{7x^3-5x+2}}{e^{\sin x}};$$

$$\Gamma) y = (\arccos 3x)^{2x^2+3}$$

$$\Delta) e^{5y} = 4x^2 - 7y^3$$

;

$$6.26 \text{ a) } y = \sqrt{(x-2)^7} - \frac{10}{3x^2-5x+2}$$

$$\text{б) } y = 7 \arcsin^4 x$$

$$\text{в) } y = \frac{\operatorname{ctg} \sqrt{x-2}}{\lg(3x+5)}$$

$$\Gamma) y = (\operatorname{tg} 5x)^{\ln x}$$

$$\Delta) 4x - \operatorname{ctg} y = y^3$$

$$6.27. \text{ a) } y = 2 \arcsin^6 5x^4$$

$$\text{б) } y = \frac{\lg(x^2+2x+5)}{(x+8)^4}$$

$$\text{в) } y = \sqrt[7]{\frac{x^2+3}{x^2-3}} \arccos 3x$$

$$\Gamma) y = (\ln x)^{\arccos 4x}$$

$$\Delta) 3y^2 - 4x = \cos 2y$$

$$6.28. \text{ a) } y = \frac{2}{(x-1)^3} - \frac{8}{6x^2+3x-7}; \quad \text{б) } y = 8 \operatorname{arcctg}^4 3x$$

$$\text{в)} y = \operatorname{ctg} \frac{5}{x} \cdot \arccos 2x^4$$

$$\text{г)} y = (x^2 + 1)^{\operatorname{ctg} x}$$

$$\text{д)} y^2 = \frac{x-3y}{x+3y}$$

$$\text{6.29. а)} y = \frac{e^{-\sin 4x}}{(4x-5)^6}; \quad \text{б)} y = \sqrt{(x-3)^5} \cdot \arcsin 6x^3$$

$$\text{в)} y = 4^{\sin^4(6x+1)}$$

$$\text{г)} y = (3x+5)^{e^{4x}}$$

$$\text{д)} x^4 - 5y^2 + 9xy = 0$$

$$\text{6.30. а)} y = \sqrt{2x+3} \cdot \arccos^6 8x; \quad \text{б)} y = (e^{\operatorname{ctg} x} + 5)^7;$$

$$\text{в)} y = \frac{\log_3(3x-2)}{\operatorname{ctg} 5x}$$

$$\text{г)} y = (\arccos 5x)^{\sin 6x}$$

$$\text{д)} 5^y = \frac{y}{x}$$

$$7. \text{ Найдти } \frac{dy}{dx} \text{ и } \frac{d^2y}{dx^2}.$$

$$7.1. \text{ а)} y = \ln \ln x,$$

$$\text{б)} \begin{cases} x = 2 \cos^3 2t \\ y = \sin^3 2t. \end{cases}$$

$$7.2. \text{ а)} y = x e^{-x},$$

$$\text{б)} \begin{cases} x = \frac{2-t}{2+t^2} \\ y = \frac{t^2}{2+t^2}. \end{cases}$$

$$7.3. \text{ а)} y = x e^{\frac{1}{x}},$$

$$\text{б)} \begin{cases} x = \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t}. \end{cases}$$

$$7.4. \text{ а)} y = \cos^2 x.$$

$$\text{б)} \begin{cases} x = t^2 + t + 1 \\ y = t^3 + t. \end{cases}$$

$$7.5. \text{ а)} y = \ln \operatorname{ctg} 4x,$$

$$\text{б)} \begin{cases} x = \frac{1}{3} t^3 + \frac{1}{2} t^2 + t \\ y = \frac{1}{2} t^2 + \frac{1}{t}. \end{cases}$$

$$7.6. \text{ а)} y = \sqrt[3]{(1-x)^2},$$

$$\text{б)} \begin{cases} x = \arcsin (t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t. \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x = t^5 + 2t \\ y = t^3 + 8t - 1. \end{cases}$$

$$7.7. \text{ a) } y = x \cos x,$$

$$7.8. \text{ a) } y = x^2 \ln x,$$

$$7.9. \text{ a) } y = \operatorname{arctg} x^2,$$

$$7.10. \text{ a) } y = \ln \ln x,$$

$$7.11. \text{ a) } y = x^2 \ln x,$$

$$7.12. \text{ a) } y = (3x + 1) e^{-4x},$$

$$7.13. \text{ a) } y = x e^{\frac{2}{x}},$$

$$7.14. \text{ a) } y = x^2 \cos x.$$

$$7.15. \text{ a) } y = \ln (x^2 - 4),$$

$$7.16. \text{ a) } y = \sqrt[3]{(1 - 2x)^2},$$

$$7.17. \text{ a) } y = x \cos 4x,$$

$$7.18. \text{ a) } y = e^x \sin 2x,$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = t + \frac{1}{2} \sin 2t \\ y = \cos^3 t. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 2t - \sin 2t \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 2 \cos^3 2t \\ y = \sin^3 2t. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 2 \cos^2 2t \\ y = 3 \sin^2 2t. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \frac{\ln t}{t} \\ y = t^2 \ln t. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \ln t. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = te^t \\ y = \frac{t}{e^t}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^3} \\ y = \frac{t^2}{1+t^2}. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \arcsin (t^2 - 1) \\ y = \arccos 2t. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1} \\ y = \frac{t+1}{\sqrt{t^2-1}}. \end{cases}$$

$$7.19. \text{ a) } y = \operatorname{arctg} x^2,$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} \\ y = t - \sin t. \end{cases}$$

$$7.20. \text{ a) } y = \ln \operatorname{ctg} 2x,$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

$$7.21. \text{ a) } y = x^3 \ln x,$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 3 \cos^2 t \\ y = 2 \sin^3 t. \end{cases}$$

$$7.22. \text{ a) } y = e^{-x} \sin x,$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \frac{t-2}{t^2+2} \\ y = \frac{t^2}{t^2+2}. \end{cases}$$

$$7.23. \text{ a) } y = x e^{-x^2},$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \arccos t \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

$$7.24. \text{ a) } y = x \arccos x.$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

$$7.25. \text{ a) } y = \ln \operatorname{ctg} 3x,$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 5 \sin^3 t \\ y = 3 \cos^3 t. \end{cases}$$

$$7.26. \text{ a) } y = \sqrt[3]{(1-2x)^2},$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t. \end{cases}$$

$$7.27. \text{ a) } y = e^{\operatorname{ctg} 4x},$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \frac{1}{t+2} \\ y = \frac{t}{(t+2)^2}. \end{cases}$$

$$7.28. \text{ a) } y = \ln^3 x,$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = t + \frac{1}{4} \sin 4t \\ y = \cos^3 2t. \end{cases}$$

$$7.29. \text{ a) } y = \operatorname{arctg} (4x^2),$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 4t - \sin 4t \\ y = \sin^3 2t. \end{cases}$$

$$7.30. \text{ a) } y = x^3 e^{-5x},$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \frac{\ln t}{t} \\ y = t \ln t. \end{cases}$$

Приложения производной функции одной независимой переменной

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

8.1. $f(x) = \frac{x-4}{x^2+9}, [-4, 6]$.

8.2. $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+4}, [-2, 2]$.

8.3. $f(x) = \frac{3x+4}{x^2+1}, [-1, 4]$.

8.4. $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+6}, [-3, 6]$.

8.5. $f(x) = \frac{x-5}{x^2+11}, [-3, 7]$.

8.6. $f(x) = \frac{x+3}{x^2+7}, [-3, 7]$.

8.7. $f(x) = \frac{x-3}{x^2+16}, [-5, 5]$.

8.8. $f(x) = \frac{10x}{1+x^2}, [0, 3]$.

8.9. $f(x) = \frac{x+6}{x^2+13}, [-5, 5]$.

8.10. $f(x) = \frac{4x}{4+x^2}, [-4, 2]$.

8.11. $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2), [-4, 6]$.

8.12. $f(x) = (x+2)e^{1-x}, [-2, 2]$.

8.13. $f(x) = \frac{x}{9-x^2}, [-2, 2]$.

8.14. $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}, \left[\frac{1}{e}, e\right]$.

8.15. $f(x) = e^{4x-x^2}, [1, 3]$.

8.16. $f(x) = \frac{x^5-8}{x^4}, [-3, -1]$.

8.17. $f(x) = x \ln x, \left[\frac{1}{e^2}, 1\right]$.

8.18. $f(x) = x^3 e^{x+1}, [-4, 0]$.

8.19. $f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}, [-1, 3]$.

8.20. $f(x) = e^{6x-x^2}, [-3, 3]$.

8.21. $f(x) = \frac{\ln x}{x}, [1, 4]$.

8.22. $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 2, [-3, 1]$.

8.23. $f(x) = \frac{3x-4}{x^2+1}, [-1, 4]$.

