

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«АСТРАХАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

КАФЕДРА «МЕХАНИКА И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА»

Перекрестов А.П., Денисова Л.М., Кукарина А.Ю., Чанчиков В.А.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПРОСТЫХ СОПРОТИВЛЕНИЯХ

**Учебное пособие для студентов направлений бакалавриата,
изучающих курсы
«Соппротивление материалов», «Прикладная механика», «Механика»**

Астрахань – 2016

УДК 539.3\8 (075.8)

ББК 30.121

Перекрестов А.П. Расчет на прочность при простых сопротивлениях: учебное пособие для бакалавров, изучающих курс «Сопротивление материалов» / А.П. Перекрестов, Л.М. Денисова, А.Ю. Кукарина, А.В. Чанчиков; Астраханский государственный технический университет. Астрахань: Изд-во АГТУ, 2016. 100 с.

Рецензенты:

Заведующий кафедрой «Прикладная механика и графика» Астраханского государственного архитектурно-строительного университета, кандидат технических наук, доцент **Синельщиков А.В.**

Заведующий кафедрой «Общая физика» Астраханского государственного университета, доктор технических наук, профессор **А.М. Лихтер**

Доктор технических наук, профессор, кафедры "Техника и технологии наземного транспорта" Астраханского государственного технического университета **Панасенко Н.Н.**

Приведены теоретические основы по разделам «Растяжение (сжатие)», «Кручение», «Изгиб» в объеме требований программ по курсу «Сопротивление материалов» для бакалавров. Представлены примеры решения задач по рассматриваемым темам раздела, тестовые задания для самостоятельной работы студентов, условие расчетно-графической работы, варианты задач, образец оформления титульного листа, требования к оформлению расчетно-графической работы, справочный материал. Пособие может быть использовано как средство обучения студентов при заочной и дистанционной формах обучения.

© Перекрестов А.П., 2016

© Денисова Л.М., 2016

© Кукарина А.Ю., 2016

© Чанчиков В.А., 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Введение	5
Часть 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ	6
1.1. Предмет сопротивления материалов.	6
1.2. Внутренние силы, внутренние силовые факторы (ВСФ), метод сечений.	6
1.3. Построение эпюр внутренних силовых факторов (ВСФ).	8
1.4. Понятие о простых и сложных сопротивлениях (нагрузениях).	9
1.5. Осевое (центральное) растяжение-сжатие.	10
1.5.1. Основные понятия.	10
1.5.2. Расчет на прочность при растяжении (сжатии).	11
1.5.3. Расчет на жесткость при растяжении (сжатии).	11
1.6. Кручение стержней круглого сечения.	12
1.6.1. Основные понятия.	12
1.6.2. Расчет на прочность при кручении.	15
1.6.3. Расчеты на жесткость при кручении.	15
1.7. Плоский изгиб.	16
1.7.1. Основные понятия.	16
1.7.2. Расчет на прочность при плоском изгибе.	20
 Часть 2. УСЛОВИЕ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ (РГР) И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	 22
2.1. Условия задач для РГР.	22
2.2. Примеры решения задач.	22
 Часть 3. ТЕСТЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	 39
3.1. Внутренние силовые факторы в поперечных сечениях стержней.	39
3.2. Нагрузки, напряжения в сечении стержня.	42
3.3. Деформации.	44
3.4. Механические характеристики материалов.	45
3.5. Виды нагружения.	50
3.6. Геометрические характеристики сечений.	51
3.7. Расчет на прочность.	52
3.8. Напряженное состояние.	58
3.9. Ответы к вопросам и задачам тестов для самостоятельной работы.	62

Заключение	66
Библиографический список	67
Приложения:	68
I. Расчетные схемы к задачам.	68
II. Образец титульного листа.	86
III. Требования к оформлению расчетно-графических работ по «Сопротивлению материалов».	87
IV. Таблицы сортамента прокатной стали.	88
V. Физико-механические свойства материалов.	95
VI. Геометрические характеристики плоских сечений.	97

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемое учебное пособие содержит теоретические основы по разделам курса «Растяжение (сжатие)», «Кручение», «Изгиб» в объеме требований программ по курсу «Сопротивление материалов» для бакалавров. Приведены основные формулы этих разделов, подробно рассмотрены примеры решения задач. Большое внимание уделяется описанию основных понятий, внешних и внутренних усилий, напряжений, перемещений, деформаций. В пособие включены примеры определения величин внутренних усилий, напряжений, перемещений в статически определимых элементах конструкций под действием статических нагрузок.

Настоящее пособие облегчит процесс изучения курса «Сопротивление материалов», а главное поможет овладеть методикой решения задач и получить необходимый навык в их решении. Учебное пособие предназначено для оказания помощи студентам при выполнении расчетно-графических работ и при подготовке к различным видам контроля знаний (защита расчетно-графических работ, компьютерное тестирование, зачеты и экзамены).

Для контроля освоения материала и выработки умений решения задач представлены тесты, снабженные ответами для самостоятельной работы, что делает пособие в особенности полезным при самостоятельном изучении предмета. В приложениях приведены все справочные данные, необходимые для решения задач.

В настоящее время издание данной работы является весьма актуальным, в связи с сокращением количества аудиторных часов, отводимых на сопротивление материалов, и с увеличением, соответственно, числа часов на самостоятельную работу студентов.

ЧАСТЬ 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

1.1. Предмет сопротивления материалов

«Сопротивление материалов» - общетехническая дисциплина, изучающая методы расчета на **прочность, жесткость и устойчивость** элементов машин, механизмов, конструкций.

Прочность – способность тела не разрушаться под действием приложенных к нему внешних нагрузок. Различают два вида разрушения:

- с разделением тела на части (хрупкие материалы: чугун, бетон, кирпич);
- появление в теле заметных остаточных деформаций (пластичные материалы: стали, медь, алюминий).

Жесткость – способность тела под действием внешней нагрузки деформироваться (изменять размеры и форму) в заданных для него пределах.

Устойчивость – способность тела под действием продольной сжимающей нагрузки сохранять первоначальную форму равновесия.

Основным объектом изучения в сопротивлении материалов является стержень (брус): тело, у которого один линейный размер – длина, значительно больше двух других линейных размеров – высоты и ширины (размеры поперечного сечения). На расчетных схемах (РС) стержень изображается осью, если поперечное сечение одинаково по всей длине, или фронтальной проекцией, если сечение меняется по длине. Все внешние нагрузки приводятся к оси стержня.

Для проведения расчетов на прочность, жесткость и устойчивость необходимо знать:

- 1) внутренние силы, возникающие в поперечных сечениях стержня при действии внешних нагрузок;
- 2) форму и размеры поперечного сечения;
- 3) материал стержня.

1.2. Внутренние силы, внутренние силовые факторы (ВСФ), метод сечений

Внутренние силы – это силы взаимодействия между смежными частями тела, возникающие под действием внешних нагрузок.

Внутренние силы являются распределенными по сечению тела. Прочность, жесткость и устойчивость стержня зависит от внутренних сил, возникающих в поперечном сечении, т.е. сечении перпендикулярном оси стержня.

Для определения внутренних сил используется **метод сечений**, который заключается в следующем:

1) стержень, находящийся в статическом равновесии под действием внешних нагрузок (активных и реактивных), *рассекаем плоскостью перпендикулярной его оси* в произвольном сечении (рис. 1.1, а);

2) *отбрасываем* одну из частей, например, правую и изображаем оставшуюся часть (левую) (рис. 1.1, б);

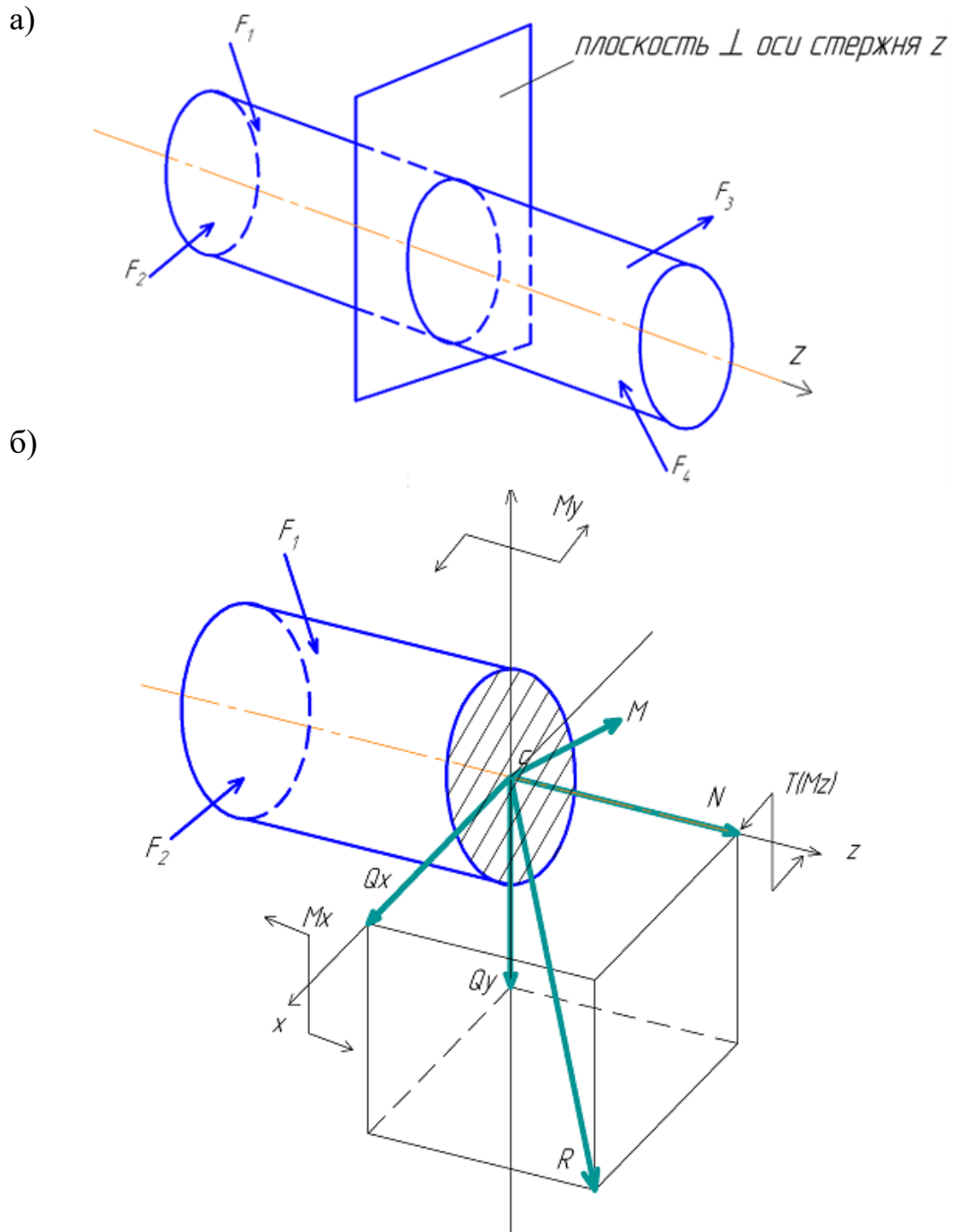


Рис. 1.1. Метод сечений

3) действие отброшенной части на оставшуюся заменяем внутренними силами, распределенными по всему сечению. Эту систему внутренних сил можно привести к одной силе R (главному вектору) и к одной паре сил M (главному моменту), которые можно разложить на силовую систему координат XYZ с полюсом в центре тяжести сечения C :

– N, Q_x, Q_y – проекции R на оси Z, X, Y ;

– $M_x, M_y, T (M_z)$ – составляющие M относительно осей X, Y, Z .

