



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Астраханский государственный технический университет»
Система менеджмента качества в области образования, воспитания, науки и инноваций сертифицирована DQS
по международному стандарту ISO 9001:2015

Институт информационных технологий и коммуникаций

КАФЕДРА «ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

Методические указания

к выполнению студентами практической работы по дисциплине

"Математика"

направления

16.03.03 Холодильная, криогенная техника и системы

жизнедеятельности

***Очной/заочной
формы обучения***

Автор: доцент кафедры «Высшая и прикладная математика» Терновая Г.Н.
Рецензент: доцент кафедры «Высшая и прикладная математика»,
 к.ф.-м.н., Ильясова А.К.

Методические указания утверждены на заседании кафедры «Высшая и прикладная математика» протокол № 7 от 31.08. 2022 г.

ПОНЯТИЕ, ЦЕЛЬ, ЗАДАЧИ ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Практическая работа студентов (ПРС) - особая форма организации учебного процесса, представляющая собой планируемую познавательную, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без непосредственного участия преподавателя.

Целью ПРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней.

Задачи ПРС:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретической подготовки;
- формирование умений использовать справочную и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- выработка навыков эффективной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

ПРС - важная составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объём которой определяется учебным планом.

Основным принципом организации ПРС является комплексный, системный подход, направленный на формирование у студента навыков репродуктивной, поисково-аналитической, практической и творческой (научно-исследовательской) деятельности.

Организационные мероприятия, обеспечивающие нормальное функционирование ПРС, основываются на следующих предпосылках:

- практическая работа конкретна по своей предметной направленности;
- практическая работа сопровождается эффективным, непрерывным контролем и оценкой ее результатов.

В зависимости от степени, формы участия и организации контроля практическая

работа студента подразделяется на два вида: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная практическая работа обучающихся проходит под методическим и организационным руководством преподавателя и предполагает самостоятельное выполнение обучающимися групповых и/или индивидуальных учебных заданий (задач).

Аудиторная практическая работа обучающихся предусматривает:

- выполнение контрольных, практических работ, составление схем, диаграмм;
- решение задач;
- работу со справочной, методической и научной литературой;
- представление результатов выполненных работ;
- тестирование и т.д.

Внеаудиторная практическая работа обучающихся - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая вне расписания, в том числе посредством Интернет-технологий, по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Практическая работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики лабораторной работы, уровня сложности и уровня умений студентов.

Главное при выполнении заданий по практической работе научиться методам умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Чёткое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной практической работы.

Методические рекомендации по работе с учебной и научной литературой

В основе практической работы всегда лежит умение работать с учебной и научной литературой. Необходимо научиться правильно подбирать литературу, научиться правильно ее читать и вести записи. Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой позволяют экономить время и повышают продуктивность.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература также указана в методических разработках по дисциплине.

Основные *приёмы* работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие - просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателем, который поможет сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием - научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать).

Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет об учебной и научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться.

Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге. Следующий этап - чтение. Первый раз целесообразно прочитать

книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. С этой целью необходимо завести специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении учебно-научного текста:

- информационно-поисковая (задача - найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде - как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. - использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного

Аннотирование - предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование - краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование - лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование - дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование - краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект - сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической

последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта

Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта.

Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта.

Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис – это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта – основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры.

Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести чётко, ясно.

Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

При оформлении конспекта необходимо стремиться к ёмкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Задания по практической работе

Задание 1. Изучить учебную литературу и подготовиться к опросу по следующим вопросам.

Для студентов очной и заочной формы обучения.

Тема 1. Линейная и векторная алгебра

1. Матрицы действие над ними.
2. Определители и их свойства.
3. Системы линейных уравнений.
4. Векторы. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Даны матрицы A и B . Найти: 1) определитель матрицы A по правилу треугольников; разложением по элементам первой строки; предварительно получив в ней два нуля;
2) матрицы $\alpha \cdot A + \beta \cdot B$, AB , A^{-1} .

1.1.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -6 \end{pmatrix} \quad \alpha=2; \beta=-3.$$

1.2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \alpha=-3; \beta=2.$$

1.3.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \alpha=-2; \beta=3.$$

1.4.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \alpha=3; \beta=-2.$$

1.5.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix} \quad \alpha=4; \beta=-2.$$

1.6.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \alpha=3; \beta=-2.$$

1.7.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \alpha=-3; \beta=2.$$

1.8.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 6 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \alpha=-1; \beta=2.$$

1.9.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & -9 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha=-2; \beta=5.$$

1.10.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 7 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \alpha=-2; \beta=4.$$

Дана система линейных алгебраических уравнений. Показать, что она имеет единственное решение и найти его:

- 1) методом Крамера;
- 2) методом Гаусса.

$$\begin{array}{ll}
1.11. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases} & 1.12. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 1 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 1 = 0 \end{cases} \\
1.13. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_3 - 2x_2 + x_1 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} & 1.14. \begin{cases} 3x_1 + 2x_3 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = -2 \end{cases} \\
1.15. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 1 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2 = 0 \end{cases} & 1.16. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_3 + 2x_2 = 0 \end{cases} \\
1.17. \begin{cases} x_1 + x_3 + 2x_2 = 4 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases} & 1.18. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 - 4 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 10 = 0 \end{cases} \\
1.19. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 7 = 0 \\ 2x_1 - x_3 + x_2 - 1 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2 = 0 \end{cases} & 1.20. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2 = 0 \\ x_1 + 3x_3 + 2x_2 = -1 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3 = 0 \end{cases}
\end{array}$$

Тема 2. Аналитическая геометрия

1. Прямая на плоскости, уравнение плоскости.
2. Прямая в пространстве.
3. Кривые второго порядка.
4. Поверхности второго порядка.

Даны координаты четырех точек A, B, C, D . Требуется средствами векторной алгебры найти:

- 1) угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$; 2) площадь треугольника ABC ; 3) объем пирамиды $ABCD$;
- 4) сделать схематический чертеж.

1.1. $A(3, 1, 4), B(-1, 6, 1), C(-1, 1, 6), D(0, 4, -1)$.

1.2. $A(3, 3, 9), B(6, 9, 1), C(1, 7, 3), D(8, 5, 8)$.

1.3. $A(3, 5, 4), B(5, 8, 3), C(1, 9, 9), D(6, 4, 8)$.

1.4. $A(2, 4, 3), B(7, 6, 3), C(4, 9, 3), D(3, 6, 7)$.

1.5. $A(9, 5, 5), B(-3, 7, 1), C(5, 7, 8), D(6, 9, 2)$.

1.6. $A(6, 6, 2), B(5, 4, 7), C(2, 4, 7), D(7, 3, 0)$.

1.7. $A(7, 5, 3), B(9, 4, 4), C(4, 5, 7), D(7, 9, 6)$.

1.8. $A(6, 1, 1), B(4, 6, 6), C(4, 2, 0), D(1, 2, 6)$.

1.9. $A(5, 8, 2), B(3, 5, 10), C(3, 8, 4), D(5, 5, 4)$.

1.10. $A(0, 7, 1), B(4, 1, 5), C(4, 6, 3), D(3, 9, 8)$.

Даны уравнения плоскости (α) и координаты точки P . Требуется найти: 1) канонические уравнения прямой l , проходящей через точку P перпендикулярно плоскости (α) ; 2) точку пересечения прямой l с плоскостью (α) ; 3) уравнение плоскости, проходящей через прямую l и начало координат. Сделать схематический чертеж.

1.11. $(\alpha): 7x - y + 6z - 8 = 0, P(2, -5, 6)$.