8.24. $f(x) = \frac{2x+5}{x^2+6}, [-3, 4]$.

8.25. $f(x) = \frac{x-5}{x^2+11}, [-3, 7]$.

8.26. $f(x) = (3-x)e^{-x}, [0, 5]$.

$$8.27. f(x) = 108x - x^4, \\ [-1, 4].$$

$$8.28. f(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + 7, \\ [16, 20].$$

$$8.29. f(x) = xe^x, [-2, 0]$$

$$8.30. f(x) = 4 - e^{-x^2}, \\ [0, 1].$$

9. Исследовать функцию на монотонность и экстремум.

$$9.1. y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$$

$$9.2. y = \frac{2}{x^2+x+1}$$

$$9.3. y = \frac{4x^3+5}{x}$$

$$9.4. y = \frac{x^3-1}{4x^2}$$

$$9.5. y = \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2$$

$$9.6. y = \frac{x^2+6}{x^2+1}$$

$$9.7. y = \frac{x^3}{x^2-1}$$

$$9.8. y = \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$9.9. y = \frac{x+2}{(x+1)^2}$$

$$9.10. y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$$

$$9.11. y = \frac{x}{x^2+1}$$

$$9.12. y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$$

$$9.13. y = e^{2x-x^2}$$

$$9.14. y = x(\ln x)^2$$

$$9.15. y = \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2$$

$$9.16. y = \frac{x^3-1}{4x^2}$$

$$9.17. y = \frac{x^3}{x^2-1}$$

$$9.18. y = \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$9.19. y = (x+1)e^{2x}$$

$$9.20. y = -x(\ln x)^2$$

$$9.21. y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

$$9.22. y = \frac{x^3-3x+2}{x+1}$$

$$9.23. y = \frac{\ln x}{x}$$

$$9.24. y = \left(\frac{x}{x+2}\right)^2$$

$$9.25. y = \frac{(x-2)^2}{x+1}$$

$$9.26. y = x \ln x$$

$$9.27. y = \frac{x+1}{(x-1)^2}$$

$$9.28. y = \frac{x^3-2x+2}{x-1}$$

$$9.29. y = \frac{4x-x^2-4}{x}$$

$$9.30. y = \frac{x^3+4}{x^2}$$

Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

10. Проверить указанные равенства для заданной функции $z = f(x, y)$.

$$10.1. z = x \cdot e^{\frac{y}{x}}, \quad x^2 z''_{xx} + 2xy z''_{xy} + y^2 z''_{yy} = 0.$$

$$10.2. z = e^{-x-3y} \sin(x+3y), \quad z''_{yy} - 9 z''_{xx} = 0.$$

$$10.3. z = \cos y + (y-x) \sin y, \quad (x-y) z''_{xy} = z'_y.$$

$$10.4. z = \frac{y}{x}, \quad x^2 z''_{xx} + 2xy z''_{xy} + y^2 z''_{yy} = 0.$$

$$10.5. z = \sin(x+2y), \quad z''_{xy} = 4 \cdot z''_{yx}.$$

$$10.6. z = x^y, \quad y \cdot z''_{xy} = (1 + y \ln x) \cdot z'_x.$$

$$10.7. z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1), \quad z''_{xx} + z''_{yy} = 0.$$

$$10.8. z = e^{xy}, \quad x^2 z''_{xx} - 2xy z''_{xy} + y^2 z''_{yy} + 2xy z = 0.$$

$$10.9. z = \ln(x + e^{-y}), \quad z'_x \cdot z''_{xy} - z'_y \cdot z''_{xx} = 0.$$

$$10.10. z = \frac{x}{y}, \quad x \cdot z''_{xy} - z'_y = 0.$$

$$10.11. z = \sin^2(y - 3x), \quad 9z''_{yy} = z''_{xx}$$

$$10.12. z = \arctg \frac{x}{y}, \quad z''_{xx} + z''_{yy} = 0.$$

$$10.13. z = \ln^2(x + \sin y), \quad z'_x \cdot z''_{xy} - z'_y \cdot z''_{xx} = 0$$

$$10.14. z = \ln(x + \ln \cos y) \quad z'_x \cdot z''_{xy} = z'_y \cdot z''_{xx}$$

$$10.15. z = \arccos \sqrt{\frac{x}{y}}, \quad z''_{xy} = z''_{yx}$$

$$10.16. z = \ln(x + \ln \sin y), \quad z''_{xy} - z''_{yx} = 0$$

$$10.17. z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1), \quad z''_{xx} + z''_{yy} = 0.$$

$$10.18. z = \ln(x + e^{-y}), \quad z'_x \cdot z''_{xy} - z'_y \cdot z''_{xx} = 0.$$

$$10.19. 7.11. z = \sin^2(y - 4x), \quad 16z''_{yy} - z''_{xx} = 0$$

$$10.20. z = \frac{x}{y}, \quad x \cdot z''_{xy} = z'_y.$$

$$10.21. z = \ln(x + e^{-y}), \quad z'_x \cdot z''_{xy} = z'_y \cdot z''_{xx}.$$

$$10.22. z = x^y, \quad y \cdot z''_{xy} - (1 + y \ln x) z'_x = 0.$$

$$10.23. z = \arccos \sqrt{\frac{y}{x}}, \quad z''_{xy} = z''_{yx}$$

$$10.24. z = \ln(x + e^{-y}), \quad z'_x \cdot z''_{xy} = z'_y \cdot z''_{xx}.$$

$$10.25. z = \sin^2(y - 5x), \quad 25z''_{yy} = z''_{xx}$$

$$10.26. z = (y - x) \sin y + \cos y, \quad (x - y) z''_{xy} = z'_y.$$

$$10.27. z = x e^{\frac{y}{x}}, \quad x^2 z''_{xx} + 2xy z''_{xy} + y^2 z''_{yy} = 0.$$

$$10.28. z = e^{-x-3y} \sin(x+3y), \quad z''_{yy} = 9 z''_{xx}.$$

$$10.29. z = e^{-x-5y} \sin(x+5y), \quad z''_{yy} = 25 z''_{xx}.$$

$$10.30. z = \sin^2(y-9x), \quad 81z''_{yy} - z''_{xx} = 0$$

11. Исследовать на экстремум функцию $z = f(x, y)$.

$$11.1. z = 4(x-y) - x^2 - y^2.$$

$$11.3. z = 6(x-y) - 3x^2 - 3y^2.$$

$$11.5. z = x^3 - 3xy + y^3.$$

$$11.7. z = 9 - x^2 + xy - y^2..$$

$$11.9. z = 10 - 3x^2 + 2xy - 2y^2.$$

$$11.11. z = x^2 + (y-1)^2.$$

$$11.13. z = xy - 3x^2 - 2y^2.$$

$$11.15. z = 2(x+y) - x^2 - y^2.$$

$$11.17. z = 2 - 5x^2 + 2xy - 3y^2.$$

$$11.19. z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2.$$

$$11.21. z = 9 - x^2 + xy - y^2..$$

$$11.23. z = 10 - 3x^2 + 2xy - 2y^2.$$

$$11.25. z = (x-5)^2 + y^2 + 1.$$

$$11.27. z = x^3 - 6xy + 8y^3 + 1.$$

$$11.29. z = 2(x+y) - x^2 - y^2.$$

$$11.2. z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$$

$$11.4. z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y.$$

$$11.6. z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2.$$

$$11.8. z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y.$$

$$11.10. z = x^2 + y^2 - xy + x + y.$$

$$11.12. z = x^2 - xy - y^2 - 2x + y.$$

$$11.14. z = 1 - x + 2y - 6x^2 - y^2.$$

$$11.16. z = x^2 + 3(y+2)^2.$$

$$11.18. z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y.$$

$$11.20. z = 1 + 6x - x^2 - y^2 - xy.$$

$$11.22. z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y.$$

$$11.24. z = x^2 + y^2 - xy + x + y.$$

$$11.26. z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y.$$

$$11.28. z = 1 - x + 2y - 6x^2 - y^2.$$

$$11.30. z = x^2 + 3(y+2)^2.$$

Неопределенный и определенный интегралы

12. Найти неопределенные интегралы.