Проекции главного вектора и главного момента на силовую систему координат называют внутренними силовыми факторами (ВСФ) или внутренними усилиями. Для упрощения расчетов изначально принимается положительное направление ВСФ:

N – продольная или нормальная сила считается положительной, если вызывает растяжение оставшейся части, т.е. направлена от сечения, если вызывает сжатие, то отрицательной;

Q_x, Q_y – поперечные или перерезывающие силы считаются положительными, если вызывают вращение оставшейся части по ходу часовой стрелки;

$T (M_z, M_{кр})$ – крутящий момент считается положительным, если в сечении направлен против хода часовой стрелки;

M_x – изгибающий момент относительно оси X считается положительным, если вызывает сжатие верхних волокон стержня;

M_y – изгибающий момент относительно оси Y считается положительным, если вызывает сжатие волокон за осью.

Волокно – это материальная линия в стержне параллельная его оси. На рис. 1.1, б показаны положительно направленные ВСФ.

4) уравниваем оставшуюся часть, то есть составляем уравнения статического равновесия, из которых устанавливаем математическую связь между внутренними силовыми факторами и внешней нагрузкой в зависимости от координаты сечения Z .

В общем случае уравнений статического равновесия шесть:

– суммы проекций сил на каждую из силовых осей координат

$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum F_z = 0$, из которых определяются N, Q_x, Q_y ;

– суммы моментов всех сил относительно осей

$\sum M_{(x)} = 0; \sum M_{(y)} = 0; \sum M_{(z)} = 0$, из которых определяются M_x, M_y, T .

1.3. Построение эпюр внутренних силовых факторов (ВСФ)

Поскольку значения и направление (знаки) ВСФ могут меняться при переходе от одного сечения к другому, то принято строить эпюры ВСФ.

Эпюрой внутреннего силового фактора называется график зависимости ВСФ от координаты Z поперечного сечения. Эпюра строится на базисной линии, параллельной оси стержня; каждая ордината эпюры равна значению ВСФ в данном поперечном сечении стержня.

Порядок построения эпюр ВСФ:

- определяются реакции связей в заданном стержне, т.к. должны быть известны все внешние нагрузки;
- стержень разделяется на силовые (грузовые) участки.

Силовой участок – это часть длины стержня, в пределах которой не меняются законы для ВСФ. Границами силовых участков являются точки приложения внешних сосредоточенных сил и моментов и начало или конец распределенной нагрузки;

- методом сечений определяются законы для ВСФ и по ним строятся эпюры. На эпюрах проставляются значения ординат на границах силовых участков и экстремальные значения ВСФ;
- выполняется проверка правильности построения эпюр по «скачкам» (разрывам в значениях ординат) и по дифференциальным зависимостям (см. Примеры решения задач).

1.4. Понятие о простых и сложных сопротивлениях (нагружениях)

В зависимости от того, какие ВСФ возникают в поперечных сечениях стержня различают *простые и сложные сопротивления*.

К простым сопротивлениям относятся:

- осевое (центральное) растяжение-сжатие, когда в сечениях возникает только один ВСФ – продольная сила, т.е. $N \neq 0$;
- чистое кручение, когда один крутящий момент $T \neq 0$;
- чистый срез, когда в сечениях возникает только поперечная сила, т.е. $Q \neq 0$;
- плоский изгиб, когда в поперечных сечениях возникает один изгибающий момент и одна поперечная сила, т.е. $(M_x \text{ и } Q_y) \neq 0$ или $(M_y \text{ и } Q_x) \neq 0$.

Все остальные случаи сопротивления называются *сложными*, например:

- изгиб с кручением: $(T \text{ и } M_x) \neq 0$ или $(T, M_x, M_y) \neq 0$;
- косой изгиб: $(M_x \text{ и } M_y) \neq 0$;
- изгиб с растяжением-сжатием: $(N, M_x) \neq 0$ или $(N, M_x, M_y) \neq 0$ и т.д.

1.5. Осевое (центральное) растяжение-сжатие

1.5.1. Основные понятия

Растяжением (сжатием) называется такой вид нагружения, при котором к стержню приложены только силы, линии действия которых совпадают с осью стержня, тогда в сечениях возникает одна продольная сила N (см. схемы из табл. 1).

Мерой интенсивности силы N является **нормальное напряжение** σ , численно равное внутренней силе, приходящейся на единицу площади поперечного сечения стержня. Доказано, что при растяжении-сжатии во всех точках i – го сечения нормальные напряжения σ_i одинаковы и вычисляются по формуле

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}, \quad (1)$$

где N_i – продольная (нормальная) сила в i -ом сечении,

A_i – площадь i -го поперечного сечения.

Из (1) следует, что при растяжении (сжатии) напряжения зависят от величины площади поперечного сечения, но не зависят от формы сечения.

При растяжении (сжатии) происходит изменение длины стержня ΔL , которое можно вычислить по формуле

$$\Delta L_i = \int_{L_i} \frac{N_i}{EA_i} dz, \quad (2)$$

где L_i – длина i -го участка, в пределах которого N_i , A_i – функции монотонные и непрерывные;

E – модуль продольной упругости материала.

Если в пределах длины участка $\frac{N_i}{EA_i} = \text{const}$, то

$$\Delta L_i = \frac{N_i L_i}{EA_i}, \quad (3)$$

где EA – жесткость поперечного сечения стержня при растяжении (сжатии).

По принципу независимости действия сил полное изменение длины стержня определяется как алгебраическая сумма изменения длин отдельных участков

$$\Delta L_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^k \Delta L_i, \quad (4)$$

где k – число участков, где применимы формулы (2) или (3).

1.5.2. Расчет на прочность при растяжении (сжатии)

Прочность стержня будет обеспечена, если максимальные нормальные напряжения в стержне не превышают допускаемого напряжения для материала стержня.

Условие прочности при растяжении (сжатии)

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad (5)$$

где $\sigma_{\max}$ – фактическое максимальное напряжение в стержне;

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{n} - \text{допускаемое напряжение для материала стержня.} \quad (5^*)$$

Здесь $\sigma_{\text{пред}}$ – предельное напряжение для материала стержня.

Для пластичных материалов предельное напряжение – предел текучести σ_T , для хрупких – предел прочности σ_B , которые принимаются по таблицам физико-механических свойств материалов; n – нормативный или необходимый коэффициент запаса прочности, который задается или принимается по справочным рекомендациям.

Учитывая (1) или (5*), условие прочности принимает вид

$$\frac{N}{A} \Big|_{\max} \leq \frac{\sigma_{\text{пред}}}{n}. \quad (6)$$

Можно решать различные задачи из условия (6):

- если заданы размеры сечения и материал, то определяется допускаемая внешняя нагрузка, т.к. продольная сила зависит от внешней нагрузки;
- если задана внешняя нагрузка и материал, то определяются прочные размеры сечения;
- если заданы нагрузки, размеры сечения, то можно подобрать материал, определив из (6) $\sigma_{\text{пред}}$.

Если требуется проверить прочность стержня, когда известны все его параметры, то вычисляется *фактический (действительный)* коэффициент запаса прочности

$$n_{\phi} = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{\sigma_{\max}} \quad (7)$$

и сравнивается с нормативным для оценки прочности.

1.5.3. Расчет на жесткость при растяжении (сжатии)

Если работоспособность стержня определяется ограничением его деформации, то параметры стержня определяются из условия жесткости.

Условие жесткости:

$$\Delta L \leq [\Delta L], \quad (8)$$

где ΔL – общее изменение длины стержня или определенной части ее длины под действием внешней нагрузки;

$[\Delta L]$ – допускаемое изменение длины, которое задается в зависимости от условий работы стержня.

С учетом (3) и (4) условие жесткости можно записать так

$$\sum_{i=1}^k \frac{N_i L_i}{EA_i} \leq [\Delta L]. \quad (9)$$

Из (9) следует, что из расчета на жесткость можно определять те же параметры для стержня, как и из расчета на прочность: размеры сечения, допускаемую нагрузку и даже длину стержня.

Если требуется найти перемещение δ какого-либо сечения стержня после приложения внешней нагрузки, то оно численно равно изменению длины той части стержня, которая находится между этим сечением и неподвижным (закрепленным) сечением стержня, т.е.

$$\delta = \Delta L. \quad (10)$$

1.6. Кручение стержней круглого сечения

1.6.1. Основные понятия

Кручением называется такой вид нагружения, когда к стержню приложены только внешние моменты (пары сил) в плоскостях перпендикулярных оси стержня (см. схемы из табл. 2). В этом случае в поперечных сечениях стержня возникает один внутренний силовой фактор – крутящий момент T (или M_z), создаваемый внутренними силами.

Мерой интенсивности внутренних сил в этом случае являются **касательные напряжения** τ , лежащие в плоскости сечения. При кручении стержней сплошного круглого и кольцевого сечений выполняется гипотеза плоских сечений, т.е. при деформации поперечные сечения остаются *плоскими* и поворачиваются относительно друг друга на угол φ как жесткие диски. В этом случае касательные напряжения в точках на радиусе-векторе ρ (рис. 1.2) вычисляются по формуле

$$\tau_\rho = \frac{T}{I_\rho} \cdot \rho, \quad (11)$$

где T – крутящий момент в сечении; ρ – радиус-вектор точек;

$I_\rho = \int_A \rho^2 dA$ – полярный момент инерции сечения, зависящий от формы

и размеров сечения.