1.12. $(\alpha): 4x + y - 3z + 8 = 0, P(1, 2, -4)$.

1.13. $(\alpha): 5x - 2y + 2z - 18 = 0, P(-3, 1, 1)$.

1.14. $(\alpha): x + y + z + 9 = 0, P(2, -5, 6)$.

1.15. $(\alpha): 3x + 2y - z - 6 = 0, P(1, -1, 9)$.

1.16. $(\alpha): 5x - 6y + z + 11 = 0, P(1, 0, 4)$.

1.17. $(\alpha): 2x - 2y + 5z - 18 = 0, P(1, 1, -3)$.

1.18. $(\alpha): 4x - 3y + z + 8 = 0$, $P(1, -4, 2)$.

1.19. $(\alpha): x + y + z + 15 = 0$, $P(2, 6, -5)$.

1.20. $(\alpha): 3x - y + 2z + 1 = 0$, $P(1, 9, -1)$.

Тема 3 Введение в анализ. Предел и непрерывность функции.

1. Множества, свойства.
2. Функции, сложные функции, обратные.
3. Определение предела.
4. Теоремы о пределах.
5. Непрерывность функции.

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{3x - 2x^2 + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 6x}{\sqrt{1 + 4x} - \sqrt{2x + 13}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \operatorname{tg} x}{\cos x - \cos^3 x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 4} (9 - 2x)^{\frac{5x}{x-4}}$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4x - 3}{5x^2 - 2x^3 + 7}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5x + 4} - 2\sqrt{6}}{x - 4}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 \cdot \sin x}{\operatorname{tg} x - \sin x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 5)(\ln(2x + 5) - \ln(3 + 2x))$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 3x^4 + 6}{2x^4 + x^3 - 5x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3 + x} - \sqrt{3 - x}}{5x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arcsin 2x}{1 - \cos 4x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 1}{3x^2 - 4} \right)^{2x^2 - 5}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 6x + 8}{3x^2 + x - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2x + 2} - 4}{14 - 2x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos^2 2x}{3x \cdot \sin 5x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{5}{x}}$.

5. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - 8x + 11}{6x - 2x^2 + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - \sqrt{x}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x^2 \cdot \operatorname{ctg} 3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x + 5}{6x} \right)^{3x - 4}$.

6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 7}{5x^2 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{6 + 2x} - \sqrt{6}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^4 x}{\operatorname{arctg} x \cdot \sin 5x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - 3)(\ln x - \ln(x - 2))$.

7. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 3x^3 - 4}{4x^5 - 2x^2 + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{\sqrt{3 - 2x} - \sqrt{x + 3}}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} 6x}{1 - \cos x}$; г) $\lim_{x \rightarrow -2} (5 + 2x)^{\frac{7x}{x+2}}$.

8. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 5x - x^4}{3x^4 - 2x^2 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5 - 2x^2} - \sqrt{5}}{x^2 + x^3}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{\sin 3x + \sin x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 4}{5x - 3} \right)^{6x - 5}$.

$$9. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x + 6}{6x^2 + x^3 - 3x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{7 + 3x} - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} \cdot \operatorname{ctg} x}{x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (3x + 1)(\ln(x + 4) - \ln x).$$

$$10. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 6x + 1}{7x + 3x^2 - 5};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x^2 - 4};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x^3};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 5} (2x - 9)^{\frac{3}{x-5}}.$$

Задана функция $y = f(x)$. Требуется: 1) исследовать на непрерывность; 2) классифицировать точки разрыва функции, если они существуют; 3) исследовать поведение функции на бесконечности; 4) сделать схематический чертеж по результатам исследования.

$$1. \text{ а) } f(x) = 3^{\frac{1}{x+1}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{при } x \leq 0 \\ 1-x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1. \\ 3 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

$$2. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{2^{\frac{1}{x-1}}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 1-3x & \text{при } x \leq 0 \\ 1-x^2 & \text{при } 0 < x \leq 2. \\ \frac{1}{x-2} & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

$$3. \text{ а) } f(x) = 5^{\frac{1}{4-x}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{при } x \leq 0 \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 2. \\ 2x & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

$$4. \text{ а) } f(x) = 6^{\frac{1}{x-2}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x-3 & \text{при } x < 0 \\ x+1 & \text{при } 0 \leq x \leq 4. \\ 3+\sqrt{x} & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

$$5. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{3^{\frac{1}{x}}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x+\pi & \text{при } x < -\pi \\ \sin x & \text{при } -\pi \leq x \leq 0. \\ \log_3 x & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

$$6. \text{ а) } f(x) = (0,1)^{\frac{1}{2x+1}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{при } x \leq 0 \\ 2-x & \text{при } 0 < x \leq 1. \\ \frac{1}{x} & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

$$7. \text{ а) } f(x) = (0,2)^{\frac{1}{3x-2}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x^2+4 & \text{при } x < -2 \\ 3x+2 & \text{при } -2 \leq x \leq 2. \\ 12-x^2 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

$$8. \text{ а) } f(x) = 7^{\frac{1}{4x-2}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{при } x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{4}. \\ 1 & \text{при } x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$9. \text{ а) } f(x) = (0,1)^{\frac{1}{3-2x}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} 3-x & \text{при } x \leq 0 \\ \lg x & \text{при } 0 < x \leq 10. \\ 11-x & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

$$10. \text{ а) } f(x) = \frac{1}{3^{\frac{1}{2+x}}};$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{при } x < 0 \\ \operatorname{tg} x & \text{при } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 2 & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Производная функции. Её физическая и геометрическая интерпретация. Понятие дифференцируемости функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
2. Понятие дифференциала функции. Дифференцируемые функции.
3. Производная суммы, произведения, частного функций; дифференцирование сложной функции
4. Вычисление производных элементарных функций.
5. Производная обратной функции. Вычисление производных обратных функций. Логарифмическая производная.
6. Производная параметрических и неявно заданных функций.
7. Инвариантность формы первых дифференциалов. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
8. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
9. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.
10. Условие возрастания и убывания функций. Точки локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума.
11. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на замкнутом отрезке. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба.
12. Асимптоты кривых. Общая схема исследования свойств функции и построение ее графика.

Найти производные y' данных функций.

1. а) $y = \sqrt[3]{x^4 + 5x} - \sqrt[4]{(5x-7)^3}$; б) $y = \frac{1 + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} 2x}$; в) $y = (\cos x)^x$;
г) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}$.
2. а) $y = \frac{3x}{\sqrt[3]{2+7x}} - 10\sqrt[3]{2+7x}$; б) $y = \cos^5 4x$; в) $y = x^{e^x}$;
г) $y = x \cdot \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$.
3. а) $y = x \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}}$; б) $y = \operatorname{tg} \ln \sqrt{x}$; в) $y = 5^{\cos^3 x}$; г) $y = (x^2 - 1)^{\operatorname{tg} x}$.
4. а) $y = x + \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$; б) $y = \sin \sqrt{1+x^2}$; в) $y = \ln \operatorname{ctg} \sqrt[5]{x}$;
г) $y = (\arccos x)^{5x}$.
5. а) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{2x-1}} + \frac{5}{\sqrt[4]{(x^3+2)^3}}$; б) $y = \cos \ln^3 x$; в) $y = (e^{\sin x} - 1)^6$;
г) $y = (5x-1)^{\sqrt{x}}$.
6. а) $y = x \cdot \sqrt[5]{\frac{2}{1+x}}$; б) $y = \frac{1 + \sin 7x}{1 - \sin 7x}$; в) $y = 2^{\frac{1-x}{1+x}}$; г) $y = (\ln x)^x$.