$$12.1. \text{ а) } \int \frac{\sqrt{ctg^3 x}}{\sin^2 x} dx;$$

$$\text{ в) } \int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{x^2-6x+5}}$$

$$\text{ д) } \int \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x+2}}$$

$$\text{ ж) } \int \frac{dx}{5+3\cos x}$$

$$12.2. \text{ а) } \int \frac{\arctg^3 2x dx}{1+4x^2}$$

$$\text{ в) } \int \frac{4x+2}{x^2-2x+4} dx$$

$$\text{ б) } \int (1+2x)e^{-4x} dx$$

$$\text{ г) } \int \frac{xdx}{(x+2)^2(x-1)}$$

$$\text{ е) } \int \cos 4x \cdot \sin 6x dx$$

$$\text{ б) } \int x^3 \ln x dx$$

$$\text{ г) } \int \frac{(3x-1)dx}{\sqrt{x+5}}$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{2 \sin x + 1}$$

$$\text{ж)} \int \sin^2 \frac{x}{5} dx$$

$$10.1 \quad \text{а)}$$

$$\int x^2 \sqrt{1 + 4x^3} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{5x+2}{x(x^2-3x+2)} dx$$

$$\text{д)} \int \frac{\sin^3 2x dx}{\cos^2 2x}$$

$$\text{ж)} \int \frac{(x-1)dx}{\sqrt{2+3x}}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{x^3+4x^2}$$

$$\text{б)} \int (2x-1)e^{3x} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+1}}$$

$$\text{е)} \int \frac{5dx}{\sin x + \cos x + 1}$$

$$12.3. \text{а)} \int (e^{2x} + e^{-x})e^{6x} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{6x+1}{x^2+4x+4} dx$$

$$\text{д)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+4} dx$$

$$\text{ж)} \int \frac{dx}{3+2 \cos x}$$

$$\text{б)} \int (3-2x)e^{2x} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{x dx}{(x-4)^2(x+1)}$$

$$\text{е)} \int \cos 9x \cdot \sin 4x dx$$

$$12.4. \text{а)} \int x \cdot \cos(6x^2) dx$$

$$\text{в)} \int \frac{(1-3x)dx}{3+4x+x^2}$$

$$\text{д)} \int \frac{(2x-1)dx}{\sqrt{x-5}}$$

$$\text{ж)} \int \sin^3 4x dx$$

$$\text{б)} \int (6x+1) \cdot \cos 3x dx$$

$$\text{г)} \int \frac{(x^2-3x)dx}{(x^2-4)(x+1)}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}$$

$$12.5. \text{а)} \int x^2 \sqrt{1 + 4x^3} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{(5x-6)dx}{\sqrt{x^2-4x+2}}$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}$$

$$\text{ж)} \int \cos 4x \cdot \sin 3x dx$$

$$\text{б)} \int x \cdot 5^{-x} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{x^3-9x}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{3-5 \cos x}$$

$$12.6 \text{ а)} \int e^{-3x^4+5} x^3 dx$$

$$\text{в)} \int \frac{(x-3)dx}{x^2+5x+2}$$

$$\text{д)} \int \frac{(1-x)dx}{\sqrt{1+2x}}$$

$$\text{ж)} \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^7 x}}$$

$$\text{б)} \int x \cdot \sin 8x dx$$

$$\text{г)} \int \frac{(x+1)dx}{x^2(x+7)}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{2+\sin x+2 \cos x}$$

$$12.7 \text{ а)} \int (e^x + e^{-x})^2 e^{5x} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{3x dx}{\sqrt{x^2+2x+4}}$$

$$\text{д)} \int \frac{\sqrt{x} dx}{5-\sqrt{x}}$$

$$\text{ж)} \int \cos 4x \cdot \sin 3x dx$$

$$\text{б)} \int x \cdot \arctg x dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{(x-1)(x^2-5x+4)}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{4+3 \sin x+4 \cos x}$$

$$12.8 \text{ а)} \int x \cdot 7^{4x-3} dx$$

$$\text{б)} \int \frac{\sqrt{2 \operatorname{tg} x+1}}{\cos^2 x} dx$$

$$\text{B)} \int \frac{2x+1}{x^2-4x+4} dx$$

$$\Gamma) \int \frac{dx}{(4+x)(x^2+2x+1)}$$

$$\Delta) \int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$$

$$\text{e)} \int \frac{dx}{1+2 \sin x}$$

$$\text{Ж)} \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$$

$$12.9 \text{ a)} \int \frac{e^{4x} dx}{16+e^{8x}}$$

$$\text{б)} \int (3-x) \cos 5x dx$$

$$\text{B)} \int \frac{x-5}{\sqrt{x^2+4x+3}} dx$$

$$\Gamma) \int \frac{5x-3}{(x+1)^2(x-2)} dx$$

$$\Delta) \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+2}} dx$$

$$\text{e)} \int \frac{dx}{5-3 \sin x}$$

$$\text{Ж)} \int \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{2x}{5} dx$$

$$12.10 \text{ a)} \int \frac{\sqrt{tg^7 x}}{\cos^2 x} dx;$$

$$\text{б)} \int (4+3x)e^{-6x} dx$$

$$\text{B)} \int \frac{(x+7)dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$$

$$\Gamma) \int \frac{xdx}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$\Delta) \int \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$\text{e)} \int \cos 10x \cdot \sin 3x dx$$

$$\text{Ж)} \int \frac{dx}{5+3 \cos x}$$

$$12.11 \text{ a)} \int \frac{\arctg^3 4x dx}{1+16x^2}$$

$$\text{б)} \int x^2 \ln x dx$$

$$\text{B)} \int \frac{4x+2}{x^2-2x+5} dx$$

$$\Gamma) \int \frac{(x-1)dx}{\sqrt{x+5}}$$

$$\Delta) \int \frac{dx}{2 \sin x+1}$$

$$\text{e)} \int \frac{dx}{x^3+2x^2}$$

$$\text{Ж)} \int \sin^2 \frac{x}{4} dx$$

$$12.12 \text{ a)} \int x^2 \sqrt{1+4x^3} dx$$

$$\text{б)} \int (2x-5)e^{-3x} dx$$

$$\text{B)} \int \frac{3x+4}{x(x^2-3x+2)} dx$$

$$\Gamma) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+1}}$$

$$\Delta) \int \frac{\sin^5 x dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{e)} \int \frac{2dx}{\sin x + \cos x + 1}$$

$$\text{Ж)} \int \frac{xdx}{\sqrt{7+3x}}$$

$$12.13 \text{ a)} \int (e^x + e^{-x})e^{6x} dx$$

$$\text{б)} \int (3-2x)e^{4x} dx$$

$$\text{B)} \int \frac{x+1}{x^2+4x+4} dx$$

$$\Gamma) \int \frac{xdx}{(x-5)^2(x+3)}$$

$$\Delta) \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+4}} dx$$

$$\text{e)} \int \cos \frac{x}{4} \cdot \sin \frac{x}{5} dx$$

$$\text{Ж)} \int \frac{dx}{3+2 \cos x}$$

$$12.14. \text{a)} \int x \cdot \sin(9x^2) dx$$

$$\text{б)} \int (x^2+1) \cdot \cos x dx$$

$$\text{B)} \int \frac{(1-5x)dx}{7+4x+x^2}$$

$$\Gamma) \int \frac{x^2 dx}{(x^2-16)(x+1)}$$

$$\Delta) \int x^5 \cdot \sqrt{2+x^6} dx$$

$$\text{e)} \int \frac{dx}{1+tgx}$$

$$\text{Ж)} \int \sin^3 4x dx$$

$$12.15 \text{ а) } \int x \cdot \sqrt{1-4x^2} dx$$

$$\text{в) } \int \frac{(5x-6)dx}{\sqrt{x^2-4x+3}}$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}$$

$$\text{ж) } \int \cos 9x \cdot \sin 3x dx$$

$$12.16 \text{ а) } \int e^{-3x^3} x^2 dx$$

$$\text{в) } \int \frac{(x-3)dx}{x^2+5x+7}$$

$$\text{г) } \int \frac{(x-7)dx}{\sqrt{1+2x}}$$

$$\text{ж) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^7 x}}$$

$$12.17 \text{ а) } \int (e^x + e^{-x})^2 e^{5x} dx$$

$$\text{в) } \int \frac{4x dx}{\sqrt{x^2+2x+9}}$$

$$\text{г) } \int \frac{\sqrt{x} dx}{5-\sqrt{x}}$$

$$\text{ж) } \int \cos 3x \cdot \sin 2x dx$$

$$12.18 \text{ а) } \int x \cdot 5^{2x+1} dx$$

$$\text{в) } \int \frac{2x-1}{x^2-8x+4} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{1+\sqrt{x+2}}$$

$$\text{ж) } \int \sin^3 x \sqrt[5]{\cos x} dx$$

$$12.19 \text{ а) } \int \frac{e^{5x} dx}{16-e^{10x}}$$

$$\text{в) } \int \frac{6x-2}{\sqrt{x^2-4x+6}} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+2}} dx$$

$$\text{ж) } \int \cos 7x \cdot \cos 2x dx$$

$$12.20 \text{ а) } \int \frac{\sqrt{tg^{15} x}}{\cos^2 x} dx;$$

$$\text{в) } \int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$$

$$\text{г) } \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$\text{ж) } \int \frac{dx}{5+3 \cos x}$$

$$12.21 \text{ а) } \int \frac{\arctg^3 5x dx}{1+25x^2}$$

$$\text{в) } \int \frac{x+2}{x^2-2x+7} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{2 \sin x + 1}$$