Для сплошного круглого сечения (рис. 1.2, а)

$$I_{\rho} = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32} \approx 0,1D^4. \quad (12)$$

Для кольцевого сечения (рис. 1.2, б)

$$I_{\rho} = \frac{\pi R^4}{2} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^4 \right) = \frac{\pi D^4}{32} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right) \approx 0,1D^4 \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right). \quad (13)$$

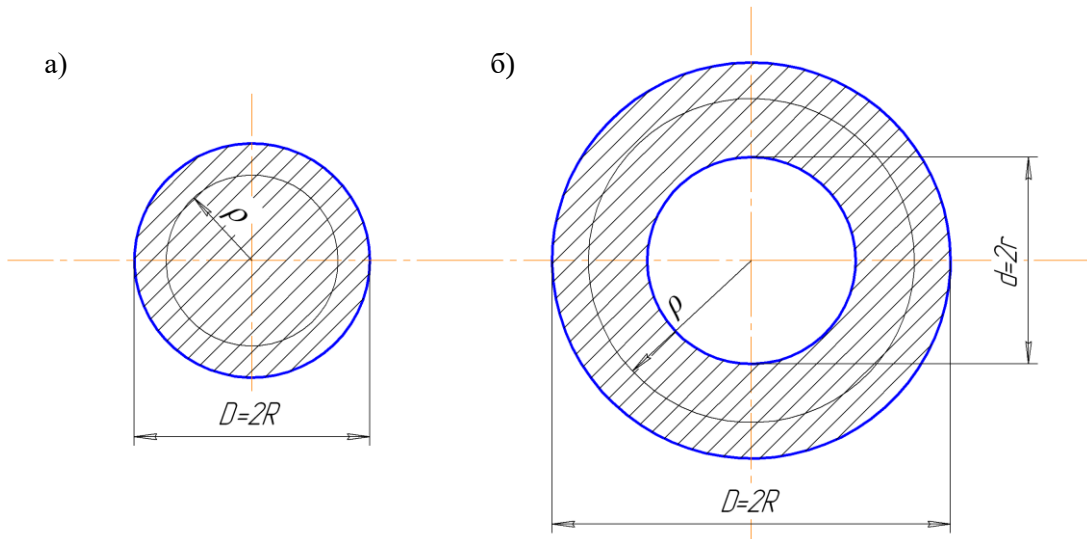


Рис. 1.2. Сечения стержня, для которых применима формула (11)

Из формулы (11) следует, что касательные напряжения в сечении при кручении распределены по радиусу по линейному закону (рис. 1.3, а, б); в точках, равноудаленных от центра сечения, касательные напряжения одинаковы, сонаправлены с крутящим моментом T и перпендикулярны радиусу точки. График распределения касательных напряжений в сечении называется эпюрой τ .

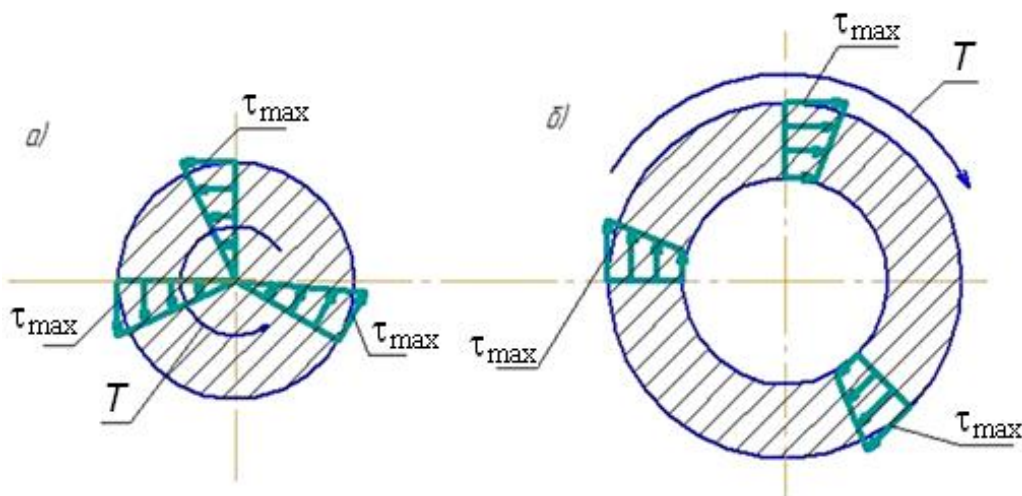


Рис. 1.3. Эпюры касательных напряжений в сечениях стержней при кручении

Максимальные касательные напряжения $\tau_{\max}$ возникают в точках, расположенных по наружному контуру сечения, при $\rho = \rho_{\max}$

$$\tau_{\max} = \frac{T}{I_{\rho}} \cdot \rho_{\max} = \frac{T}{W_{\rho}}, \quad (14)$$

где $W_{\rho} = \frac{I_{\rho}}{\rho_{\max}}$ - полярный момент сопротивления сечения.

Для сплошного круглого сечения:

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3. \quad (15)$$

Для кольцевого сечения:

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right) \approx 0,2D^3 \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right). \quad (16)$$

При кручении сечения стержня в результате деформации поворачиваются относительно друг друга на угол φ , который можно вычислить по формуле

$$\varphi = \sum_{i=1}^k \int_{L_i} \frac{T_i}{GI_{\rho_i}} dz, \quad (17)$$

где T_i – закон изменения крутящего момента на i -ом участке;

G – модуль сдвига материала;

I_{ρ_i} – полярный момент инерции сечения на i -ом участке;

k – число участков, в пределах которых T_i – функция монотонная и непрерывная и жесткость поперечного сечения при кручении $GI_{\rho_i} = \text{const}$.

Если в пределах длины участка величина $\frac{T_i}{GI_{\rho_i}} = \text{const}$, то формула (17)

принимает вид

$$\varphi = \sum_{i=1}^k \frac{T_i L_i}{GI_{\rho_i}}, \quad (18)$$

где k – число участков, на которых T_i и I_{ρ_i} постоянны;

L_i – длина i -ого участка.

Полный угол закручивания φ может быть небольшим, т.к. по длине стержня крутящие моменты на участках могут иметь разные знаки, поэтому для оценки жесткости стержня вводится понятие – **относительный угол закручивания**, приходящийся на единицу длины участка

$$\theta_i = \frac{T_i}{GI_{\rho_i}}. \quad (19)$$

1.6.2. Расчет на прочность при кручении

Условие прочности при кручении

$$\tau_{\max} \leq [\tau], \quad (20)$$

где $\tau_{\max}$ – максимальное фактическое касательное напряжение в стержне;

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение для материала стержня.

В зависимости от выбранной методики (гипотезы прочности) принимается $[\tau] = 0,5 [\sigma]$ или $[\tau] = 0,575 [\sigma]$.

С учетом (14) условие прочности (20) принимает вид

$$\left. \frac{T}{W_{\rho}} \right|_{\max} \leq [\tau], \quad (21)$$

из которого можно определять те же параметры стержня, что и из условия прочности (6) при растяжении (сжатии).

1.6.3. Расчеты на жесткость при кручении

В зависимости от предъявляемых ограничений в работе стержня можно рассматривать *два условия жесткости*:

$$\theta_{\max} \leq [\theta] \quad (22)$$

$$\text{и } \varphi_{\max} \leq [\varphi], \quad (23)$$

где $[\theta]$ – допускаемый относительный угол закручивания;

$[\varphi]$ – допускаемый абсолютный угол закручивания конкретного сечения.

С учетом (19) и (18) условия жесткости (22) и (23) принимают вид

$$\left. \frac{T}{GI_{\rho}} \right|_{\max} \leq [\theta], \quad (24)$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{T_i L_i}{GI_{\rho_i}} \leq [\varphi]. \quad (25)$$

Значение допускаемых углов закручивания $[\theta]$ и $[\varphi]$ назначаются из условий надежной работы стержня.

1.7. Плоский изгиб

1.7.1. Основные понятия

Плоский изгиб – это такой вид нагружения, при котором все внешние нагрузки лежат в одной плоскости (силовая плоскость); силовая плоскость совпадает с одной из главных центральных осей сечения стержня Y ; внешние силы перпендикулярны оси стержня Z (рис. 1.4). В поперечных сечениях при плоском изгибе возникает два внутренних силовых фактора: изгибающий момент и поперечная сила (в вертикальной плоскости – M_x , Q_y или M_y , Q_x – в горизонтальной плоскости).

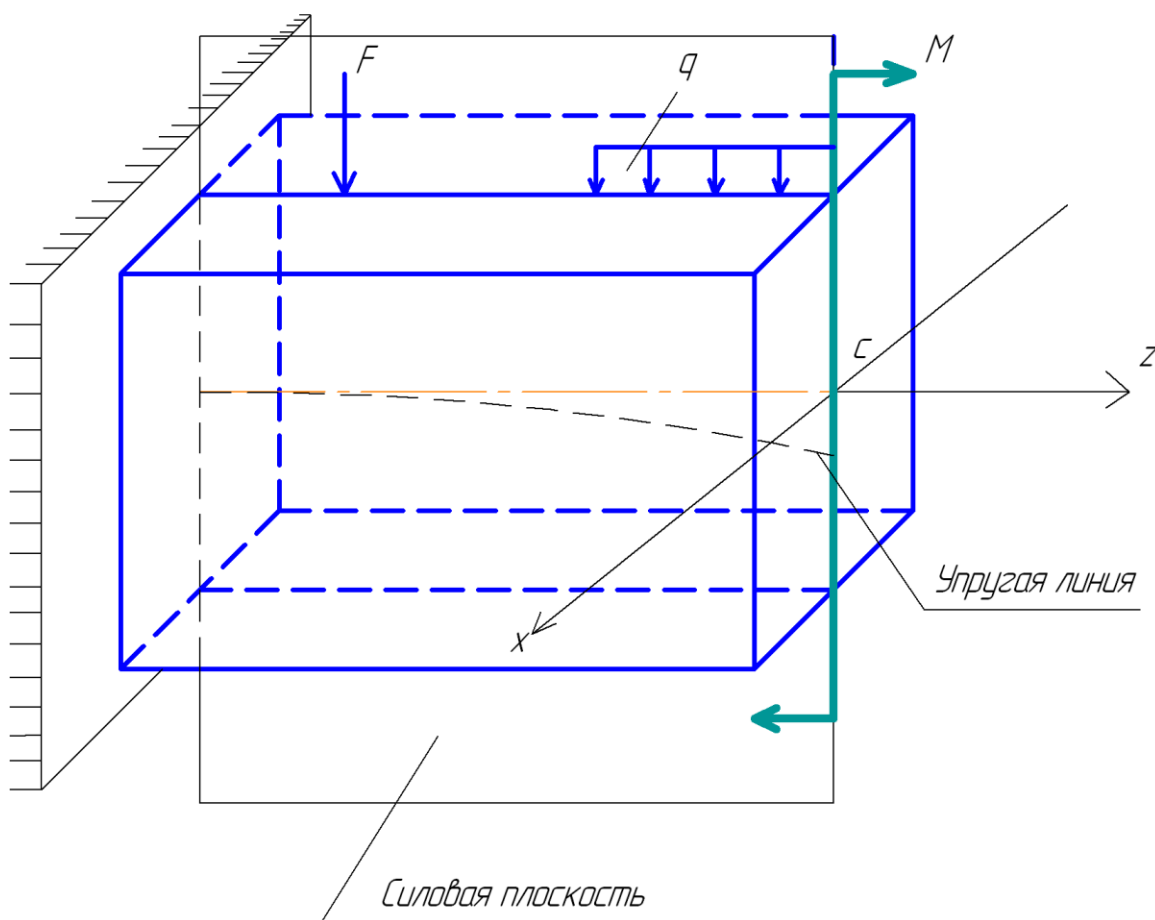


Рис. 1.4. Консольная балка

Стержень, испытывающий изгиб, называется балкой.