7. а) $y = \sqrt[3]{1+x\sqrt{x+3}}$; б) $y = \sqrt{1+\ln^2 x}$; в) $y = e^{x^{\frac{4}{x^2}}}$;
 г) $y = (x+1)^{\arcsin x}$.
8. а) $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$; б) $y = e^{1+\ln^2 x}$; в) $y = \operatorname{arctg} \frac{5}{x}$; г) $y = (\sin x)^{\cos x}$.
9. а) $y = \sqrt{\frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}}$; б) $y = \arcsin \frac{2x+1}{3}$; в) $y = e^{-5\operatorname{tg}^2 3x}$;
 г) $y = (\cos 4x)^{x+5}$.
10. а) $y = \frac{\sqrt{1+3x^2}}{2+3x^2}$; б) $y = e^{-x^2} \cdot \cos^4(2x+3)$; в) $y = (e^{\operatorname{tg} x} - 4)^5$;
 г) $y = (1+\operatorname{tg} x)^{x^3}$.

11. а) Записать уравнение нормали к кривой $y = x^2 - 16x + 7$ в точке с абсциссой $x=1$.
 б) Закон движения материальной точки $S(t) = 2t^5 - 6t^3 - 58$ (м). Найти скорость ее движения в момент времени $t = 2$ с.
12. а) В какой точке кривой $y^2 = 4x^3$ касательная перпендикулярна к прямой $x + 3y - 1 = 0$.
 б) Закон движения материальной точки $S(t) = \frac{3}{4}t^4 - 3t^3 + 7$ (м). В какие моменты времени скорость ее движения равна 0 м/с?
13. а) Записать уравнение касательной к кривой $y = \frac{x^2}{4} - x + 5$ в точке с абсциссой $x=4$.
 б) По оси Ox движутся две материальные точки, законы движения которых $x(t) = 4t^2 - 7$ (м) и $x(t) = 3t^2 - 4t + 38$ (м). С какой скоростью эти точки удаляются друг от друга в момент встречи?
14. а) В каких точках кривой $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 7x + 4$ касательная составляет с осью Ox угол $\frac{\pi}{4}$?
 б) Закон движения материальной точки $S(t) = 3t^4 - t^3 + 4t^2 + 6$ (м). Найти скорость ее движения в момент времени $t = 2$ с.
15. а) Записать уравнение нормали к кривой $y = 3\operatorname{tg} 2x + 1$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{2}$.
 б) Материальная точка движется по гиперболе $xy = 12$ так, что ее абсцисса x равномерно возрастает со скоростью 1 м/с. С какой скоростью изменяется ордината точки, когда она проходит положение (6; 2)?
16. а) В какой точке кривой $y = 2x^3 - 1$ касательная составляет с осью Ox угол $\frac{\pi}{3}$?
 б) Закон движения материальной точки $S(t) = 4\sin\left(\frac{t}{3} + \frac{\pi}{6}\right) - 8$ (м). Найти ее скорость в момент времени $t = \frac{\pi}{2}$ с.
17. а) Найти точку на кривой $y = \frac{x^4}{4} - 7$, касательная в которой параллельна прямой $y = 8x - 4$.
 б) Закон движения материальной точки $S(t) = \frac{5}{3}t^3 - 2t + 7$ (м). Найти скорость ее движения в момент времени $t = 4$ с.
18. а) Записать уравнение нормали к кривой $y = 6\operatorname{tg} 5x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{20}$.
 б) В какой точке параболы $y^2 = 16x$ ордината возрастает в четыре раза быстрее, чем абсцисса?
19. а) Найти точки на кривой $y = \frac{x^3}{3} - 9\frac{x^2}{2} + 20x - 7$, в которых касательные параллельны оси Ox .

б) По оси Ox движутся две материальные точки, законы движения которых $x(t) = 2t^3 - 2t^2 + 6t - 7$

(м) и $x(t) = \frac{5t^3}{3} - t^2 + 14t + 4$ (м). В какой момент времени их скорости будут равными?

20. а) Найти точку на кривой $y = -3x^2 + 4x + 7$, касательная в которой перпендикулярна к прямой $x - 20y + 5 = 0$.

б) Закон движения материальной точки $S(t) = \frac{5}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 7$ (м). В какой момент времени ее скорость будет равна 42 м/с?

Приложения дифференциального исчисления

Найти указанные пределы, используя правило Лопиталья.

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5 - 5 \cdot e^{-3x}}$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(a^{\frac{1}{x}} - 1 \right) x$;

б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2 - \sin x^2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}$.

5. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot e^{-0,01x}$.

6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 8x}$.

7. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{x}}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3}$.

8. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$.

9. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin\left(\frac{3}{x}\right)$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}$.

10. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos x - \sin x}{x^3}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 \cdot e^{-x})$

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

11. $f(x) = \frac{x+6}{x^2+13}, [-5; 5]$.

12. $f(x) = \frac{x-3}{x^2+16}, [-5; 5]$.

13. $f(x) = \frac{x-4}{x^2+9}, [-4; 6]$.

14. $f(x) = \frac{10x}{1+x^2}, [0; 3]$.

15. $f(x) = \frac{2(x^2+3)}{x^2-2x+5}, [-3; 3]$.

16. $f(x) = 4 - x - \frac{4}{x^2}, [1; 4]$.

17. $f(x) = x^2 + \frac{16}{x} - 16, [1; 4]$.

18. $f(x) = \frac{x-5}{x^2+11}, [-3; 7]$.

19. $f(x) = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59, [2; 4]$.

20. $f(x) = \frac{4x}{4+x^2}, [-4; 2]$.

Провести полное исследование указанной функции методами дифференциального исчисления и построить её график.

21. $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x}$.

22. $y = \frac{x}{(x-1)^2}$.

23. $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$.

24. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

25. $y = \frac{(x-2)^2}{x+1}$.

26. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x}$.

27. $y = \frac{(x-5)^2}{(x+1)^2}$.

28. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2}$.

29. $y = \left(\frac{x+1}{1-x} \right)^2$.

30. $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

1. Понятие функции нескольких переменных. Понятие n -мерного пространства. Метрические и евклидовы пространства, полные пространства, компактные множества, связные множества.
2. Сходящиеся и ограниченные последовательности точек в n -мерном пространстве и их свойства.
3. Предельное значение функции нескольких переменных необходимые и достаточные условия его существования. Непрерывность функции нескольких переменных. Равномерная непрерывность.
4. Понятие частных производных. Дифференцируемость. Дифференцирование сложной функции.
5. Дифференциал функции нескольких переменных.
6. Производная по направлению. Градиент.
7. Частные производные и дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
8. Дифференцирование неявных функций.
9. Локальный (безусловный) экстремум. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия.
10. Понятие условного экстремума. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия. Глобальный экстремум.

Для данной функции $z = f(x, y)$ найти частные производные z'_x и z'_y .

1. $z = e^{xy}$;

2. $z = e^{-\cos(2x+y)}$;

3. $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$;

4. $z = \sin^2(y - 3x)$;

5. $z = \frac{y}{x}$;

6. $z = y \cdot \sqrt{\frac{y}{x}}$;

7. $z = \frac{\sin(x-y)}{x}$;

8. $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$;

9. $z = y \cdot \sqrt{\frac{x}{y}}$;

10. $z = e^{\frac{y}{x}}$.

Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум.

11. $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$;

12. $z = x^2 + 3y^2 + x - y$;

13. $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$;

14. $z = x^2 + 3y^2 + x - y$;

15. $z = xy - 2x - y$;

16. $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$;

17. $z = 2x + y - xy$;

18. $z = x^2 + xy$;

19. $z = x^2 + xy - 2$;

20. $z = 10 + 2xy - x^2$.