$$\text{б) } \int x \cdot 4^{-2x} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^3-9x}$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{3-5 \cos x}$$

$$\text{б) } \int x \cdot \cos 7x dx$$

$$\text{г) } \int \frac{(7x+4)dx}{x^2(x+6)}$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{2+\sin x+2 \cos x}$$

$$\text{б) } \int x \cdot \arcsin x dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{(x-1)(x^2-6x+5)}$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{4+3 \sin x+4 \cos x}$$

$$\text{б) } \int \frac{\sqrt{ctgx+1}}{\sin^2 x} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{(x+3)(x^2+4x+4)}$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{1+2 \sin x}$$

$$\text{б) } \int (4x+3) \cos 8x dx$$

$$\text{г) } \int \frac{3x-10}{(x+6)^2(x-2)} dx$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{5-3 \sin x}$$

$$\text{б) } \int (1+3x)e^{-3x} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{(x-6)dx}{(x-4)^2(x+2)}$$

$$\text{е) } \int \cos 8x \cdot \sin 3x dx$$

$$\text{б) } \int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{(6x-1)dx}{\sqrt{x+4}}$$

$$\text{е) } \int \frac{dx}{x^4+4x^2+3}$$

$$\text{ж)} \int \sin^2 \frac{x}{5} dx$$

$$12.22 \text{ а)} \int x^2 \sqrt{9 - 4x^3} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{6x+1}{x(x^2+3x+2)} dx$$

$$\text{д)} \int \frac{\sin^7 x dx}{\cos^2 x}$$

$$\text{ж)} \int \frac{(x-6)dx}{\sqrt{3x-1}}$$

$$12.23 \text{ а)} \int (e^{4x} + e^{-4x})e^{6x} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{4x+1}{x^2+6x+4} dx$$

$$\text{д)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+4} dx$$

$$\text{ж)} \int \frac{dx}{3+2 \cos x}$$

$$12.24 \text{ а)} \int x \cdot \cos(7x^2) dx$$

$$\text{в)} \int \frac{(1-5x)dx}{7+4x+x^2}$$

$$\text{д)} \int x^6 \cdot \sqrt{3+x^7} dx$$

$$\text{ж)} \int \cos^3 4x dx$$

$$12.25 \text{ а)} \int x^3 \cdot \sqrt{1+5x^4} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{(3x-5)dx}{\sqrt{x^2-4x+3}}$$

$$\text{д)} \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}$$

$$\text{ж)} \int \cos 2x \cdot \sin 5x dx$$

$$12.26 \text{ а)} \int 8^{-4x^3} x^2 dx$$

$$\text{в)} \int \frac{(x-3)dx}{x^2+5x+7}$$

$$\text{д)} \int \frac{(x-7)dx}{\sqrt{1+2x}}$$

$$\text{ж)} \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^7 x}}$$

$$12.27 \text{ а)} \int (e^{3x} + e^{-4x})^2 e^x dx$$

$$\text{в)} \int \frac{5x dx}{\sqrt{x^2+2x+9}}$$

$$\text{д)} \int \frac{\sqrt{x} dx}{5-\sqrt{x}}$$

$$\text{ж)} \int \cos 3x \cdot \sin 2x dx$$

$$12.28 \text{ а)} \int x \cdot 5^{2x^2+1} dx$$

$$\text{в)} \int \frac{x-1}{x^2-8x+4} dx$$

$$\text{д)} \int \frac{\cos^7 x dx}{\sin^2 x}$$

$$\text{б)} \int (2x+3)e^{-x} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+9x+1}}$$

$$\text{е)} \int \frac{2dx}{\sin x + \cos x + 1}$$

$$\text{б)} \int (3-2x)e^{4x} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{x dx}{(x+5)^2(x-2)}$$

$$\text{е)} \int \cos \frac{x}{3} \cdot \sin \frac{3x}{5} dx$$

$$\text{б)} \int (x-4) \cdot \cos 3x dx$$

$$\text{г)} \int \frac{x^2 dx}{(x^2+16)(x-1)}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}$$

$$\text{б)} \int x \cdot 7^{-2x} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{x^3-25x}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{3-5 \cos x}$$

$$\text{б)} \int x \cdot \cos \frac{x}{3} dx$$

$$\text{г)} \int \frac{(x+4)dx}{x^2(x+5)}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{2+\sin x+2 \cos x}$$

$$\text{б)} \int x \cdot \arcsin x dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{(x+1)(x^2-6x+5)}$$

$$\text{е)} \int \frac{dx}{4+3 \sin x+4 \cos x}$$

$$\text{б)} \int x \cdot \arccos x dx$$

$$\text{г)} \int \frac{dx}{(x+3)(x^2+6x+9)}$$

$$\text{е)} \int \frac{7dx}{\sin x + \cos x + 1}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{ж)} \int \frac{(x+6)dx}{\sqrt{2x-1}} & \text{б)} \int (2x-3)e^{-8x}dx \\
12.29 \text{ а)} \int x^2 \sqrt{12-4x^3}dx & \text{г)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+10x+1}} \\
\text{в)} \int \frac{6x+1}{x(x^2+4x+4)}dx & \text{е)} \int \frac{2dx}{\cos x + \sin x + 1} \\
\text{д)} \int \frac{\sin^5 x dx}{\cos^2 x} & \\
\text{ж)} \int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{3x-1}} & \\
12.30 \text{ а)} \int (e^{-3x} + e^{-4x})e^{6x}dx & \text{б)} \int (1-2x)\cos 4x dx \\
\text{в)} \int \frac{1-x}{x^2+6x+4}dx & \text{г)} \int \frac{xdx}{(x+3)^2(x-2)} \\
\text{д)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+4}}dx & \text{е)} \int \cos \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{2x}{5}dx \\
\text{ж)} \int \frac{dx}{2 \cos x + 3} &
\end{array}$$

13. Вычислить определенный интеграл.

$$\begin{array}{ll}
13.1. \int_1^e \frac{dx}{x(4+\ln^2 x)}. & 13.2. \int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{3x+25}}. \\
13.3. \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^4+4}} dx. & 13.4. \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}. \\
13.5. \int_1^e \frac{\cos(\ln x) dx}{x}. & 13.6. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 2x dx. \\
13.7. \int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}} & 13.8. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^4}}. \\
13.9. \int_0^{0.5} \frac{\arcsin^5 x dx}{\sqrt{1-x^2}}. & 13.10. \int_0^1 x e^{-2x} dx. \\
13.11. \int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}. & 13.12. \int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} dx. \\
13.13. \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^4+4}} dx. & 13.14. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^8+1}. \\
13.15. \int_1^e \frac{\sin(\ln x) dx}{x}. & 13.16. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx. \\
13.17. \int_0^1 \frac{e^{2x} dx}{1+e^{4x}} & 13.18. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^4}}. \\
13.19. \int_0^{0.5} \frac{\arcsin^5 x dx}{\sqrt{1-x^2}}. & 13.20. \int_0^1 x e^{-x} dx. \\
13.21. \int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx. & 13.22. \int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} dx. \\
13.23. \int_0^{13} \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx. & 13.24. \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}. \\
13.25. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x. & 13.26. \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx. \\
13.27. \int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}} & 13.28. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}.
\end{array}$$

$$13.29. \int_0^{0,5} \frac{\arcsin^5 x \, dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$13.30. \int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx.$$

14. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость.

$$14.1. \int_0^{\infty} x e^{-3x^2} dx.$$

$$14.2. \int_0^2 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{64-x^6}}.$$

$$14.3. \int_0^{\infty} \frac{x \, dx}{16x^4+1}.$$

$$14.4. \int_5^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$14.5. \int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

$$14.6. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}.$$

$$14.7. \int_{-\infty}^3 \frac{1+x^3}{x^2} dx.$$

$$14.8. \int_{-\infty}^3 \frac{dx}{x^2+4}.$$

$$14.9. \int_{-\infty}^{+\infty} (x^2+1)xdx.$$

$$14.10. \int_4^{\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x}} dx.$$

$$14.11. \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx.$$

$$14.12. \int_{-\infty}^3 \frac{x \, dx}{(x^2+1)^2}.$$

$$14.13. \int_1^{\infty} \frac{x \, dx}{x^2+x+1}.$$

$$14.14. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$14.15. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}.$$

$$14.16. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}.$$

$$14.17. \int_{-\infty}^3 \frac{1+x^3}{x^2} dx.$$

$$14.18. \int_{-\infty}^3 \frac{dx}{x^2+9}.$$

$$14.19. \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}.$$

$$14.20. \int_3^{\infty} \frac{dx}{x^2-3x+2}.$$

$$14.21. \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx.$$

$$14.22. \int_{-\infty}^3 \frac{x \, dx}{(x^2+1)^2}.$$

$$14.23. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+1}.$$

$$14.24. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$14.25. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}.$$

$$14.26. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}.$$

$$14.27. \int_{-\infty}^3 \frac{1+x^3}{x^2} dx.$$

$$14.28. \int_{-\infty}^3 \frac{dx}{x^2+1}.$$

$$14.29. \int_{-\infty}^{+\infty} (x^2+1)xdx.$$

$$14.30. \int_4^{\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x}} dx.$$

15. Площадь фигуры.