Пересечение силовой плоскости с поперечным сечением балки называется **силовой линией** (ось Y).

Различают два вида плоского изгиба:

- **чистый изгиб**: в поперечных сечениях возникает один изгибающий момент (M_x или M_y);

- **поперечный изгиб**: $(M_x, Q_y) \neq 0$ или $(M_y, Q_x) \neq 0$.

При чистом изгибе сечения балки плоские и перпендикулярные оси до деформации остаются такими же и после деформации, только отклоняются от вертикального положения на какой-то угол. При этом одни волокна (слои), параллельные оси балки, испытывают *растяжение*, а другие – *сжатие* (рис. 1.5). Между ними есть слой, который не изменяет своей первоначальной длины – **нейтральный слой**. Доказано, что ось балки принадлежит нейтральному слою. **Линия пересечения нейтрального слоя балки с плоскостью ее поперечного сечения называется нейтральной линией (НЛ)**. При плоском изгибе нейтральная линия совпадает с той из главных центральных осей (X), которая перпендикулярна силовой линии (Y) (рис. 1.5).

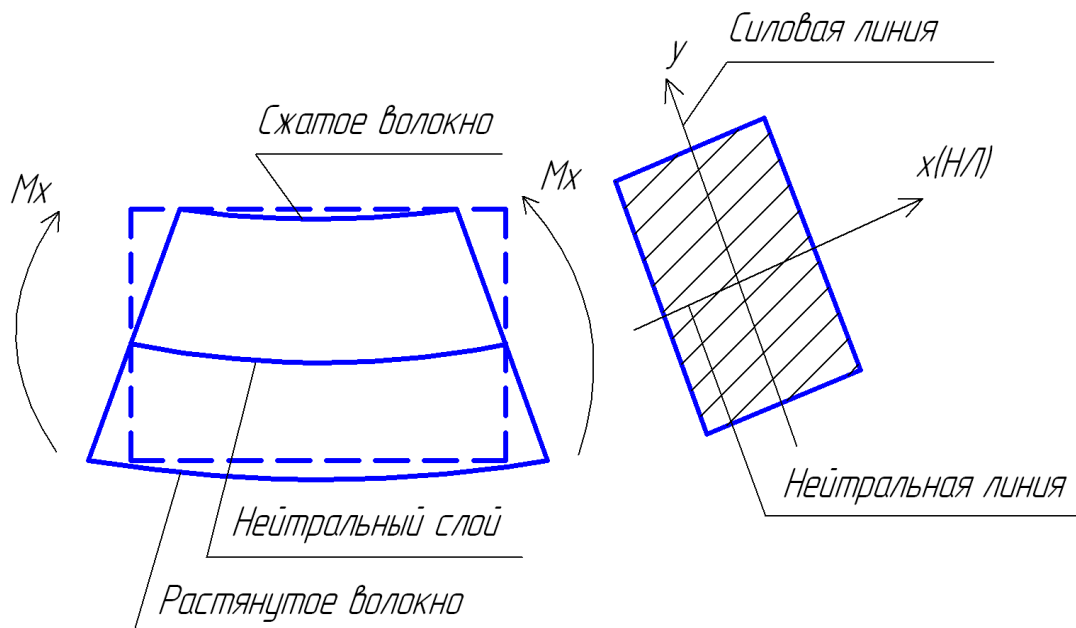


Рис. 1.5. Деформация балки при чистом изгибе

Деформированная ось балки называется упругой линией.

При чистом изгибе в поперечных сечениях балки действуют только *нормальные* напряжения, которые определяются по формуле

$$\sigma_y = \frac{M_x}{I_x} \cdot y, \quad (26)$$

где M_x – изгибающий момент в сечении;

y – расстояние от нейтральной линии (ось X) до точек, в которых определяется напряжение;

I_x – главный момент инерции сечения относительно нейтральной линии (ось X).

По формуле (26) определяется *величина* нормального напряжения, а знак – из физического смысла: растяжение – положительное, сжатие – отрицательное.

Из формулы (26) следует, что

- в точках, равноудаленных от нейтральной линии, напряжения одинаковы (совокупность таких точек называется *линией уровня*);
- по высоте сечения нормальные напряжения изменяются по линейному закону (рис. 1.6, а);
- наибольшие напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии, т.е. при $y = y_{\max}$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} \cdot y_{\max} \quad \text{или} \quad \sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}, \quad (27)$$

где $W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}$ – осевой момент сопротивления сечения относительно нейтральной линии (ось X).

Осевой момент сопротивления является геометрической характеристикой прочности балки.

Моменты сопротивления простых сечений вычисляются по следующим формулам:

прямоугольное сечение с размерами b и h

$$W_x = \frac{bh^2}{6}, \quad (28)$$

где b – сторона сечения, параллельная нейтральной линии;

круглое сечение с диаметром d

$$W_x = W_{oc} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3; \quad (29)$$

кольцевое сечение

$$W_x = W_{oc} = \frac{\pi D^3}{32} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right) \approx 0,1D^3 \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right), \quad (30)$$

где D – внешний диаметр; d – внутренний диаметр.

При *поперечном изгибе* в точках поперечного сечения балки наряду с нормальными напряжениями σ возникают и касательные напряжения τ . На основании закона парности касательных напряжений такие же касательные напряжения возникают и в продольных сечениях балки, которые вызывают сдвиг волокон относительно друг друга; что приводит к *искривлению поперечных сечений*. Но теоретически и экспериментально доказано, что это явление

практически не влияет на закон распределения нормальных напряжений в поперечном сечении. Поэтому и при *поперечном изгибе* применяют ту же формулу (26) для вычисления нормальных напряжений, как при чистом изгибе.

Касательные напряжения при поперечном изгибе вычисляются по формуле Д.И.Журавского

$$\tau_{(y)} = \frac{Q_y \cdot S_{x\omega}}{I_x \cdot b_{(y)}}, \quad (31)$$

где Q_y – поперечная сила в сечении;

$S_{x\omega}$ – статический момент относительно нейтральной линии (ось X) части сечения, расположенной по одну сторону от линии уровня;

I_x – момент инерции всего сечения относительно оси X (НЛ);

$b_{(y)}$ – ширина сечения на уровне, где определяются напряжения.

Формула (31) позволяет вычислять составляющие касательных напряжений параллельные Q_y , при допущении, что они одинаковы по ширине сечения. Из формулы (31) видно, что касательные напряжения изменяются по высоте сечения по тому же закону, как и величина $\frac{S_{x\omega}}{b_{(y)}}$.

Для большинства сечений $\tau_{(y)}$ изменяются по закону квадратичной параболы (рис. 1.6, б) с максимальным значением в точках на нейтральной линии.

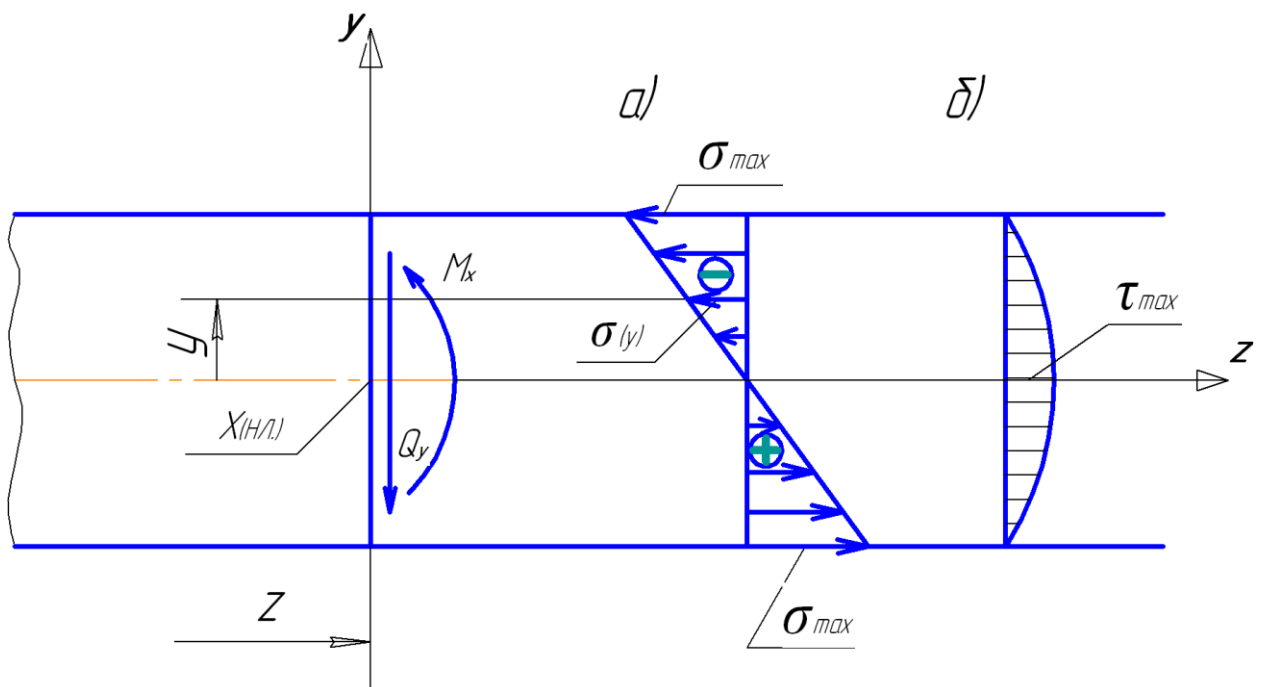


Рис. 1.6. Эпюры напряжений в поперечном сечении балки при плоском изгибе: а) нормальных; б) касательных

После подстановки в (31) всех геометрических параметров через размеры сечений, получаются удобные формулы для вычисления максимальных касательных напряжений в простых сечениях:

прямоугольное сечение

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q_y}{A}, \quad (32)$$

круглое сечение

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{A}, \quad (33)$$

где A – площадь поперечного сечения.