Дана функция $z = f(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$, вектор $\vec{a}$. Найти:

- 1) направление и скорость наибольшего возрастания функции в точке A .
- 2) Производную функции в точке A , в направлении вектора $\vec{a}$.
- 3) Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = f(x, y)$ в точке A .

21. $z = 2x^2 + xy$, $A(-1; 2)$, $\vec{a} = 3i + 4j$.

22. $z = x^3 + xy^2$, $A(1; 3)$, $\vec{a} = -5i + 12j$.

23. $z = 5x^2y + 3xy^3$, $A(1; 1)$, $\vec{a} = 6i - 8j$.

24. $z = \frac{3x}{y^2}$, $A(3; 4)$, $\vec{a} = -3i - 4j$.

25. $z = \frac{x+y}{x^2+y^2}$, $A(1; -2)$, $\vec{a} = i + 2j$.

26. $z = x^2 + xy + y^2$, $A(1; 2)$, $\vec{a} = 2i + j$.

27. $z = 3x^2y^2 + 5y^2x$, $A(1; 1)$, $\vec{a} = -i + j$.

28. $z = 3x^4 + 2x^2y^3$, $A(1; -2)$, $\vec{a} = 4i - 3j$.

29. $z = 5x^2 + 6xy$, $A(2; 1)$, $\vec{a} = i + 2j$.

30. $z = 5x^2 - 2xy + y^2$, $A(1; 1)$, $\vec{a} = 2i + j$.

Тема 6. Неопределённый интеграл.

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
2. Основные методы интегрирования. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование простейших дробей.
3. Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратных трехчлен.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.

6. Интегралы от иррациональных функций.
7. Интегрирование дифференциального бинома.
8. Интегрирование иррациональностей с помощью тригонометрических и гиперболических подстановок.
9. Понятие об интегралах, не выражающихся через элементарные функции.

Найти неопределённые интегралы.

1. а) $\int \frac{4-5\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; б) $\int (3x+2) \cdot e^{2x} dx$;
 в) $\int \frac{x^2-6x-3}{(x-1)^2(x+3)} dx$; г) $\int \frac{dx}{1-\sin x}$
 д) $\int \frac{dx}{5+\sqrt{x+3}}$;
2. а) $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1-\ln^2 x}}$; б) $\int \sqrt{x} \cdot \ln x \cdot dx$;
 в) $\int \frac{(6x+8)dx}{(x+3)(x^2+1)}$; г) $\int \cos^3 x \cdot \sin^{10} x dx$;
 д) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$;
3. а) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16+x^6}}$; б) $\int (6-5x) \cdot \cos 3x dx$;
 в) $\int \frac{(10x+1)dx}{(x-2)^2(x+5)}$; г) $\int \cos 7x \cdot \sin 5x dx$;
 д) $\int \frac{dx}{2-\sqrt{x-4}}$;
4. а) $\int \frac{3^{4\operatorname{ctg} x} + 1}{\sin^2 x} dx$; б) $\int x \arcsin x dx$;
 в) $\int \frac{(3x+7)dx}{(x+1)(x^2+5)}$; г) $\int \frac{dx}{5+2\cos x}$;
 д) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+5}}$;
5. а) $\int \frac{\sin(3x)dx}{\sqrt{\cos^2(3x)-4}}$; б) $\int (4-3x) \cdot e^{\frac{x}{3}} dx$;
 в) $\int \frac{x^2+2x+2}{x^2(x+6)} dx$; г) $\int \sin^2(5x) dx$;
 д) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+3+5}}$;
6. а) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{9-x^8}}$; б) $\int (x^2-2x+5) \cdot \ln x dx$;
 в) $\int \frac{x^2+27x+32}{(x+4)^2 \cdot (x-3)} dx$; г) $\int \operatorname{tg}^3 x dx$;
 д) $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x-3}}$;
7. а) $\int \frac{3-2\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$; б) $\int (8x+5) \cdot \sin \frac{x}{2} dx$;

$$\begin{array}{ll}
\text{в)} \int \frac{(11x+30)dx}{(x-2)(x^2+10)}; & \text{г)} \int \frac{dx}{\cos^2 x - 4\sin^2 x}; \\
\text{д)} \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2(1+\sqrt[3]{x})}}; & \\
8. \text{ а)} \int \frac{6\operatorname{tg} x + 5}{\cos^2 x} dx; & \text{б)} \int \left(x^2 + \frac{1}{3}\right) \operatorname{arctg} x dx; \\
\text{в)} \int \frac{2x^2 + 23x - 16}{(x+5)^2(x+2)}; & \text{г)} \int \frac{dx}{\cos x - \sin x - 1}; \\
\text{д)} \int \frac{dx}{\sqrt{4x-3}+2}; & \\
9. \text{ а)} \int \frac{2^x dx}{\sqrt{1-4^x}}; & \text{б)} \int \frac{\ln x}{x^7} dx; \\
\text{в)} \int \frac{11x^2 - 24x - 16}{(x-4) \cdot x^2} dx; & \text{г)} \int \sin 8x \cdot \sin 3x dx; \\
\text{д)} \int \frac{dx}{3 + \sqrt[3]{x+4}}; & \\
10. \text{ а)} \int \frac{x^4 dx}{25 - x^{10}}; & \text{б)} \int \frac{x}{2} \cdot \sin x \cdot \cos x dx; \\
\text{в)} \int \frac{(14x-1)}{(x-8)(x^2+5)}; & \text{г)} \int \frac{dx}{3\cos x - 2}; \\
\text{д)} \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x-5} \cdot (4 + \sqrt[3]{x-5})}. &
\end{array}$$

Тема 7. Определённый интеграл

1. Задачи, приводящие к понятию интеграла. Определение определённого интеграла. Теорема существования. Свойства определённого интеграла. Интеграл Римана-Стилтьеса; интеграл Римана; критерий интегрируемости, функции ограниченной вариации.
2. Интеграл с переменным верхним пределом. Первообразная функция.
3. Вычисление определённого интеграла: формула Ньютона - Лейбница, интегрирование по частям, замена переменной в определённом интеграле.
4. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.
5. Геометрические приложения определённого интеграла. Приложения определённого интеграла в механике.

Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

$$\begin{array}{lll}
11. \int_2^{\infty} \frac{x^3 dx}{x^4 - 5}; & 12. \int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{(3-x)^3}}; & 13. \int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+3)^2}; \\
14. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}; & 15. \int_{-\infty}^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}; & 16. \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}; \\
17. \int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt{8+x^3}}; & 18. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}; & 19. \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)};
\end{array}$$

$$20. \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sin^2(2x)}.$$

21. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy=3$, $x+y=4$. Сделать чертеж.
22. Вычислить длину дуги $y^2=(x-1)^3$ от точки $A(1;0)$ до точки $B(2;1)$. Сделать чертеж.
23. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y^2=6x$; $y=2x$. Сделать чертеж.
24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной в полярной системе координат уравнением $r=2(1+\cos\varphi)$. Сделать чертеж.
25. Вычислить длину дуги линии, заданной параметрически

$$\begin{cases} x=3\cos^3 t \\ y=3\sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$
26. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной линиями $y=3-\frac{x^2}{3}$ и $x+y=3$. Сделать чертеж.
27. Вычислить площадь фигуры, ограниченной замкнутой линией, заданной параметрически: $\begin{cases} x=4\cos t \\ y=3\sin t. \end{cases}$ Сделать чертеж.
28. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярной системе координат уравнением: $r=4\sin\varphi$. Сделать чертеж.
29. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y=\cos x$; $y=0$; $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Сделать чертеж.
30. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=e^x$, $y=e^{-x}$, $y=5$. Сделать чертеж.

Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения. Задача Коши.
2. Понятия об общем, частном и особом решениях дифференциальных уравнений.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные уравнения, уравнение Бернулли, уравнения в полных дифференциалах, уравнения, приводящиеся к однородным.4.
4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общие понятия. Задача Коши.
5. Уравнения, допускающие понижение порядка.
6. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Уравнение с правой частью специального вида.

Найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка.

- | | |
|--|------------------------------|
| 1. а) $xy' = y - \sqrt{xy}$; | б) $xy' - y = (x+1)^3 x^2$. |
| 2. а) $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$; | б) $xy' = y + x^2 \sin x$. |

- | | |
|--|---|
| 3. а) $x^2 y' = y^2 + x^2$; | б) $(x+3)y' + y = \sqrt{\frac{1}{x}}$. |
| 4. а) $x^2 y' = y^2 + xy$; | б) $x^2 y' + y = e^{\frac{1}{x}}$. |
| 5. а) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4$; | б) $(x+1)y' - xy = e^x$. |
| 6. а) $2xy y' = x^2 + y^2$; | б) $(4+x^2)y' + 2xy = 4 + x^2$. |
| 7. а) $(y^2 + 3x^2)y' = 3xy$; | б) $xy' = y + x\sqrt{x}$. |
| 8. а) $y' = \frac{y^2 + xy}{x^2 - xy}$; | б) $y' + 2xy = x^2 e^{-x^2}$. |
| 9. а) $y' = \frac{5xy + y^2}{3x^2 + xy}$; | б) $xy' - y = x^2 \cos x$. |
| 10. а) $(x^2 - y^2)y' = xy$; | б) $y' - \frac{y}{x} = \sqrt{1+x}$. |

Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее начальным условиям.

11. $y'' + 4y' - 12y = 8\sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
12. $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
13. $y'' + 4y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
14. $y'' - 2y' + 5y = x \cdot e^{2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
15. $y'' + 5y' + 6y = 3\cos 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
16. $y'' - 5y' + 6y = (2x-1)e^{-x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
17. $y'' - 4y' + 13y = 7x + 5$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
18. $y'' - 4y' = 6x + 1$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
19. $y'' - 3y' + 2y = 4e^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
20. $y'' + 6y' + 9y = 2e^{3x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Тема 9. Числовые и функциональные ряды

1. Числовые ряды.
2. Признаки сходимости.
3. Функциональные и степенные ряды.
4. Ряды Тейлора и Маклорена.
5. Степенные ряды в приближенных вычислениях.
6. Ряды Фурье

Исследовать на сходимость числовые ряды.

- | | |
|--|---|
| 1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n^2 - 1}{10^n}$; | б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$; |
| 2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln^2 n + 1)}$; | б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$; |

3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+7}{2n+19} \right)^n$;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 3^n}{(4n+1)}$;
4. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 2^n}{n!}$;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n(n+1)}}$;
5. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n+7} \right)^n$;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{3^{2n+1}}$;
6. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!+n}$;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3n^2+10}$;
7. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n+3^n}$;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!(4n+1)}$;
8. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)^n}{(3n-1)^{2n}}$;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{6n-5}$;
9. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (2n-1)}{n}$;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt[5]{4n+3}}$;
10. а) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-5} e^{-3n}$;	б) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{5n}{7n+1} \right)^n$.

Найти интервал сходимости степенного ряда.

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{n-1} - n \right) x^n$;	12. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{3n+1} (n-3) x^n$;
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^{3n+2} (n-2)}$;	14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+1}{3^{n+2}} x^n$;
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2-n)x^n}{(5n+3)^5}$;	16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{2n-1} x^n}{5n!}$;
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 x^n}{(3n+4)}$;	18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+3}}{n \cdot 4^{2n+1}} \cdot x^n$;
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{5^{2n+2}}$;	20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+n^2)x^n}{2^{3n+2}}$.

Вычислить определённый интеграл с точностью до 0,01, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.

21. $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$;	22. $\int_0^1 \cos \sqrt{x} dx$;
23. $\int_0^1 \sin x^3 dx$;	24. $\int_0^1 \frac{1-e^{-2x}}{x} dx$;
25. $\int_0^1 \frac{1-\cos x}{x^2} dx$;	26. $\int_0^1 \frac{\sin x^2}{x} dx$;
27. $\int_0^1 \operatorname{arctg} x^2 dx$;	28. $\int_0^{0,1} \frac{e^x-1}{x} dx$;
29. $\int_0^1 \ln(1+x^3) dx$;	30. $\int_0^1 x^2 \sin x^2 dx$.

Тема 10. Кратные и криволинейные интегралы

1. Обобщение интеграла по мере. Двойной интеграл и его свойства.
2. Вычисление двойного интеграла. Замена переменных. Якобиан Полярная система координат.
3. Приложения двойного интеграла.
4. Тройной интеграл, его свойства. Вычисление тройного интеграла.
5. Сферические и цилиндрические системы координаты.
6. Приложения тройного интеграла.
7. Задачи, приводящие к понятиям криволинейного интеграла. Его определение и свойства, вычисление.
8. Геометрические и механические приложения криволинейных интегралов.
9. Связь между криволинейным интегралом и двойным. Формула Грина

Дан двукратный интеграл. Изобразить на чертеже область интегрирования.

С помощью этого интеграла найти ее площадь.

1. $\int_0^1 dx \int_{2x}^{3-x^2} dy;$	2. $\int_0^1 dy \int_y^{2-y^2} dx;$	3. $\int_0^1 dx \int_x^{4-x^2} dy;$
4. $\int_0^1 dx \int_{2x}^{1+x^2} dy;$	5. $\int_0^1 dy \int_{y^2}^{5-4y} dx;$	6. $\int_1^{1.5} dx \int_{2x-1}^{\frac{3}{x}} dy$
7. $\int_0^1 dy \int_{\frac{y}{4}}^{4-y^2} dx;$	8. $\int_{-5}^0 dx \int_{4x}^{5-x^2} dy;$	9. $\int_{-7}^0 dy \int_{6y}^{7-y^2} dx$
10. $\int_0^1 dx \int_{2+x^2}^{4-x^2} dy.$		

11. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1+x+2y+2xy) dx dy$, где область интегрирования D ограничена линиями $x=N$, $y=x$ $y=2x$, где N - номер варианта. Сделать чертеж.
12. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (2xyz+x) dx dy dz$, где область интегрирования V задана плоскостями $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x=N$, $y=2$, $z-x=0$ где N - номер варианта. Сделать чертеж.
13. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (y+1)dx - (2-x)dy$ вдоль дуги L окружности $x=2\cos t$, $y=2\sin t$ от точки $A(2;0)$ до точки $B(0;2)$, обходя ее против часовой стрелки.
14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3y+x^2)dx - x dy$ вдоль дуги L параболы $y=3x^2$ от точки $O(0;0)$ до точки $A(1;3)$.
15. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (x^2+3y)dx + (y-2x)dy$ вдоль дуги L параболы $y=1-x^2$ от точки $A(0;1)$ до точки $B(1;0)$.

16. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x-2y)dx+2ydy$ вдоль L – эллипса $x=4\cos t, y=2\sin t$, обходя его против часовой стрелки.
17. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (y-x)dx+\frac{3x}{y}dy$ вдоль дуги L кривой $y=e^x$ от точки $A(0;1)$ до точки $B(1;e)$.
18. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (y+2)dx-(x+y)dy$ вдоль прямой $L: y=2-3x$ от точки $A(0;2)$ до точки $B(1;-1)$.
19. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (x-2y^2)dx+(xy-\sqrt{x})dy$ вдоль дуги L параболы $y=3\sqrt{x}$ от точки $O(0;0)$ до точки $A(1;3)$.
20. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \frac{3-y}{x}dx+(2x+1)dy$ вдоль дуги L кривой $y=\ln x$ от точки $A(1;0)$ до точки $B(e;1)$.
21. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3y+2x)dx-(x-2y)dy$ вдоль прямой $L: y=2x-1$ от точки $A(0;-1)$ до точки $B(1;1)$.
22. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x^2-xy)dx+(4+x^2)dy$ вдоль дуги L гиперболы $xy=1$ от точки $A(1;1)$ до точки $B(2;\frac{1}{2})$.

Тема 11. Теория вероятностей и элементы математической статистики

- Классическое определение вероятностей.
 - Теоремы сложения и умножения для произвольных событий.
 - Формула полной вероятности, Формулы Байеса.
 - Повторные независимые испытания.
 - Дискретные и непрерывные случайные величины.
 - Нормальное распределение.
- Имеется 10 одинаковых урн, в девяти из которых находится по два белых и два черных шара, а в одной пять белых и один черный. Из урны, взятой наудачу, был извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?
 - Для сигнализации об аварии установлены 3 независимо работающих устройства. Вероятность того, что при аварии не сработает первое устройство – 0,1; второе – 0,3; третье – 0,5. Найти вероятность того, что при аварии сработает: а) хотя бы одно устройство; б) только два устройства.
 - В ящике лежат 6 новых и 4 старых теннисных мячей. Из ящика для первой игры наудачу вынимается один мяч, а после игры возвращается в ящик. После этого вынимается один мяч для следующей игры. Определить вероятность того, что этот мяч окажется новым.
 - Студент озабочен предстоящими экзаменами по физике и математике. По его мнению, вероятность того, что он сдаст хотя бы физику, равна 0,4, вероятность того, что он сдаст хотя бы один предмет 0,6, а вероятность того, что он сдаст оба предмета равна, 0,1. Какова предполагаемая студентом вероятность того, что он сдаст хотя бы экзамен по математике?
 - В одной урне 1 белый и 4 черных шара, а в другой – 2 белых и 3 черных, в третьей – 3 белых и 2 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что среди вынутых шаров будет 1 белый и 2 черных шара.
 - Из колоды (36 карт) берутся три карты. Какова вероятность того, что среди взятых карт будет хотя бы два туза?
 - На 2-х автоматах производятся одинаковые детали. Производительность первого автомата в три раза больше производительности второго. Первый автомат производит 80% деталей первого сорта,

а второй 90% первого сорта. Найти вероятность того, что наудачу взятая с конвейера деталь будет первого сорта.

8. На инструментальный склад поступили восемь новых инструментов. Каждой из трех смен выдается случайным образом один инструмент, который после окончания работы возвращается обратно на склад. Определить вероятность того, что третья смена получит новый инструмент.

9. Три стрелка сделали по выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6 и для третьего – 0,7. Какова вероятность того, что в мишень попало не менее двух пуль.

10. Числа 1,2,3,4,5 написаны на 5 карточках. Наугад, последовательно, выбирают 3 карточки и располагают слева направо. Найти вероятность того, что оставленное при этом трехзначное число будет четным.

11. Коммутатор учреждения обслуживает 100 абонентов. Вероятность того, что в течение минуты абонент позвонит на коммутатор, равна 0,02. Какое из двух событий вероятнее: в течение минуты позвонят 3 абонента или 4 абонента.

12. Учебник издан тиражом 100000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит не более 3 бракованных книг?

13. Вероятность появления успеха в каждом испытании равна 0,25. Какова вероятность того, что при 300 испытаниях успех наступит: а) 75 раз; б) не более 85 раз и не менее 75 раз?

14. Вероятность того, что каждый из 8 спортсменов выполнит норму мастера спорта 0,6. Какова вероятность того, что норму мастера спорта выполнят не более 2-х человек. Найти наивероятнейшее число спортсменов, получивших мастера спорта и обеспечить это число вероятностью.

15. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при трех выстрелах, равна 0,992. Найти вероятность 4-х попаданий при пяти выстрелах.

16. К электросети подключено 36 приборов, каждый мощностью 5 киловатт и потребляет энергию с вероятностью 0,2. Найти вероятность того, что потребляемая в данный момент мощность:

а) составляет ровно 50 киловатт;

б) превзойдет 50 киловатт.

17. В некотором водоеме карпы составляют 80%. Найти вероятность того, что из 5 выловленных в этом водоеме рыб окажется: а) ровно 4 карпа; б) не менее 4 карпов.

18. Вероятность того, что саженец елки приживется и будет успешно расти, равна 0,8. Посажено 400 саженцев. Какова вероятность того, что нормально вырастет не менее 250 деревьев? Ровно 300 саженцев?

19. Для повышения надежности контроля за ходом технологического процесса установлены 5 однотипных датчиков. Каждый из этих датчиков независимо от остальных может выйти из строя с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что количество датчиков не вышедших из строя, больше одного.

20. Вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости равна 0,02. Сверла упаковываются в коробки по 100 штук. Чему равна вероятность того, что в данной коробке число сверл повышенной хрупкости окажется не более двух?

Непрерывная случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется: а) найти дифференциальную функцию $f(x)$; б) найти математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$; в) построить графики $F(x)$, $f(x)$.

$$21. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -\frac{\pi}{4} \\ \frac{2}{\pi} \left(x + \frac{\pi}{4} \right), & \text{при } -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$22. F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{100}, & \text{при } 0 < x \leq 10 \\ 1, & \text{при } x > 10 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
23. F(x) &= \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{49}, & \text{при } 0 < x \leq 7. \\ 1, & \text{при } x > 7 \end{cases} \\
24. F(x) &= \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{81}, & \text{при } 0 < x \leq 9. \\ 1, & \text{при } x > 9 \end{cases} \\
25. F(x) &= \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1 \\ \frac{x-1}{2}, & \text{при } 1 \leq x \leq 3. \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases} \\
26. F(x) &= \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{при } 2 < x \leq 5. \\ 1, & \text{при } x > 5 \end{cases} \\
27. F(x) &= \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{64}, & \text{при } 0 < x \leq 8. \\ 1, & \text{при } x > 8 \end{cases} \\
28. F(x) &= \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x}{\pi}, & \text{при } 0 < x \leq \pi. \\ 1, & \text{при } x > \pi \end{cases} \\
29. F(x) &= \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{2x}{\pi}, & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}. \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \\
30. F(x) &= \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}, & \text{при } -1 \leq x \leq \frac{1}{3}. \\ 1, & \text{при } x > \frac{1}{3} \end{cases}
\end{aligned}$$

Дискретная случайная величина X задана законом распределения, где N - номер варианта:

x	$-N$	N	$2N$
p	p_1	$\frac{1}{N}$	$\frac{1}{2N}$

Найти: 1) вероятность p_1 ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.

31. Средний диаметр стволов деревьев на некоторой делянке равен 25 см, среднее квадратическое отклонение равно 5 см. Считая, что диаметр ствола – случайная величина, распределенная нормально, определить размер, который не превзойдет средний диаметр ствола с вероятностью 0,96.

32. Известно, что некоторый размер детали имеет нормальное распределение со средним квадратическим отклонением 0,5 мм и математическим ожиданием 240 мм. Годными считаются детали, размер которых заключен между 239,5 мм и 240,5 мм. Определить вероятность изготовления годной детали.