15.1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = 2x - x^2$, $y = 2^x$, $x = 0$, $x = 2$.

15.2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $xy = 6$, $x + y - 7 = 0$.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

15.3. $y = (x+1)^3$, $x = 1$, $y = 0$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

15.4. $y = (x+1)^3$, $x = 0$, $y = -1$

15.5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = x^3, x = 0, y = 4.$$

- 15.6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y^2 = 9x$ и $y = 3x$.
- 15.7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = \frac{4}{x}$ и $y = 5 - x$.
- 15.8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.
- 15.9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y^2 = 4x$, $x^2 = 4y$.
- 15.10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой
 $y = -x^2 + 4$ и прямой $2x - y + 1 = 0$.
- 15.11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной гиперболой
 $xy = 1$, ветвью параболы $y = x^2$, находящейся в первой
 четверти, и прямой $y = 4$.
- 15.12. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = \sqrt{x}$, $xy = 1$, $x = 8$, $y = 0$.
 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
- 15.13. $y = x^2$, $y = 0$, $y = 6 - x$
 .
 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
- 15.14. $xy = 4$, $x + y - 5 = 0$.
 .
- 15.15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y^2 = x + 1$, $y^2 = 9 - x$.
- 15.16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y^2 = 9x$ и $y = x + 2$.
- 15.17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = \frac{5}{x}$ и $y = 6 - x$.
- 15.18. . Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = x^2 - 4$, $x - y + 8 = 0$.
- 15.19. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $xy = 2$, $x + 2y - 5 = 0$.
- 15.20. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой
 $y = -x^2 + 4$ и прямой $2x - y + 1 = 0$.
 .
- 15.21. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = (x - 3)^2$, $y = 4x - 7$.

- 15.22 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = (4 - x)^2, y = x^2 - 2x$.
- Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
- 15.23 $y = (x + 1)^2, y = x + 3$
- Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
- 15.24 $y = (x + 1)^2, y^2 = x + 1$.
- Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
- 15.25 $x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y$.
- 15.26 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $x = (y - 2)^2, x = 4y - 8$.
- 15.27 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = \frac{1}{x}, y = x, y = 0, x = 4$.
- 15.28 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $x = y^3, x = -\sqrt{y}, y = 1$.
- 15.29 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = \sin x, y = \cos x, x = 0 (x \geq 0)$
- 15.30 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = e^x, x + y = 1, y = e$.

Дифференциальные уравнения

16. Найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка.

- 16.1. а) $(x + 2xy) dx + (1 + x^2) dy = 0$, б) $y' = \frac{xy + y^2}{2x^2 + xy}$,
 в) $y' - \frac{1}{x} y = x^2 \sin x$.
- 16.2 а) $(x^2 - 1) dy + 2x^2 y dx = 0$, б) $y' - \frac{y}{x} = x \cos x$,
 в) $y' = \left(1 + \frac{y}{x}\right) \ln \frac{x+y}{x} + \frac{y}{x}$.
- 16.3 а) $x^2 y dx + (x^3 - 1)(y - 1) dy = 0$. б) $y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$,
 в) $y' - \frac{1}{x} y = -2 \frac{\ln x}{x}$.
- 16.4 а) $(x + xy^2) dx + (1 + x^2) dy = 0$, б) $y' + \frac{4x}{x^2 + 1} y = \frac{1}{x^2 + 1}$,

$$\text{B)} y' = \frac{y-2\sqrt{x}y}{x}.$$

$$16.5 \quad \text{a)} (xy^2 + x) dx + (x^2y - y) dy = 0, \quad \text{б)} y' = \frac{y^2}{xy-x^2},$$

$$\text{B)} y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

$$16.6. \quad \text{a)} (\sqrt{xy} - \sqrt{x}) dy + y dx = 0, \quad \text{б)} y' - \frac{y}{x} = x e^x,$$

$$\text{B)} y' + \frac{5}{3x} y = \frac{4x-5}{3x}.$$

$$16.7. \quad \text{a)} xy dy - (1 - y^2) dx = 0, \quad \text{б)} y' = \frac{y}{x} \cos \ln \frac{y}{x},$$

$$\text{B)} y' - \frac{2}{x+1} y = (1+x)^3.$$

$$16.8. \quad \text{a)} x^2 y^2 dy - (y - 1) dx = 0, \quad \text{б)} y' + 2xy = x e^{-x^2} \sin x,$$

$$\text{B)} y' = \frac{x^2+x y+y^2}{x^2}.$$

$$16.9. \quad \text{a)} \sqrt{1-y^2} dx + y \sqrt{1-x^2} dy = 0. \quad \text{б)} y' = \frac{2y^2-x^2}{2xy},$$

$$\text{B)} y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x.$$

$$16.10. \quad \text{a)} xy dx + (x+4) dy = 0. \quad \text{б)} y' - \frac{1}{x+3} y = (x+3)^4,$$

$$\text{B)} y' = \frac{y(2x^2-y^2)}{2x^3}.$$

$$16.11. \quad \text{a)} e^{x+3y} dy = x dx, \quad \text{б)} y' = \frac{x^2+y^2}{x^2},$$

$$\text{B)} y' + y = e^x.$$

$$16.12 \quad \text{a)} y' \sin x = y \ln y, \quad \text{б)} y' - \frac{y}{x} = x e^x,$$

$$\text{B)} (2x - y)dx + (x + y)dy = 0.$$

$$16.13 \quad \text{a)} y' = (2y + 1) \operatorname{tg} x. \quad \text{б)} y' = \frac{x-y}{x+y},$$

$$\text{B)} y' - \frac{1-2x}{x^2} y = 1.$$

$$16.14 \quad \text{a)} (1 + e^x)yy' = e^x, \quad \text{б)} xy' + y = \sin x,$$

$$\text{B)} y' - \frac{y}{x} = e^{\frac{y}{x}}.$$

$$16.15 \quad \text{a)} y' = \frac{e^{2x}}{\ln y}, \quad \text{б)} (x^2 + y^2)dx + xydy = 0,$$

$$\text{B)} xy' + y = e^{-x}.$$

- 16.16. a) $(1 + e^{3y}) x dx = e^{3y} dy$,
 б) $(y^2 - xy)dx + (x^2 - 2xy)dy = 0$.
- 16.17. а) $y' \sqrt{1 - x^2} - \cos^2 y = 0$,
 б) $y' = \frac{5xy + y^2}{3x^2 + xy}$,
 в) $y' - \frac{y}{x} = \sqrt{1 + x}$.
- 16.18. а) $y' = e^{x^2} x(1 + y^2)$,
 б) $(y^2 + 3x^2)y' = 3xy$.
- 16.19. а) $3e^x \sin y dx + (1 - e^x) \cos y dy = 0$.
 б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4$,
 в) $xy' = y + x\sqrt{x}$.
- 16.20. а) $(y^2 + 3) dx - \frac{e^x}{x} y dy = 0$.
 б) $x^2 y' + y = e^{\frac{1}{x}}$,
 в) $2xy y' = x^2 + y^2$.
- 16.21. а) $(1 + e^x)y dy - e^y dx = 0$,
 б) $(x^2 - y^2)y' = xy$,
 в) $y' - \frac{y}{x} = \sqrt{1 + x}$.
- 16.22. а) $(\sqrt{xy} + \sqrt{x}) dy - 5y dx = 0$,
 б) $xy' - y = x^2 \cos x$,
 в) $y' = \frac{y^2 + xy}{x^2 - xy}$.
- 16.23. а) $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx$.
 б) $x^2 y' = y^2 + xy$,
 в) $y' + 2xy = x^2 e^{-x^2}$.
- 16.24. а) $\frac{e^{-x^2}}{x} dy + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0$,
 б) $(4 + x^2)y' + 2xy = 4 + x^2$,
 в) $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$.
- 16.25. а) $y^2 \ln x dx - (y - 1)xdy = 0$,
 б) $xy' = y - \sqrt{xy}$,
 в) $xy' - y = (x + 1)^3 x^2$.
- 16.26. а) $(x + 4) dy - xy dx = 0$,
 б) $(x + 3)y' + y = \sqrt{\frac{1}{x}}$,
 в) $xy' = y - \sqrt{xy}$.
- 16.27. а) $y' = 2xy + x$,
 б) $y' = \frac{xy - y^2}{x^2 - 2xy}$,
 в) $xy' - 2y = 2x^4$.
- 16.28. а) $2xyy' = 1 - x^2$,
 б) $y' - y = \frac{e^x}{x}$.