1.7.2. Расчет на прочность при плоском изгибе

Основное условие прочности при плоском изгибе по нормальным напряжениям:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad (34)$$

где $\sigma_{\max}$ – максимальное нормальное напряжение в балке.

Для балки постоянного сечения по длине ($W_x = \text{const}$) с учетом (27) и (5*) условие (34) примет вид

$$\frac{|M_{x \max}|}{W_x} \leq \frac{\sigma_{\text{пред}}}{n}, \quad (35)$$

где $|M_{x \max}|$ – максимальный по абсолютному значению изгибающий момент в опасном сечении балки.

Из расчета на прочность по нормальным напряжениям можно определять допускаемую нагрузку на балку (грузоподъемность балки), прочные размеры сечения или подбирать материал, обеспечивающий прочность.

Условие прочности по касательным напряжениям

$$\tau_{\max} \leq [\tau], \quad (36)$$

где $\tau_{\max}$ – максимальное касательное напряжение в балке.

Расчеты показывают, что для нетонкостенных и сплошных сечений (круг, прямоугольник, трапеция и др.) влиянием касательных напряжений на прочность балки можно пренебречь, т.к. они невелики по сравнению с нормальными напряжениями.

Для тонкостенных сечений (двутавровое, коробчатое, состоящее из швеллеров и т.д.) по условию (36) проводится *проверочный расчет* для точек, лежащих на нейтральной линии. Для сечений с двумя осями симметрии максимальные касательные напряжения вычисляются по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{|Q_y^{\max}| \cdot S_x^*}{I_x \cdot b_{(y=0)}}, \quad (37)$$

где $|Q_y^{\max}|$ – максимальная по величине поперечная сила;

S_x^* – статический момент половины площади сечения относительно нейтральной линии;

I_x – главный момент инерции для всего сечения;

$b_{(y=0)}$ – ширина сечения на уровне нейтральной линии.

Допускаемое касательное напряжение для большинства сталей принимается $[\tau] = (0,5 \div 0,6) [\sigma]$.

ЧАСТЬ 2. УСЛОВИЕ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ (РГР) И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

2.1. Условия задач для РГР

Задача № 1.

1) Из расчета на прочность и жесткость определить *размер d поперечных сечений стержня.*

2) При найденном размере d определить перемещение сечения 1-1(δ_{1-1}).

Задача № 2.

1) Из расчета на прочность определить *допускаемую нагрузку $[M]$.*

2) При найденном значении $[M]$ определить *угол закручивания незакрепленного сечения стержня.*

Задача № 3.

1) Для балки со сложным (составным) сечением из расчета на прочность определить *допускаемую нагрузку $[q]$, $[F]$, $[M]$.*

2) Найти *размеры простых сечений, равнопрочных сложному: прямоугольного сечения шириной b и высотой $2b$, диаметр D кругового сечения и номер двутаврового сечения.*

3) Оценить эффективность сечений по расходу материала.

4) Проверить *прочность балок простых сечений по максимальным касательным напряжениям.*

Примечание:

1) Схемы стержней принять из таблиц 1–3, схему сложного сечения для балки (задача №3) принять из таблицы 4 в соответствии с заданным вариантом.

2) Исходные данные для решения задач принять по указанию преподавателя.

3) Эпюры внутренних силовых факторов строить в долях от qL (задача №1), от M (задача №2) и от qL , qL^2 (задача №3).

2.2. Примеры решения задач

Задача № 1.

1) Из расчета на прочность и жесткость определить *размер d поперечных сечений стержня (рис. 2.1, а).*

2) При найденном размере d определить перемещение сечения 1-1(δ_{1-1}).

Исходные данные: $q_1 = 2q$; $F_1 = qL$; $F_2 = 1,5 qL$; $F_3 = 1,2 qL$; $L_1 = 2L$; $L_2 = L$; $L_3 = 1,5 L$; $q = 200$ кН/м; $L = 0,2$ м; материал – сталь 3; $[\Delta L] = 2 \cdot 10^{-3}$ м.

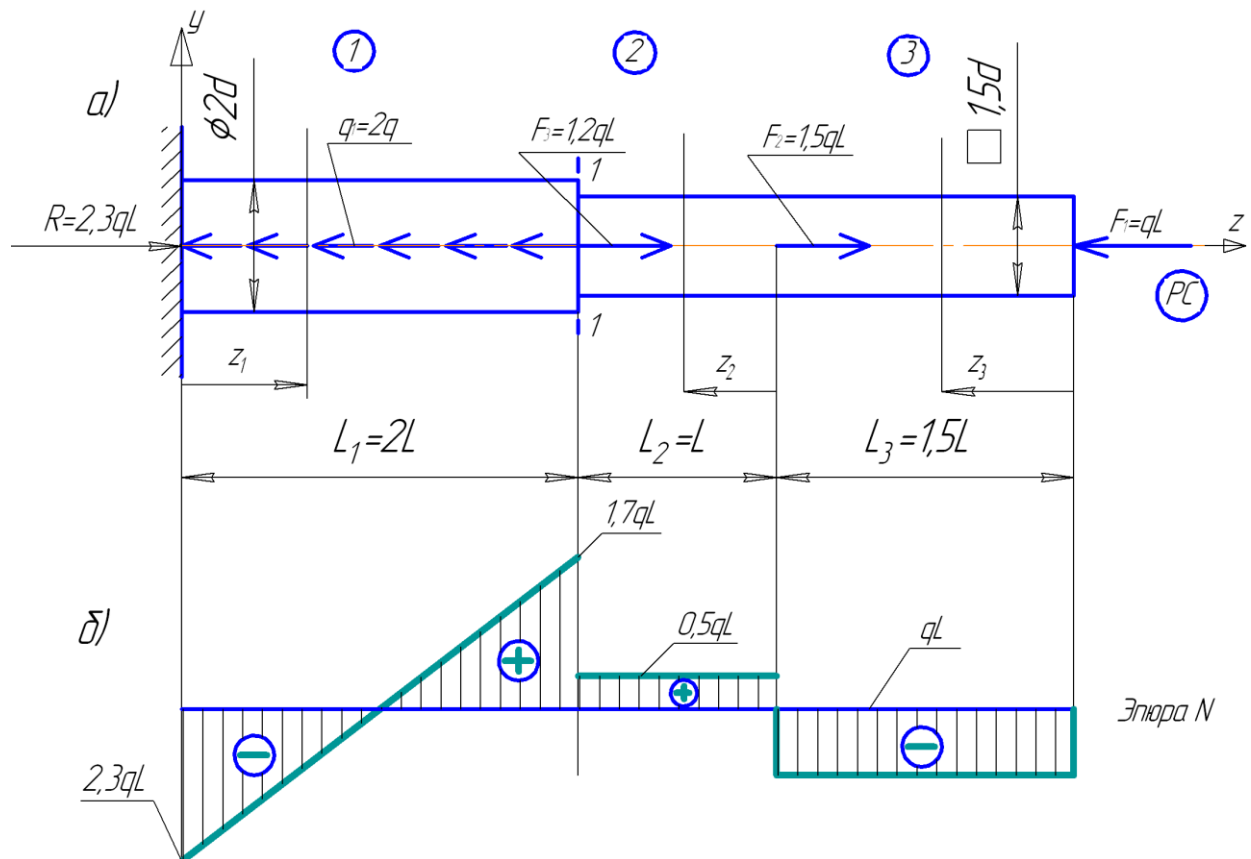


Рис.2.1. Расчетная схема (РС) (а) и эпюра продольной силы N (б) задачи № 1

Решение.

I. Расчет на прочность.

Стержень (рис. 2.1,а) нагружен силами вдоль оси стержня, следовательно, он испытывает деформацию растяжения-сжатия. Тогда условие прочности имеет вид (5):

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

Чтобы определить допускаемое напряжение $[\sigma]$, проведем анализ материала стержня: для стали 3 относительное остаточное удлинение после разрыва $\epsilon_{\text{ост}} = 21\%$ ([7], с. 644), что больше 5% , следовательно, материал пластичный. Поэтому $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}$, где для ст.3 предел текучести $\sigma_T = 240$ МПа ([7], с. 644), а необходимый коэффициент запаса прочности принимаем из рекомендуемого интервала для пластичного материала $n = 1,5$ ([7], с. 144).

Найдем максимальное фактическое напряжение в стержне (1):

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \Big|_{\max} \quad (1^*)$$

Построим эпюру продольных сил N :

- определим реакцию опоры R_B , составив уравнение статического равновесия (сумма проекций всех сил на ось z стержня):

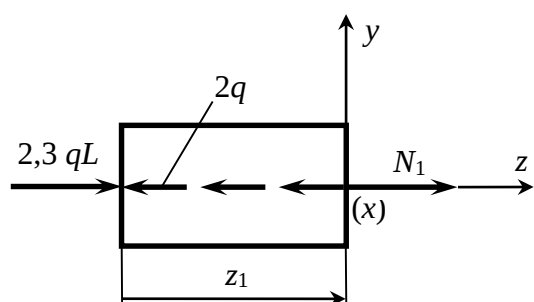
$$\sum F_z = 0; R_B - 2q \cdot 2L + 1,2qL + 1,5qL - qL = 0;$$

$$\text{Откуда } R_B = 4qL - 1,2qL - 1,5qL + qL = 2,3 qL;$$

- разбиваем стержень на силовые участки **1-3**;

- методом сечений на каждом силовом участке определяем законы для N :

Участок 1. $0 \leq z_1 \leq 2L$



В пределах участка **1** проводим плоскость перпендикулярную оси z стержня в произвольном сечении (рис. 2.1, а); отбрасываем ту часть, где больше внешних нагрузок; изображаем оставшуюся часть (в данном случае – левую); выбираем силовую

систему координат yz с полюсом (x) в центре тяжести сечения, где рассекаем стержень; заменяем действие отброшенной части на оставшуюся положительно направленной продольной силой N_1 ; составляем уравнение статического равновесия для оставшейся части

$$\sum F_z = 0; N_1 - 2q \cdot z_1 + 2,3 qL = 0; \text{откуда}$$

$$N_1 = 2q \cdot z_1 - 2,3 qL \text{ (линейная зависимость).}$$

Чтобы построить эпюру (график) N , вычислим два значения N_1 : в начале участка при $z_1 = 0$ и в конце участка при $z_1 = 2L$.