33. Валики, изготавливаемые автоматом, считаются стандартными, если отклонение диаметра валика от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметра валиков подчиняются нормальному закону со среднеекватическим отклонением 1,6 мм. Определить, сколько процентов стандартных валиков изготавливает автомат.

34. Детали, выпускаемые цехом, по размеру диаметра распределяются по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 10 см, и дисперсией – 49 см². Найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали отличается от математического ожидания не более, чем на 2 см.

35. Диаметр деталей, изготовленных цехом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Дисперсия ее равна 0,0001 см², а математическое ожидание 2,5 см. в каких границах можно практически гарантировать диаметр деталей (за достоверное принимается событие, вероятность которого 0,9973)?

36. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических (одного знака) погрешностей. Случайные погрешности взвешивания подчинены нормальному закону со среднеекватическим отклонением 20г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с погрешностью, не превышающей по абсолютной величине 10г.

37. Изделие считается стандартным, если отклонение некоторого его размера от номинала находится в интервале (–1,8мм; 2мм). Случайные отклонения размера от номинала распределены нормально со среднеекватическим отклонением 0,7 мм. Найти число стандартных деталей в партии из 100 штук.

38. Детали, выпускаемые цехом, по размерам распределяются по нормальному закону с параметрами: математическое ожидание равно 5 см, среднеекватическое отклонение 0,9 см. Найти, в каких границах следует ожидать размер детали, чтобы вероятность невыхода за эти границы была равна 0,95.

39. Случайная величина X распределена по нормальному закону со среднеекватическим отклонением 5 мм и математическим ожиданием 0 мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате испытания.

40. По статистическим данным 80% улова рыбы отклонялось от промыслового (стандартного) размера менее, чем на 3 см. Какой процент выловленной рыбы отклоняется от промыслового размера не более, чем на 5 см, если предположить, что размер рыбы имеет нормальный закон распределения.

Заданы среднеекватическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X , выборочная средняя $\bar{x}$, объем выборки n . Требуется найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания (с надежностью $\gamma = 0,95$).

41. $\sigma = 2$ $\bar{x} = 12,45$ $n = 64$.

42. $\sigma = 3$ $\bar{x} = 12,47$ $n = 36$.

43. $\sigma = 7$ $\bar{x} = 12,49$ $n = 49$.

44. $\sigma = 5$ $\bar{x} = 12,51$ $n = 16$.

45. $\sigma = 2$ $\bar{x} = 12,53$ $n = 25$.

46. $\sigma = 9$ $\bar{x} = 12,55$ $n = 81$.

47. $\sigma = 5$ $\bar{x} = 12,57$ $n = 100$.

48. $\sigma=9$ $\bar{x}=12,59$ $n=36$.

49. $\sigma=10$ $\bar{x}=12,61$ $n=49$.

50. $\sigma=6$ $\bar{x}=12,63$ $n=16$.

Методические рекомендации подготовке к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию необходимо начать с ознакомления с планом занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, выполнения индивидуальных домашних заданий. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Структура практического занятия (далее ПЗ)

При проведении практических занятий студенты приобретают навыки применения теоретических знаний к решению задач

В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы ПЗ может состоять из нескольких частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Решение задач
3. Защита индивидуального домашнего задания (далее ИДЗ).
4. Подведение итогов занятия.

Первая часть - обсуждение теоретических вопросов - проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 10 минут.

Вторая часть — решение задач у доски, продолжительность — до 60 минут.

Третья часть — защита ИДЗ. Примерная продолжительность - до 15 минут.

Подведением итогов заканчивается ЛЗ. Студентам объявляются оценки за работу и даются их четкие обоснования. Примерная продолжительность — 5 минут.

Работа с литературными источниками

В процессе подготовки к семинарским занятиям необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, является наиболее эффективным методом получения знаний,

позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует свое отношение к конкретной проблеме.

Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме ПЗ, что позволяет проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях.

Шкала оценки устного ответа (опрос)

Уровень /оценка	Описание
Продвинутый уровень («отлично»)	правильно, всесторонне в полном объёме излагает знания: дает определения, раскрывает содержание понятий, верно использует терминологию; знает организацию и методику реализации профессиональной деятельности; демонстрирует <i>всестороннее и полное</i> понимание смысла изученного материала
Углубленный уровень («хорошо»)	правильно, в полном объеме излагает знания: даёт определения, раскрывает содержание понятий, верно использует терминологию; знает организацию и методику реализации профессиональной деятельности; демонстрирует понимание смысла изученного материала; <i>допускает малозначительные ошибки</i>
Базовый уровень («удовлетворительно»)	правильно излагает <i>базовые</i> знания: дает определения, раскрывает содержание понятий, верно использует терминологию; знает <i>базовый</i> порядок организации и методику реализации профессиональной деятельности; демонстрирует понимание <i>основного</i> смысла изученного материала
Нулевой уровень («неудовлетворительно»)	содержание знаниевого компонента <i>не раскрыто</i> ; допускает <i>значительные ошибки</i> в изложении теоретического основ, организации и методологии профессиональной деятельности; <i>не даёт ответы на вопросы, в том числе вспомогательные</i>

Шкала оценки выполнения ИДЗ

Уровень /оценка	Характеристика
Продвинутый уровень («отлично»)	Содержание работы соответствует теме; представлен полный и <i>всесторонний</i> обзор информационных источников и современной нормативно-правовой базы; расчеты проведены правильно в полном объёме; результаты исследований интерпретированы с использованием современных методов и информационные технологии; правильно разработана и оформлена документация; поставленные задачи выполнены в полном объёме; представлены выводы и <i>их обоснования</i>
Углубленный уровень («хорошо»)	Содержание работы соответствует теме; представлен полный обзор информационных источников и современной нормативно-правовой базы; расчеты проведены в полном объёме; использованы современные методы интерпретации исследований и информационные технологии; правильно разработана и оформлена документация; поставленные задачи выполнены в полном объёме; представлены выводы; <i>имеются малозначительные ошибки</i>
Базовый уровень («удовлетворительно»)	Содержание работы соответствует теме; представлен <i>базовый</i> обзор информационных источников и нормативно-правовых документов; базовые расчеты проведены правильно; использованы основные методы интерпретации исследований; оформлена документация; базовые задачи выполнены; представлены основные выводы
Нулевой уровень («неудовлетворительно»)	Содержание работы не соответствует теме; не проведен обзор информационных источников и нормативно-правовых документов; расчеты проведены неправильно; отсутствует интерпретация данных; документация не оформлена; поставленные задачи не выполнены; выводы отсутствуют; допущены значительные ошибки

Шкала оценивания решения задач

Оценка	Критерий оценки
Продвинутый/ («отлично»)	Дается комплексная оценка предложенной ситуации; демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять; последовательное, правильное выполнение задания; умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы.
Углубленный уровень/ («хорошо»)	Дается комплексная оценка предложенной ситуации; демонстрируются глубокие знания теоретического материала и умение их применять; последовательное, правильное выполнение задания; возможны единичные ошибки, исправляемые самим студентом после замечания преподавателя; умение обоснованно излагать свои мысли, делать необходимые выводы.
Базовый Уровень/ («удовлетворительно»)	Затруднения с оценкой предложенной ситуации; неполное теоретическое обоснование, требующее наводящих вопросов преподавателя; выполнение задания при подсказке преподавателя; затруднения в формулировке выводов.
Нулевой Уровень/ («неудовлетворительно»)	Неправильная оценка предложенной ситуации; отсутствие теоретического обоснования выполнения задания.

Методические рекомендации по выполнению контрольных работ

Репродуктивная контрольная работа - самостоятельная письменная аналитическая работа, которая способствует углублённому изучению пройденного теоретического материала. Цель контрольной работы - получить специальные знания по одной или нескольким темам дисциплины и продемонстрировать навыки их практического применения.