$$в) y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}.$$

$$16.29. а) (x^2 - 1)y' - xy = 0.$$

$$б) (2x - y)dx + (x + y)dy = 0,$$

$$в) y' - \frac{2y}{x} = \frac{3}{x^2}.$$

$$16.30. а) y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}.$$

$$б) y' - \frac{2y}{x} = \frac{\ln x}{x},$$

$$в) y' - \frac{y}{x} = tg \frac{y}{x}.$$

17. Найти решение дифференциального уравнения второго порядка

$$17.1. а) y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}$$

$$17.2. а) y'' + y' = 2x - 1.$$

$$б) xy'' + y' = \ln x.$$

$$б) y'' \cdot x \ln x = y'$$

$$17.3 а) y'' + y' - 6y = (6x + 1)e^{3x},$$

$$17.4. а) y'' - y' = 5x^2$$

$$б) x^2 y'' + xy' = 1$$

$$б) y' \cdot y'' = 2y$$

$$17.5. а) y'' - y' = x + 1$$

$$17.6. а) y'' - 2y' + y = 4e^x,$$

$$б) y'' - \frac{y'}{x} = x \cdot e^x$$

$$б) y^3 y'' = 3$$

$$17.7. а) y'' - 2y' + 10y = 10x^2$$

$$17.8. а) y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2$$

$$б) y''' = x + e^{5x}$$

$$б) xy'' - y' = e^x x^2$$

$$17.9. а) y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3,$$

$$17.10. а) y'' - 5y' + 6y = x,$$

$$б) y'' = 12y^2$$

$$б) 2yy'' = (y')^2$$

$$17.11. а). y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x$$

$$17.12. а) y'' - 6y' + 9y = 2x^2 + 5x - 1.$$

$$б). y'' \cdot \cos^2 x = 1.$$

$$б) (1 + x^2)y'' = 3$$

$$17.13 а) y'' + 4y = e^{-2x},$$

$$17.14. а) y'' - 2y' + 5y = x \cdot e^{2x}$$

$$б) y'' + \frac{y'}{x} = 0$$

$$б) yy'' + 1 = (y')^2$$

$$17.15. а) y'' + 5y' + 6y = 3 \cos 2x$$

$$17.16. а) y'' - 5y' + 6y = (2x - 1)e^{-x},$$

$$б) xy'' - y' = x^2 e^x$$

$$б) 1 + (y')^2 + yy'' = 0$$

$$17.17. а) y'' - 4y' + 13y = 7x + 5,$$

$$17.18. а) y'' - 4y' = 6x + 1$$

$$б) x(y'' + 1) + y' = 0$$

$$б) y'' = xe^{5x}$$

$$17.19. а) y'' - 3y' + 2y = 4e^x,$$

$$17.20. а) y'' + 6y' + 9y = 2e^{3x},$$

$$б) y^3 y'' + 10 = 0$$

$$б) 2xy'y'' = y'^2 - 1$$

$$17.21. \text{ a) } y'' - 5y' + 6y = x^2 - x$$

$$\text{б) } (y'')^2 = y'^2 + 1$$

$$17.22. \text{ a) } y'' - y' = x + 1.$$

$$\text{б) } x^3 y'' + x^2 y' = 1$$

$$17.23. \text{ a) } y'' - 7y' + 12y = 2e^{2x},$$

$$\text{б) } y'' \cos 2$$

$$17.24. \text{ a) } y'' - 7y' + 12y = 5e^{3x}$$

$$\text{б) } xy'' = y' + x^2$$

$$17.25. \text{ a) } y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x$$

$$\text{б) } y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$$

$$17.26. \text{ a) } y'' - 3y' - 4y = 17 \sin x,$$

$$\text{б) } y'' = \sqrt{1 - y'^2}$$

$$17.27. \text{ a) } y'' + 3y' - 4y = 5 \cos x,$$

$$\text{б) } y'' + 2y(y')^3 = 0$$

$$17.28. \text{ a) } y'' - 4y' + 3y = x e^{2x}$$

$$\text{б) } y''' = \frac{1}{x}$$

$$17.29. \text{ a) } y'' - 4y = 2 - x,$$

$$\text{б) } y'' = -\frac{x}{y'}$$

$$17.30. \text{ a) } y'' - 3y' + 2y = -e^{-2x},$$

$$\text{б) } y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$$

Ряды

18. Исследовать сходимость числового ряда.

$$18.1. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{3^{2n+4}},$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{5^{n+3}}.$$

$$18.2. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2^{n+1}} \right)^n,$$

$$\text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln^2 n}.$$

$$18.3. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{4^{n(3n+2)}},$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2^{n-1})^3}.$$

$$18.4. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{\sqrt{n} 2^n},$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$18.5. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n-1}}{(n+1)!}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+3}}.$$

$$18.6. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n}{5^{2n+1}},$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+3n}.$$

$$18.7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n} \right)^{n^2},$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(6^{n-1})^3}.$$

$$18.8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^{n+3}(n^2+2)},$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(5^{n-1})^2}.$$

$$18.9. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}(2^{n-1})}{4^{2n+3}}$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n+1}}.$$

$$18.10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{4n+3}}{(n+2)!},$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[5]{3n+2}}.$$

- 18.11. а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{6n+5}$.
- 18.12. а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2-3}{5n^5+7}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1) \cdot 3^n}$.
- 18.13. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+n^2)^2}{(1+n^3)^2}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}$.
- 18.14. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{7n-1}$.
- 18.15. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^{3n-1}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$.
- 18.16. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2+n^3}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 3^n}{(2n+1)^n}$.
- 18.17. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{5n(n+1)}$.
- 18.18. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{\pi}{n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}$.
- 18.19. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4n-5}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{2n+1}}$.
- 18.20. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{4n-3} \right)^{2n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n+1}}$.
- 18.21. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^{1-2n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+5}}$.
- 18.22. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+6)}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{2n+7} \right)^n$.
- 18.23. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{4n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n-2)!}$.
- 18.24. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^3 \sqrt{n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{(n^2+1)4^{2n}}$.
- 18.25. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n}$.
- 18.26. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7+n}{49+n^2} \right)^2$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\ln(n+1)}$.
- 18.27. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 3^n}$.
- 18.28. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n^2}{7n-1}$.
- 18.29. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2-3n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{(n-1) \cdot 2^{n-1}}$.
- 18.30. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+3)}$, б) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{2^{n-1} \sqrt{n-3}}$.

19. Найти область сходимости степенного ряда.

19.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+6} \right)^n x^n$.

19.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{\sqrt{n}}$.

$$\begin{array}{ll}
19.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n x^n. & 19.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2n^2-1}. \\
19.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(x+1)^n}{2^n}. & 19.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}. \\
19.7. \sum_{n=1}^{\infty} 5^n (x-3)^n. & 19.8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n x^n. \\
19.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{(3n-2)2^n}}. & 19.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{3n}}{n^2}. \\
19.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{6^n} (x+3)^n. & 19.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}}. \\
19.13. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{4n-1} \right)^n (x-2)^n & 19.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(n+1)} x^n. \\
19.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{\frac{n}{3}} x^n}{3n-8}. & 19.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{(n+1)^n}. \\
19.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1} x^{2n}}{n^n}. & 19.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2n \cdot 4^n}. \\
19.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n \cdot 4^{n-1}}. & 19.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-1)^n}{4n-3}. \\
19.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1)^{2n}}. & 19.22. \sum_{n=1}^{\infty} x^n. \\
19.23. \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n. & 19.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n-1}. \\
19.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}. & 19.26. \sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot x^n. \\
19.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}. & 19.28. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n. \\
19.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{n(n+1)}. & 19.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+1)^n}{n!} x^n.
\end{array}$$

20. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001. Для этого подынтегральную функцию следует разложить в ряд Маклорена, который затем почленно проинтегрировать.

$$\begin{array}{ll}
20.1. \int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx. & 20.2. \int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx. \\
20.3. \int_0^{0,5} \frac{\arctg x^2}{x^2} dx. & 20.4. \int_0^{0,5} \sqrt{x} e^{-x^2} dx. \\
20.5. \int_0^{0,1} \frac{\ln(x+1)}{x} dx. & 20.6. \int_0^{0,8} \frac{1-\cos x}{x} dx. \\
20.7. \int_0^{0,25} \ln(1+\sqrt{x}) dx. & 20.8. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx. \\
20.9. \int_0^{0,9} x \arctg x dx. & 20.10. \int_0^1 \cos \sqrt{x} dx. \\
20.11. \int_0^{0,8} \frac{1}{x} \ln(1+x^2) dx. & 20.12. \int_0^1 x \sin x^2 dx. \\
20.13. \int_0^{0,4} x \ln(1+x^3) dx. & 20.14. \int_0^1 \cos^3 \sqrt{x} dx. \\
20.15. \int_0^{0,5} \frac{\arctg x}{x} dx. & 20.16. \int_0^{0,2} \sqrt{x} e^{-x} dx. \\
20.17. \int_0^{0,5} \frac{\sin x^2}{x} dx. & 20.18. \int_0^{0,5} x^2 e^{-x^2} dx. \\
20.19. \int_0^{0,4} \sqrt{1-x^3} dx. & 20.20. \int_0^{0,5} x^2 \cos 3x dx. \\
20.21. \int_0^1 \arctg \frac{\sqrt{x}}{2} dx. & 20.22. \int_0^{0,1} \frac{e^x-1}{x} dx.
\end{array}$$