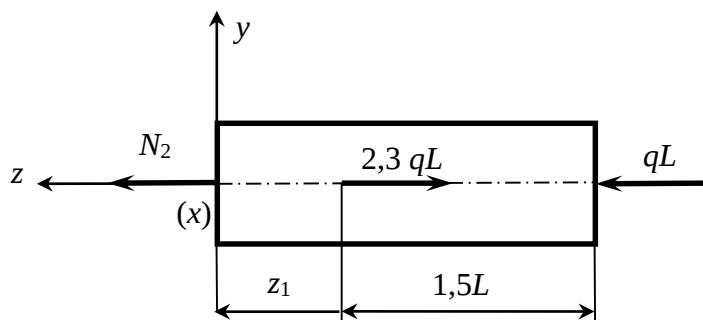
$$z_1 = 0; N_1 = -2,3 qL$$

$$z_1 = 2L; N_1 = 2q \cdot 2L - 2,3 qL = 1,7 qL.$$

Строим эпюру N на участке **1** (рис. 2.1, б) в произвольном масштабе.

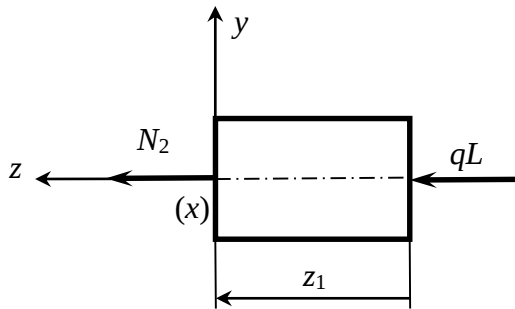
Аналогично рассматриваем участки **2** и **3**.

Участок 2. $0 \leq z_1 \leq L$



$$\sum F_z = 0; N_2 - 1,5 qL + qL = 0;$$

$$N_2 = 1,5 qL - qL = 0,5 qL(\text{const});$$

Участок 3. $0 \leq z_3 \leq 1,5L$ 

$$\sum F_z = 0; N_3 + qL = 0;$$

$$N_3 = -qL \text{ (const).}$$

По полученным данным строим эпюру N на **2** и **3** участках.

Проверяем правильность построения эпюры N :

- по «скачкам» (разрыв в значениях ординат): в сечениях, где приложены внешние сосредоточенные продольные силы, на эпюре N есть разрывы в значениях ординат слева и справа от сечения,

- по дифференциальной зависимости

$$\frac{dN}{dz} = q: \text{ на участке } \mathbf{1} \quad \frac{dN_1}{dz_1} = 2q = \text{const},$$

поэтому N_1 изменяется по линейной зависимости, а на участках **2** и **3**

$\frac{dN}{dz} = 0$, поэтому N_2 и N_3 постоянны. Следовательно, эпюра N построена верно.

Выразим площади поперечных сечений на участках через искомый размер d :

$$A_1 = \frac{\pi(2d)^2}{4} = 3,14d^2;$$

$$A_2 = A_3 = (1,5d)^2 = 2,25d^2.$$

Поскольку пластичный материал одинаково сопротивляется растяжению и сжатию, то необходимо найти *максимальное по абсолютной величине напряжение*. Из формулы (1*) следует, что максимальные напряжения могут быть в сечениях, где $|N_{\max}|$ или $A_{\min}$.

Из анализа эпюры N и сравнения площадей сечений следует, что это может быть в сечении **В** или сечениях **3** участка.

$$\sigma_1|_{z_1=0} = \frac{|-2,3qL|}{A_1} = \frac{2,3qL}{3,14d^2} = 0,732 \frac{qL}{d^2};$$

$$\sigma_3 = \frac{qL}{2,25d^2} = 0,444 \frac{qL}{d^2};$$

$$\text{следовательно, } \sigma_{\max} = 0,732 \frac{qL}{d^2}.$$

Тогда условие прочности принимает вид:

$$0,732 \frac{qL}{d^2} \leq \frac{\sigma_T}{n}, \text{ откуда}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{0,732qLn}{\sigma_T}} = \sqrt{\frac{0,732 \cdot 200 \frac{\kappa H}{M} \cdot 0,2 M \cdot 1,5}{240 \cdot 10^3 \frac{\kappa H}{M^2}}} = 13,5 \cdot 10^{-3} M.$$

II. Расчет на жесткость.

Условие жесткости при растяжении-сжатии (8): $\Delta L \leq [\Delta L]$.

Вычислим общее изменение длины, используя формулы (4), (2), (3):

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 = -\frac{0,191qL^2}{Ed^2} + \frac{0,222qL^2}{Ed^2} - \frac{0,667qL^2}{Ed^2} = -\frac{0,636qL^2}{Ed^2}, \text{ где}$$

$$\Delta L_1 = \int_0^{2L} \frac{N_1}{EA_1} dz_1 = \int_0^{2L} \frac{(-2,3qL + 2qz_1)}{E \cdot 3,14d^2} dz_1 = \frac{q}{3,14Ed^2} \left(-2,3Lz_1 + 2\frac{z_1^2}{2} \right) \Big|_0^{2L} =$$

$$= \frac{q}{3,14Ed^2} (-2,3 \cdot 2L^2 + 4L^2) = -\frac{0,191qL^2}{Ed^2};$$

$$\Delta L_2 = \frac{N_2 L_2}{EA_2} = \frac{0,5qL \cdot L}{E2,25d^2} = \frac{0,222qL^2}{Ed^2};$$

$$\Delta L_3 = -\frac{N_3 L_3}{EA_3} = -\frac{qL \cdot 1,5L}{E2,25d^2} = -\frac{0,667qL^2}{Ed^2};$$

$E = 2 \cdot 10^5$ МПа – модуль продольной упругости стали 3.

Условие жесткости принимает вид:

$$\left| -\frac{0,636qL^2}{Ed^2} \right| \leq [\Delta L], \text{ откуда}$$

$$d \geq \sqrt{\frac{0,698qL^2}{E \cdot [\Delta L]}} = \sqrt{\frac{0,636 \cdot 200 \frac{\kappa H}{M} \cdot (0,2 M)^2}{2 \cdot 10^8 \frac{\kappa H}{M^2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} M}} = 3,57 \cdot 10^{-3} M.$$

Поскольку нужно обеспечить и прочность, и жесткость стержня, то принимаем размер $d = 14 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 14 \text{ мм}$.

III. Определение перемещения сечения 1–1.

Сечение 1–1 (рис. 1.7, а) переместится на величину изменения длины участка **1**, т.е.

$$\delta_{1-1} = \Delta L_1 = -\frac{0,191 q L^2}{E d^2} = -\frac{0,191 \cdot 200 \frac{\kappa H}{M} \cdot (0,2 M)^2}{2 \cdot 10^8 \frac{\kappa H}{M^2} \cdot (0,014)^2 M} = -0,039 \cdot 10^{-3} M = -0,039 \text{ мм.}$$

Знак «-» означает, что сечение перемещается влево, т.е. к заделке.

Задача № 2.

1) Из расчета на прочность определить *допускаемую нагрузку [M]* (рис. 2.2, а).

2) При найденном значении *[M]* найти угол закручивания незакрепленного конца стержня φ_B .

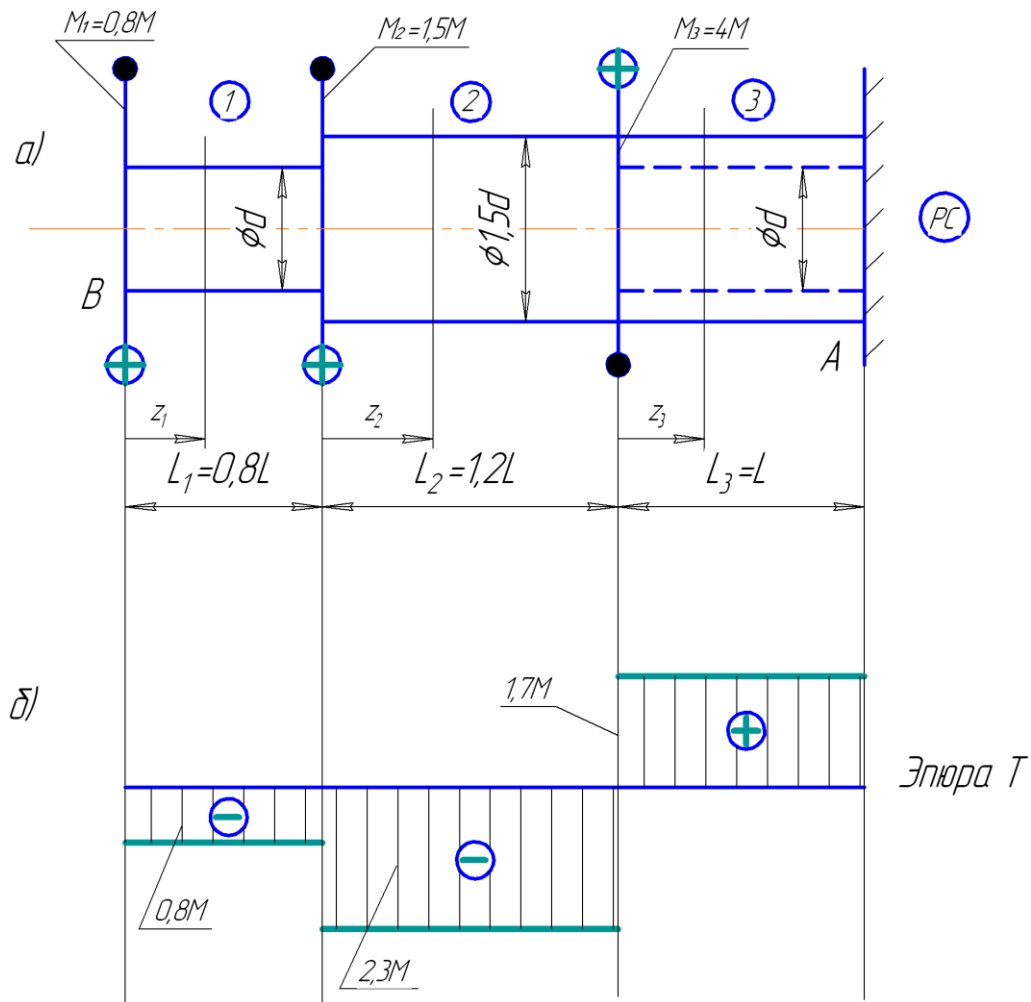


Рис. 2.2. Расчетная схема (PC) (а) и эпюра крутящего момента T (б) задачи № 2

Исходные данные: $M_1 = 0,8M$; $M_2 = 1,5M$; $M_3 = 4M$; $L_1 = 0,8L$; $L_2 = 1,5L$; $L_3 = 4L$; $d = 0,06$ м; $L = 0,4$ м; $[\tau] = 80$ МПа; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Решение.