Итоговая контрольная работа – самостоятельная письменная аналитическая работа, выступающая важнейшим элементом промежуточной аттестации по дисциплине. Целью итоговой контрольной работы является определение уровня подготовленности студента к будущей практической работе, в связи с чем он должен продемонстрировать в содержании работы навыки решения практических задач.

Итоговая контрольная работа является обязательным заданием по каждой изучаемой дисциплине для студентов заочной формы обучения.

Шкала оценки выполнения контрольной работы

Уровень /оценка	Описание
Продвинутый уровень («отлично»)	Демонстрирует полное понимание поставленных вопросов. Представленный ответ по вопросам контрольной работы отличается оригинальностью и логичностью изложения
Углубленный уровень («хорошо»)	Демонстрирует значительное понимание сути поставленных вопросов. Поставленные контрольные вопросы раскрыты в достаточном объеме, но присутствуют несущественные неточности
Базовый уровень («удовлетворительно»)	Демонстрирует частичное понимание сути поставленных вопросов. Поставленные контрольные вопросы в целом раскрыты, но присутствуют значительные неточности в формулировке требуемых определений
Нулевой уровень («неудовлетворительно»)	Ответы на поставленные вопросы не получены

Задание 5. Изучить учебную литературу и подготовиться к промежуточной аттестации (экзамену) по дисциплине.

Для студентов очной и заочной форм обучения.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

Каждый учебный семестр заканчивается зачётно-экзаменационной сессией. Подготовка к зачетно-экзаменационной сессии, сдача зачетов и экзаменов также является самостоятельной работой студента. Основное в подготовке к сессии - повторение всего учебного материала дисциплины, по которому необходимо сдавать зачет или экзамен.

Контрольные задания (вопросы) для проведения промежуточной аттестации (экзамена или зачёта) по каждой дисциплине указываются в рабочих программах дисциплины и выдаются преподавателем заблаговременно для подготовки к сессии.

Промежуточная аттестация проводится с учётом балльно-рейтинговой системы, принятой в университете.

Шкала оценки устного ответа на экзамене

Оценка	Описание
«5»	Обучающийся глубоко и прочно освоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, чётко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приёмами выполнения практических задач.
«4»	Обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, но затрудняется с ответом при видоизменении заданий, при обосновании принятого решения возникают незначительные затруднения в использовании изученного материала.
«3»	Обучающийся имеет фрагментарные знания основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.
«2»	Ответы на поставленные вопросы не получены

Учебно-методическое и информационное обеспечение по дисциплине

№	Автор и название	Выходные данные и электронный ресурс	Количество экземпляров в библиотеке АГТУ
1	Ильин, В.А., Куркина А.В. Высшая математика: учебник для вузов	Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова / Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова — 3-е изд., перераб. и доп.—М.:Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 608с. URL: https://e.lanbook.com/book/2736category_pk=910#authors .	6
2	Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: учебник для вузов; для бакалавров, В 3-х томах.	Моск.физико-техн.ин-т (Гос. Ун-т – 6-е изд.- М.: Юрайт, 2012., Т.1-704 . Т. 2- 397с. Т.3 -352 с. Т1 – https://www.biblio-online.ru/viewer/7C2C72EF-CCB8-46A9-8933-E57E32874DC0 Т2 - https://www.biblio-online.ru/viewer/7D271B58-9EC1-4580-8A72-3004490773F2 Т.3 - https://www.biblio-online.ru/viewer/5DF5043B-0826-4B08-9CF5-E8F4F92C7970	2
3	Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: задачник	Москва : Эколит, 2015. — 432с. ISBN 978-5-4365-0169-7; https://e.lanbook.com/book/89934	5
4	Цыкунов,А.М. Математический анализ. Методическое пособие.	Астрахань, АГТУ, 2015. – 326 с.	100
5	Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие ,	19-е изд., испр.,— Москва : Издательство "Лань",2017,624 стр. https://e.lanbook.com/book/92629	
6	Жуков В.М. Практические занятия по математике: теория, задания, ответы.	Ростов-н/Д.; Феникс, 2012, 343 с.	23
7	Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: учеб. пособие для вузов —	Изд. 13-е, стереот.. — СПб.:Лань, 2015. — 240 с. https://e.lanbook.com/book/4549?category_pk=906#authors 40с.	1

в) ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС издательства «Лань» (коллекция «Инженерные науки») <https://e.lanbook.com>
2. ЭБС Юрайт <https://www.biblio-online.ru>
3. <http://portal.astu.org/>

г) Пособия и методические указания для организации и проведения самостоятельной работы студентов

1	Комаров М.П. Высшая математика в примерах: учебное пособие для вузов	АГТУ - Астрахань: Изд-во АГТУ, 2014. 396с.	79
2	Ключарев А.Ю. Сборник заданий по математическому анализу: Методические указания для студентов 1-го курса.	Астрахань: АГТУ, 2014. — 44с.	56
3	Бутахир В.Г., Ильясова А.К. Математический анализ: интегральное исчисление функций одной и нескольких переменных: методические указания	Астрахань: АГТУ, 2017. – 114 с.	30
4	Бутахир В.Г., Ильясова А.К. Индивидуальные контрольные домашние задания по математическому анализу для студентов специальностей всех направлений: методические указания	Астрахань: АГТУ, 2017. – 58 с. –	
5	Шамайло О.Н. Математический анализ. Программа, методические указания, контрольные задания по дисциплине «Математический анализ» для студентов-заочников направлений подготовки института информационных технологий и коммуникаций.	АГТУ, Астрахань, 2013. – 84 с.	100
6	Математический анализ [Эл. ресурс]: методические указания /АГТУ; составитель Г.Н. Терновая –URL: http://portal.astu.org		
7	Методические указания по самостоятельной работе студентов/АГТУ; составитель Г.Н. Терновая –URL: http://portal.astu.org		

д) перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем:

Перечень информационных технологий, используемых в учебном процессе

Наименование программного обеспечения	Назначение
Образовательный портал Moodle	Образовательный портал АГТУ построен на обучающей виртуальной среде Moodle и доступен по адресу www.portal.astu.org из любой точки, имеющей подключение к сети Интернет, в том числе из локальной сети АГТУ. Образовательный портал АГТУ подходит как для организации online- классов, так и для традиционного обучения. Портал разделен на «открытую» (общедоступную) и «закрытую» части. Доступ к закрытой части осуществляется после предъявления персональной пары «логин-пароль» преподавателем или студентом.
Электронно-библиотечная система ФГБОУ ВО «АГТУ»	Обеспечивает доступ к электронно-библиотечным системам издательств, например, ЭБС издательства «Лань»; доступ к электронному каталогу книг, трудам преподавателей, учебно-методическим разработкам АГТУ, периодическим изданиям. Позволяет принимать участие в виртуальных выставках.

Перечень лицензионного учебного программного обеспечения

Наименование программного обеспечения	Назначение
DeamonTools	Программа для работы с образами дисков
AdobeReader	Программа для просмотра электронных документов
FoxitReader	Программа для просмотра электронных документов
GoogleChrome	Браузер
KasperskyAntivirus	Средство антивирусной защиты
MicrosoftOpenLicenseAcademic	Операционные системы
Moodle	Образовательный портал ФГБОУ ВО «АГТУ»
MozillaFireFox	Браузер
OpenOffice	Программное обеспечение для работы с электронными документами
Антиплагиат	Система автоматической проверки текстов на наличие заимствований из общедоступных сетевых источников
Mathcad	Математическая программа
7-zip	Архиватор