20.23. $\int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx.$	20.24. $\int_0^{\frac{1}{3}} x \cos \sqrt{x} dx.$
20.25. $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{4}} dx.$	20.26. $\int_0^{0,4} \sqrt{1+x^2} dx.$
20.27. $\int_0^{0,2} \sqrt{x} e^{-x} dx.$	20.28. $\int_0^1 \sin x^2 dx.$
20.29. $\int_0^{\frac{1}{3}} \ln(1+x^2) dx.$	20.30. $\int_0^1 x^3 \sin x dx.$

VIII. Теория вероятностей

- 21.1. Каждая буква слова «РЕМЕСЛО» написана на отдельной карточке, затем карточки перемешаны. Вынимают три карточки наугад. Найти вероятность того, что получено слово «ЛЕС».
- 21.2. Вероятность выиграть по лотерейному билету равна $\frac{1}{7}$. Найти вероятность выиграть не менее чем по двум билетам из шести.
- 21.3. Три автомата изготавливают детали, которые поступают на общий конвейер. Производительности первого, второго и третьего автоматов относятся как 2:3:5. Вероятность того, что деталь, изготовленная первым автоматом, отличного качества, равна 0,9; для второго и третьего автоматов эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь окажется отличного качества
- 21.4. Для производственной практики на 30 студентов предоставлено 15 мест в Рязани, 8 – в Тамбове и 7 – в Воронеже. Какова вероятность того, что два определенных студента попадут на практику в один город?
- 21.5. Вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров не более одного потребуют ремонта.
- 21.6. Пусть вероятность того, что наудачу взятая деталь нестандартная, равна 0,1. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу 5 деталей не более 2 нестандартных.
- 21.7. Монету бросаю 5 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет менее 2 раз.
- 21.8. Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность того, что на верхней грани выпадет 5 очков.
- 21.9. По мишени производится четыре выстрела. Вероятность промаха при первом выстреле 0,2; при втором – 0,2; при третьем – 0,5; при четвертом – 0,5. Найти вероятность того, что мишень не будет поражена ни разу.
- 21.10. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того,

что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров хотя бы один не потребует ремонта.

- 21.11. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников
- 21.12. Работают три конвейера по изготовлению консервов. Вероятность поступления брака с первого конвейера равна 0,1, со второго – 0,2, а с третьего – 0,15. Найти вероятность того, что в данный момент брак поступает только с одного конвейера.
- 21.13. В бассейне находится 30 карасей, 15 окуней, 20 карпов. Найти вероятность того, что из пяти случайно пойманных рыб две рыбы окажутся окунями, а три – карпами.
- 21.14. В бассейне содержится 20 окуней и 15 карасей. Какова вероятности того, что 3 наугад выловленные рыбы окажутся либо только карасями, либо только окунями?
- 21.15. В первой коробке содержится 20 банок консервов, из них 4 банки с браком, во второй коробке находится 16 банок, из них 5 банок с браком. Из второй коробки произвольно взята одна банка и переложена в первую коробку. Затем из первой коробки случайно извлечена одна банка. Найти вероятность того, что эта извлеченная банка из первой коробки, окажется без брака.
- 21.16. Консервы поступают с конвейера на проверку к одному из двух контролеров. Вероятность того, что проверяемая банка попадет к первому контролеру равна 0,6, ко второму – 0,4. Вероятность того, что банка будет признана стандартной при проверке первым контролером равна 0,85, а вторым – 0,95. Банка при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что банка была проверена вторым контролером.
- 21.17. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры, и помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
- 21.18. На рыбокомбинате работают 3 автоматические линии по разделке рыбы. Вероятность того, что работает в данный момент первая линия равна 0,8, вторая – 0,7, третья – 0,9. Найти вероятность того, что в данный момент работают только две линии.
- 21.19. Вероятность своевременного прибытия первого автобуса равна 0,6, второго – 0,7, третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в определенное время только один из трех автобусов опоздает.
- 21.20. На полке расставляют наудачу 10 книг. Найти вероятность того, что 3 определенные книги окажутся рядом.
- 21.21. Найти вероятность того, что в семье, имеющей 6 детей, не менее двух девочек. Предполагается, что вероятность рождения мальчика и девочки одинаковые.

- 21.22. Из 100 изделий 10 изделий имеют дефект вида A , 6 изделий имеют дефект вида B , 8 изделий имеют дефект вида C . Найти вероятность того, что два случайно взятых изделия оба окажутся либо с дефектом вида B либо с дефектом вида C .
- 21.23. Группа из 10 мужчин и 10 женщин делится случайным образом на две равные части. Найти вероятность того, что в каждой части мужчин и женщин одинаково.
- 21.24. В первой урне 4 черных и 6 белых шаров. Во второй урне 3 белых и 7 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар. Найти вероятность того, что этот шар окажется белым.
- 21.25. В бассейне находятся 20 мальков судака, 30 мальков сазана, 15 мальков карпа. Какова вероятность того, что из двух наугад пойманных мальков окажутся либо оба мальками судака, либо оба мальками карпа?
- 21.26. В каждой из двух урн содержится 3 черных и 7 белых шаров. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую урну, после чего из первой урны наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется белым.
- 21.27. В лаборатории имеется шесть новых и четыре старых компьютера. Вероятность безотказной работы нового компьютера равна 0,95, а старого – 0,8. Производится расчет на наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что во время работы машина не выйдет из строя.
- 21.28. Рабочий работает на трех станках. Вероятность безотказной работы в течение смены первого станка равна 0,7, второго – 0,8, третьего – 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент не работает хотя бы один из станков.
- 21.29. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее 2 раз.
- 21.30. 20% приборов монтируется с применением микромодулей, остальные – с применением интегральных схем. Надежность прибора с применением микромодулей – 0,9, интегральных схем – 0,8. Найти вероятность надежной работы наугад взятого прибора.

22. Рабочий за смену изготавливает n деталей. Вероятность того, что деталь окажется первого сорта, равна p . Найти вероятность того, что из n деталей первого сорта будет а) ровно m штук; б) не менее m_1 штуки и не более m_2 штуки.

- 22.1. $n = 400, p = 0,8, m = 330, m_1 = 200, m_2 = 300$.
- 22.2. $n = 300, p = 0,75, m = 240, m_1 = 150, m_2 = 200$.
- 22.3. $n = 600, p = 0,6, m = 375, m_1 = 400, m_2 = 500$.
- 22.4. $n = 400, p = 0,9, m = 372, m_1 = 250, m_2 = 340$.
- 22.5. $n = 650, p = 0,64, m = 370, m_1 = 450, m_2 = 500$.

- 22.6. $n = 192, p = 0,75, m = 150, m_1 = 100, m_2 = 150$.
 22.7. $n = 225, p = 0,8, m = 165, m_1 = 120, m_2 = 200$.
 22.8. $n = 100, p = 0,9, m = 96, m_1 = 70, m_2 = 90$.
 22.9. $n = 150, p = 0,6, m = 75, m_1 = 100, m_2 = 130$.
 22.10. $n = 625, p = 0,8, m = 510, m_1 = 520, m_2 = 600$.
 22.11. $n = 600, p = 0,7, m = 510, m_1 = 520, m_2 = 550$.
 22.12. $n = 326, p = 0,8, m = 300, m_1 = 188, m_2 = 210$.
 22.13. $n = 531, p = 0,85, m = 470, m_1 = 480, m_2 = 500$.
 22.14. $n = 180, p = 0,54, m = 124, m_1 = 130, m_2 = 175$.
 22.15. $n = 325, p = 0,9, m = 300, m_1 = 200, m_2 = 300$.
 22.16. $n = 500, p = 0,83, m = 410, m_1 = 220, m_2 = 450$.
 22.17. $n = 425, p = 0,75, m = 310, m_1 = 320, m_2 = 400$.
 22.18. $n = 325, p = 0,6, m = 280, m_1 = 200, m_2 = 300$.
 22.19. $n = 125, p = 0,9, m = 100, m_1 = 50, m_2 = 68$.
 22.20. $n = 520, p = 0,7, m = 510, m_1 = 320, m_2 = 400$.
 22.21. $n = 250, p = 0,8, m = 210, m_1 = 180, m_2 = 230$.
 22.22. $n = 450, p = 0,9, m = 410, m_1 = 220, m_2 = 420$.
 22.23. $n = 300, p = 0,75, m = 250, m_1 = 220, m_2 = 290$.
 22.24. $n = 200, p = 0,85, m = 110, m_1 = 90, m_2 = 170$.
 22.25. $n = 600, p = 0,6, m = 510, m_1 = 520, m_2 = 590$.
 22.26. $n = 580, p = 0,8, m = 500, m_1 = 520, m_2 = 560$.
 22.27. $n = 380, p = 0,65, m = 320, m_1 = 200, m_2 = 310$.
 22.28. $n = 500, p = 0,9, m = 440, m_1 = 430, m_2 = 590$.
 22.29. $n = 225, p = 0,8, m = 210, m_1 = 120, m_2 = 200$.
 22.30. $n = 160, p = 0,6, m = 100, m_1 = 120, m_2 = 150$.