I. Расчет на прочность.

Поскольку стержень (рис. 2.2, а) нагружен только моментами в плоскостях перпендикулярных его оси, то стержень испытывает чистое кручение.

Тогда условие прочности (20) имеет вид

$$\tau_{\max} \leq [\tau].$$

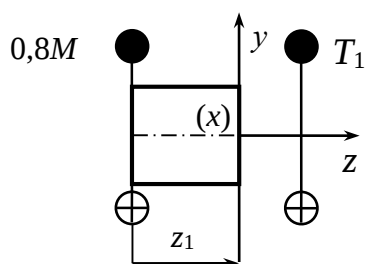
Для определения максимального касательного напряжения

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\rho}} \Big|_{\max} \quad (14^*)$$

сначала построим эпюру крутящих моментов T .

Так как стержень консольного типа, т.е. закреплён с одного конца, то реакции в опоре можно не определять, но силовые участки рассматривать со свободного конца. Стержень имеет три силовых участка: **1 – 3**. Методом сечений найдем законы для T на каждом силовом участке (порядок действий см. участок **1** задачи №1).

Участок 1. $0 \leq z_1 \leq 0,8L$

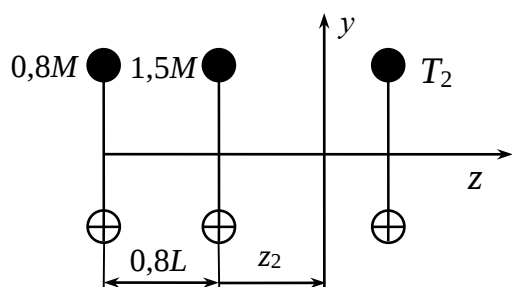


Заменяя действие отброшенной части на оставшуюся, выбираем положительное направление крутящего момента T_1 . Уравнение статического равновесия в этом случае – сумма моментов относительно оси z :

$$\sum M_z = 0; T_1 + 0,8M = 0; \text{ Тогда } T_1 = -0,8M \text{ (const).}$$

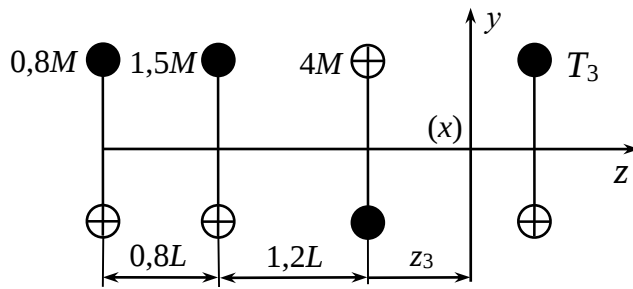
Участок 2. $0 \leq z_2 \leq 1,2L$

Так как уравнения статического равновесия не зависят от формы и размеров сечения, то оставшуюся часть можно изображать осью с приложенными к ней моментами.



$$\sum M_z = 0; T_2 + 1,5M + 0,8M = 0;$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } T_2 &= -1,5M - 0,8M = \\ &= -2,3M \text{ (const).} \end{aligned}$$

Участок 3. $0 \leq z_3 \leq L$ 

$$\Sigma M_z = 0; T_3 + 1,5M + 0,8M - 4M = 0;$$

$$\text{Откуда } T_3 = -1,5M - 0,8M + 4M = 1,7M \text{ (const).}$$

По полученным данным строим эпюру (график) крутящих моментов (рис. 2.2, б) в произвольном масштабе.

Проверим правильность построения эпюры T :

- по «скачкам» (разрываем в значениях ординат) слева и справа от границ участков: на эпюре T во всех сечениях на границах силовых участков есть скачки, равные значениям внешних моментов, приложенных в этих сечениях (рис. 2.2, б);

- по дифференциальной зависимости $\frac{dT}{dz} = m$: так как на всех силовых

участках нет распределенных крутящих моментов, т.е. $m = 0$, то T постоянен на каждом участке.

Следовательно, эпюра T построена верно.

Выразим полярные моменты сопротивления $W_{\rho i}$ через размер d на каждом геометрическом участке. В данном случае геометрические участки совпадают с силовыми.

$$W_{\rho_1} = 0,2d^3 \text{ (по формуле (15));}$$

$$W_{\rho_2} = 0,2(1,5d)^3 = 0,675d^3 \text{ (по формуле (15));}$$

$$W_{\rho_3} = 0,2(1,5d)^3 \left[1 - \left(\frac{d}{1,5d} \right)^4 \right] = 0,542d^3 \text{ (по формуле (16)).}$$

Из формулы (14*) следует, что максимальные по абсолютной величине касательные напряжения могут быть в сечениях, где $|T_{\max}|$ или $W_{\rho \min}$.

Из анализа эпюры T и значений W_{ρ} следует, что $|\tau_{\max}|$ может быть в сечениях участков **1** или **2**:

$$|\tau_{\max 1}| = \frac{|T_1|}{W_{\rho 1}} = \frac{|-0,8M|}{0,2d^3} = \frac{4M}{d^3};$$

$$|\tau_{\max 2}| = \frac{|T_2|}{W_{\rho 2}} = \frac{|-2,3M|}{0,675d^3} = \frac{3,41M}{d^3}.$$

Следовательно, $\tau_{\max} = \tau_{\max 1} = \frac{4M}{d^3}$.

Условие прочности принимает вид

$$\frac{4M}{d^3} \leq [\tau],$$

$$\text{откуда } M \leq \frac{[\tau] \cdot d^3}{4} = \frac{80 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot (0,06 \text{ м})^3}{4} = 4,32 \text{ кНм}.$$

Принимаем $[M] = 4,32 \text{ кНм}$.

II. Вычислим угол поворота φ_B сечения B при принятом значении $[M]$.

Поскольку на каждом силовом участке $\frac{T_i}{GI_{\rho_i}} = \text{const}$, то по формуле (18)

$$\varphi_B = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \frac{T_1 L_1}{GI_{\rho_1}} + \frac{T_2 L_2}{GI_{\rho_2}} + \frac{T_3 L_3}{GI_{\rho_3}}.$$

Выразим полярные моменты инерции на каждом участке через d :

$$I_{\rho_1} = 0,1d^4 \text{ (по формуле (12));}$$

$$I_{\rho_2} = 0,1(1,5d)^4 = 0,506d^4 \text{ (по формуле (12));}$$

$$I_{\rho_3} = 0,1(1,5d)^4 \left[1 - \left(\frac{d}{1,5d} \right)^4 \right] = 0,406d^4 \text{ (по формуле (13)).}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varphi_B &= \frac{-0,8M \cdot L}{G \cdot 0,1d^4} + \frac{-2,3M \cdot 1,2L}{G \cdot 0,506d^4} + \frac{1,7M \cdot L}{G \cdot 0,406d^4} = \\ &= \frac{-7,67ML}{Gd^4} = \frac{-7,67 \cdot 4,32 \text{ кНм} \cdot 0,4}{8 \cdot 10^7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot (0,06 \text{ м})^4} = -0,0128 \text{ рад} = \\ &= -\frac{0,028 \text{ рад} \cdot 180^\circ}{3,14 \text{ рад}} = -0,733^\circ, \end{aligned}$$

знак « $\rightarrow$ » означает, что сечение B поворачивается по ходу часовой стрелки.

Задача № 3.

1) Для балки со сложным сечением (рис. 2.3, а) из расчета на прочность определить допустимую нагрузку $[q_1]$, $[F]$, $[M]$.

2) Найти размеры простых сечений, равнопрочных сложному: прямоугольного сечения шириной « b » и высотой « $2b$ », диаметр D кругового сечения и номер двутаврового сечения.

3) Оценить эффективность сечений по расходу материала.

4) Проверить прочность балок простых сечений по максимальным касательным напряжениям.