23. Задан закон распределения дискретной случайной величины X (в первой строке таблицы даны возможные значения величины X , а во второй строке указаны вероятности $p = P(X = x_i)$ этих возможных значений).

Найти: 1) функцию распределения $F(x)$;

2) математическое ожидание $M(X)$;

3) дисперсию $D(X)$.

23.1.	X	23	25	28	29	31
	$p = P(X = x_i)$	0,3	0,2	0,3	0,1	0,1

23.2.	X	10	12	20	25	30
	$p = P(X = x_i)$	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4

23.3.	X	8	12	18	24	30
	$p = P(X = x_i)$	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1

23.4.	X	21	25	32	40	50
	$p = P(X = x_i)$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

23.5.	X	10,2	12,4	16,5	18,1	20,0
	$p = P (X = x_i)$	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1
23.6.	X	11	15	20	25	32
	$p = P (X = x_i)$	0,4	0,1	0,3	0,1	0,1
23.7.	X	13	17	22	27	30
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1
23.8.	X	14	18	23	28	30
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1
23.9.	X	15	19	24	29	30
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3
23.10.	X	4,6	5,2	6,8	7,2	8,4
	$p = P (X = x_i)$	0,3	0,3	0,1	0,2	0,1
23.11.	X	-5	2	3	4	6
	$p = P (X = x_i)$	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1
23.12.	X	4	6	8	9	12
	$p = P (X = x_i)$	0,3	0,1	0,1	0,4	0,1
23.13.	X	-8	-2	1	3	6
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1
23.14.	X	0,2	0,5	0,6	0,8	1
	$p = P (X = x_i)$	0,25	0,0,25	0,1	0,2	0,1
23.15.	X	-3	-2	0	1	3
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,1	0,5	0,1	0,2
23.16.	X	-3	-1	3	5	6
	$p = P (X = x_i)$	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3
23.17.	X	4	6	8	12	15
	$p = P (X = x_i)$	0,5	0,1	0,1	0,15	0,15
23.18.	X	-4	-1	0	2	3
	$p = P (X = x_i)$	0,3	0,1	0,4	0,1	0,1
23.19.	X	4	6	8	10	12

	$p = P (X = x_i)$	0,35	0,2	0,15	0,2	0,1
23.20.	X	2	5	6	8	11
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,1	0,1	0,6	0,1
23.21.	X	0	1	2	3	4
	$p = P (X = x_i)$	0,17	0,31	0,12	0,25	0,15
23.22.	X	11	15	16	18	21
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,4	0,3	0,15	0,05
23.23.	X	-6	-2	0	2	3
	$p = P (X = x_i)$	0,2	0,4	0,1	0,2	0,1
23.24.	X	1	5	10	13	18
	$p = P (X = x_i)$	0,24	0,13	0,01	0,22	0,4
23.25.	X	0,2	0,5	0,6	0,8	1,1
	$p = P (X = x_i)$	0,15	0,1	0,7	0,04	0,01
23.26.	X	23	25	26	28	32
	$p = P (X = x_i)$	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1
23.27.	X	12	18	21	28	43
	$p = P (X = x_i)$	0,08	0,1	0,5	0,21	0,11
23.28.	X	3	6	7	9	10
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,4	0,1	0,3	0,1
23.29.	X	2	3	10	18	24
	$p = P (X = x_i)$	0,2	0,31	0,19	0,2	0,1
23.30.	X	-2	-1	0	1	3
	$p = P (X = x_i)$	0,1	0,5	0,02	0,15	0,23

24. Случайная величина X задана дифференциальной функцией $f (x)$.

Найти: 1) функцию распределения $F (x)$;

2) математическое ожидание и дисперсию;

3) построить графики дифференциальной и интегральной функций.

$$24.1. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{50}{841} x, & \text{при } 0 < x \leq 5,8 \\ 0, & \text{при } x > 5,8. \end{cases}$$

$$24.2. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ 2x - 2, & \text{при } 1 < x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.3. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 4 \\ \frac{1}{4\sqrt{x}}, & \text{при } 4 < x \leq 16 \\ 0, & \text{при } x > 16. \end{cases}$$

$$24.4. (x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ -\frac{x}{8} + \frac{1}{2}, & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

$$24.5. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{2(3x-x^2)}{9}, & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$24.6. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{2x+2}{15}, & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$24.7. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 2 \\ 2(x-2), & \text{при } 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$24.8. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ x - \frac{1}{4}x^3, & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.9. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{2x+1}{10}, & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.10. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ x - \frac{1}{2}, & \text{при } 1 < x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.11. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{4x-x^2}{4}, & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.12. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{2x}{49}, & \text{при } 0 < x \leq 7 \\ 0, & \text{при } x > 7. \end{cases}$$

$$24.13. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -1 \\ \frac{2}{9}(x+1), & \text{при } -1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.14. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{3}{8}x^2, & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.15. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x}{8}, & \text{при } 0 < x \leq 4 \\ 0, & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

$$24.16. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -1 \\ \frac{x^2}{9}, & \text{при } -1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.17. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ 3x^2, & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$24.18. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ 6x+2, & \text{при } 0 < x \leq \frac{1}{3} \\ 0, & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$24.19. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ (\frac{3}{2}x-1), & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.20. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ (\frac{8}{3}x-3), & \text{при } 1 < x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.21. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{2}{49}x, & \text{при } 0 < x \leq 7 \\ 0, & \text{при } x > 7. \end{cases}$$

$$24.22. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{3x^2+3}{14}, & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.23. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{2x}{25}, & \text{при } 0 < x \leq 5 \\ 0, & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

$$24.24. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{6x+2}{33}, & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

$$24.25. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{18}x, & \text{при } 0 < x \leq 6 \\ 0, & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

$$24.26. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{2}{25}x, & \text{при } 0 < x \leq 5 \\ 0, & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

$$24.27. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x}{50}, & \text{при } 0 < x \leq 10 \\ 0, & \text{при } x > 10. \end{cases}$$

$$24.28. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ 4x^3, & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

$$24.29. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{2x+1}{6}, & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

$$24.30. f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1 \\ \frac{2x-1}{2}, & \text{при } 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Рекомендуемая литература

1. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва: Издательство Юрайт, 2022. - 406с.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов - .12-е изд. – Москва: Юрайт, 2022. - 479с.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для вузов. – 7-е изд., испр. – Москва: ООО «Издательство Оникс»: «Издательство «Мир и Образование», 2022. – 816с.
4. Письменный. Д. Т. Конспект лекций по высшей математике./ - 18-е изд. - М.: Айрис Пресс, 2021. - 608с.
5. Письменный. Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам./ - 4-е изд., испр. - М.: Айрис Пресс, 2010. - 288с.
6. Рябушко И.Е., Барханов В.В., Державец В.В., Юруть И.Е. «Сборник индивидуальных заданий по высшей математике» в 4 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной: учеб. пособие. – 6-е изд.– Минск: «Вышэйшая школа». - 2014.- 304с.
7. Рябушко И.Е., Барханов В.В., Державец В.В., Юруть И.Е. «Сборник индивидуальных заданий по высшей математике» в 4 ч. Ч. 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие. – 6-е изд.– Минск: «Вышэйшая школа». - 2014.- 396с.
8. Рябушко И.Е., Барханов В.В., Державец В.В., Юруть И.Е. «Сборник индивидуальных заданий по высшей математике» в 4 ч. Ч. 3. Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля: учеб. пособие. – 6-е изд. – Минск: «Вышэйшая школа». - 2013.- 367с.
9. Рябушко И.Е., Барханов В.В., Державец В.В., Юруть И.Е. «Сборник индивидуальных заданий по высшей математике» в 4 ч. Ч. 4. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика: учеб. пособие. – 4-е изд. – Минск: «Вышэйшая школа». - 2013.- 336с.

АГТУ Заказ _____ тираж _____ 2022г.