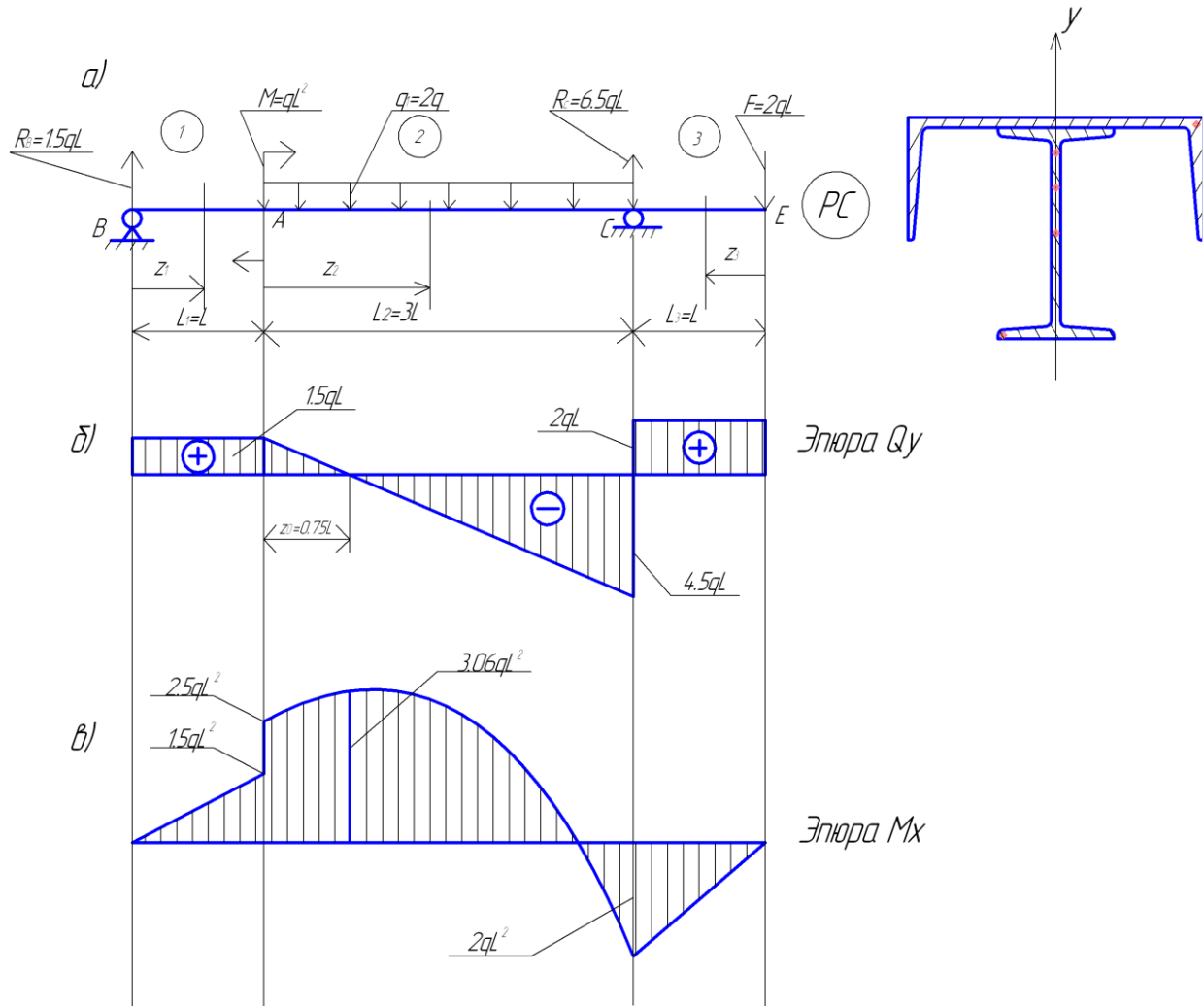


Рис. 2.3. Расчетная (РС) схема (а), эпюры поперечных сил Q_y (б) и изгибающих моментов M_x (в) задачи №3.

Исходные данные:

$q_1 = 2q$; $F = 2qL$; $M = qL^2$; $L_1 = L_3 = L$; $L_2 = 3L$; $L = 0,8\text{м}$; $[\sigma] = 160\text{ МПа}$; $[\tau] = 80\text{ МПа}$; двутавр № 10; швеллер № 14.

Решение.

I. Расчет на прочность.

Стержень нагружен в одной вертикальной плоскости и силовая плоскость совпадает с осью симметрии сечения Y , а силы перпендикулярны оси стержня, поэтому стержень – балка, которая испытывает плоский изгиб.

Основное условие прочности при плоском изгибе для балки постоянного по длине сечения (формулы (34) и (35))

$$\frac{|M_{x\max}|}{W_x} \leq [\sigma].$$

1.1. Для нахождения максимального изгибающего момента строим эпюры ВСФ.

1.1.1. Определяем реакции опор R_B и R_C , выбрав для них произвольное направление (рис. 2.3, а) и составляя уравнения статического равновесия:

$$\sum M_B = 0; \quad -qL^2 - 2q \cdot 3L \left(L + \frac{3L}{2} \right) + R_C \cdot 4L - 2qL(L + 3L + L) = 0.$$

$$\text{Откуда } R_C = \frac{qL^2 + 15qL^2 + 10qL^2}{4L} = \frac{24qL^2}{4L} = 6,5qL;$$

$$\sum M_C = 0; \quad -R_B \cdot 4L - qL^2 - 2q \cdot 3L \cdot \frac{3L}{2} - 2qL \cdot L = 0.$$

$$\text{Откуда } R_B = \frac{-qL^2 + 9qL^2 - 2qL^2}{4L} = \frac{6qL^2}{4L} = 1,5qL.$$

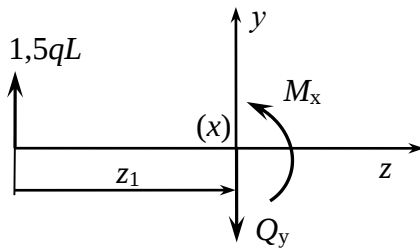
Значения R_B и R_C указываем на РС (рис. 2.3, а). Проверим правильность нахождения R_B и R_C :

$\sum F_y = 0; \quad R_B - 2q \cdot 3L + R_C - 2qL = 1,5qL - 6qL + 6,5qL - 2qL = 8qL - 8qL = 0$, следовательно, реакции найдены верно.

1.1.2. Разбиваем балку на силовые участки: 1–3.

1.1.3. На каждом силовом участке методом сечений находим законы для Q_y и M_x , выбирая первоначально положительное направление для них (см. рис. 1.1, б).

Участок 1. $0 \leq z_1 \leq 0,8L$



$$\sum F_y = 0; \quad 1,5qL - Q_y = 0; \text{ отсюда}$$

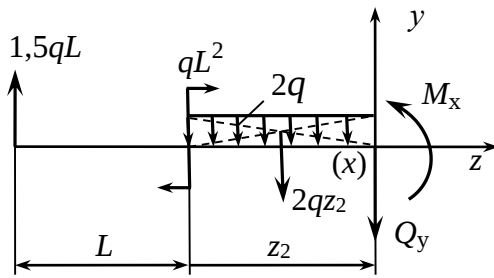
$$Q_y = 1,5 qL \text{ (const).}$$

$$\sum M_{(x)} = 0; \quad M_x - 1,5qL \cdot z_1 = 0,$$

$$\text{откуда } M_x = 1,5qL \cdot z_1 \quad (\text{линейная зависимость})$$

$$\text{При } z_1 = 0 \quad M_x = 0$$

$$z_1 = L \quad M_x = 1,5qL \cdot L = 1,5 qL^2.$$

Участок 2. $0 \leq z_2 \leq 3L$ 

$\sum F_y = 0$; $1,5qL - 2qz_2 - Q_y = 0$; откуда
 $Q_y = 1,5 qL - 2qz_2$ (линейная зависимость).

При $z_2 = 0$ $Q_y = 1,5 qL$

$z_2 = 3L$ $Q_y = 1,5 qL - 2q \cdot 3L = -4,5qL$.

Так как Q_y меняет знак, то найдем z_0 - координату сечения, в котором $Q_y = 0$.

$$0 = 1,5 qL - 2qz_0, \text{ откуда } z_0 = \frac{1,5qL}{2q} = 0,75L.$$

$$\sum M_{(x)} = 0; M_x - 1,5qL \cdot (L + z_2) - qL^2 + 2qz_2 \cdot z_2/2 = 0,$$

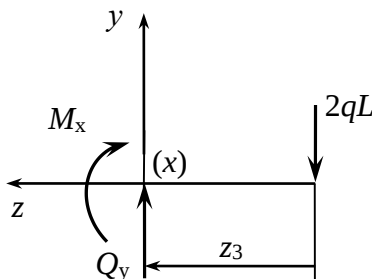
откуда $M_x = 1,5qL^2 + 1,5qLz_2 + qL^2 - qz_2^2 = 2,5qL^2 + 1,5qLz_2 - qz_2^2$ (уравнение параболы).

Согласно дифференциальной зависимости $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$ в сечении с координатой z_0 , где $Q_y = 0$, на эпюре M_x будет вершина параболы, т.е. экстремальное значение M_x .

При $z_3 = 0$ $M_x = 2,5 qL^2$

$$z_0 = 0,75L \quad M_x = 2,5 qL^2 + 1,5qL \cdot 0,75L - q(0,75L)^2 = 3,06qL^2$$

$$z_3 = 3L \quad M_x = 2,5qL^2 + 1,5qL \cdot 3L - q(3L)^2 = -2 qL^2.$$

Участок 3. $0 \leq z_3 \leq L$ 

$\sum F_y = 0$; $Q_y - 2qL = 0$; откуда

$$Q_y = 2 qL \text{ (const).}$$

$$\sum M_{(x)} = 0; -M_x - 2qL \cdot z_3 = 0,$$

откуда $M_x = -2qL \cdot z_3$ (линейная зависимость).

При $z_3 = 0$ $M_x = 0$

$$z_3 = L \quad M_x = -2qL \cdot L = -2qL^2.$$

По полученным данным строим эпюру Q_y (рис. 2.3, б) и M_x (рис. 2.3., в) в произвольном масштабе.

1.1.4. Проверим правильность вычислений и построения эпюр.

Эпюра Q_y :

- по скачкам (разрывам в значениях ординат) на границах силовых участков: в сечениях B, C, E балки приложены внешние сосредоточенные силы (рис. 2.3., а) и на эпюре Q_y (рис. 2.3, б) есть скачки, равные по величине внешним силам и совпадающие с ними по направлению;

- по дифференциальной зависимости $\frac{dQ_y}{dz} = q$: на силовых участках **1** и **3** нет распределенных сил ($q = 0$), поэтому $Q_y = const$; на силовом участке **2** есть распределенная сила постоянной интенсивности $2q = const$, поэтому Q_y изменяется по линейной зависимости.

Эпюра M_x :

- по скачкам: в сечении A балки приложен внешний сосредоточенный момент (qL^2), поэтому в этом сечении на эпюре M_x на границе **1** и **2** участков есть разрыв в значениях ординат (скачок), равный по величине этому моменту, а в сечениях B, C, E нет внешних сосредоточенных моментов, поэтому на эпюре M_x нет скачков в этих сечениях;

- по дифференциальной зависимости $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$: на силовых участках **1** и **3** $Q_y = const$, поэтому M_x изменяется по линейной зависимости; на силовом участке **2** Q_y изменяется по линейной зависимости, поэтому M_x изменяется по параболе с вершиной в сечении при $z_0 = 0,75L$.

По эпюре M_x находим $M_{x_{max}} = 3,06 qL^2$.

1.2. Вычислим осевой момент сопротивления W_x сложного сечения балки (рис. 2.4):

По определению

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}},$$

где I_x – главный момент инерции сечения;

$y_{\max}$ – расстояние от нейтральной линии (НЛ) до наиболее удаленной от нее точки сечения.

1.2.1. Выполним чертеж сечения (рис. 2.4). Для этого из сортаментов на швеллеры и двутавры выписываем данные, необходимые для расчета.

1. Швеллер № 14 (ГОСТ 8240-97): $h_1 = 14$ см, $b_1 = 5,8$ см, $d_1 = 0,49$ см, $x_0 = 1,67$ см, $A_1 = 15,6$ см², $I_x = I_y^{\text{табл}} = 45,4$ см⁴.

2. Двутавр № 10 (ГОСТ 8239-89): $h_2 = 10$ см, $b_2 = 5,5$ см, $s_2 = 0,55$ см, $A_2 = 12$ см², $I_{x2} = I_x^{\text{табл}} = 198$ см⁴.

A_2

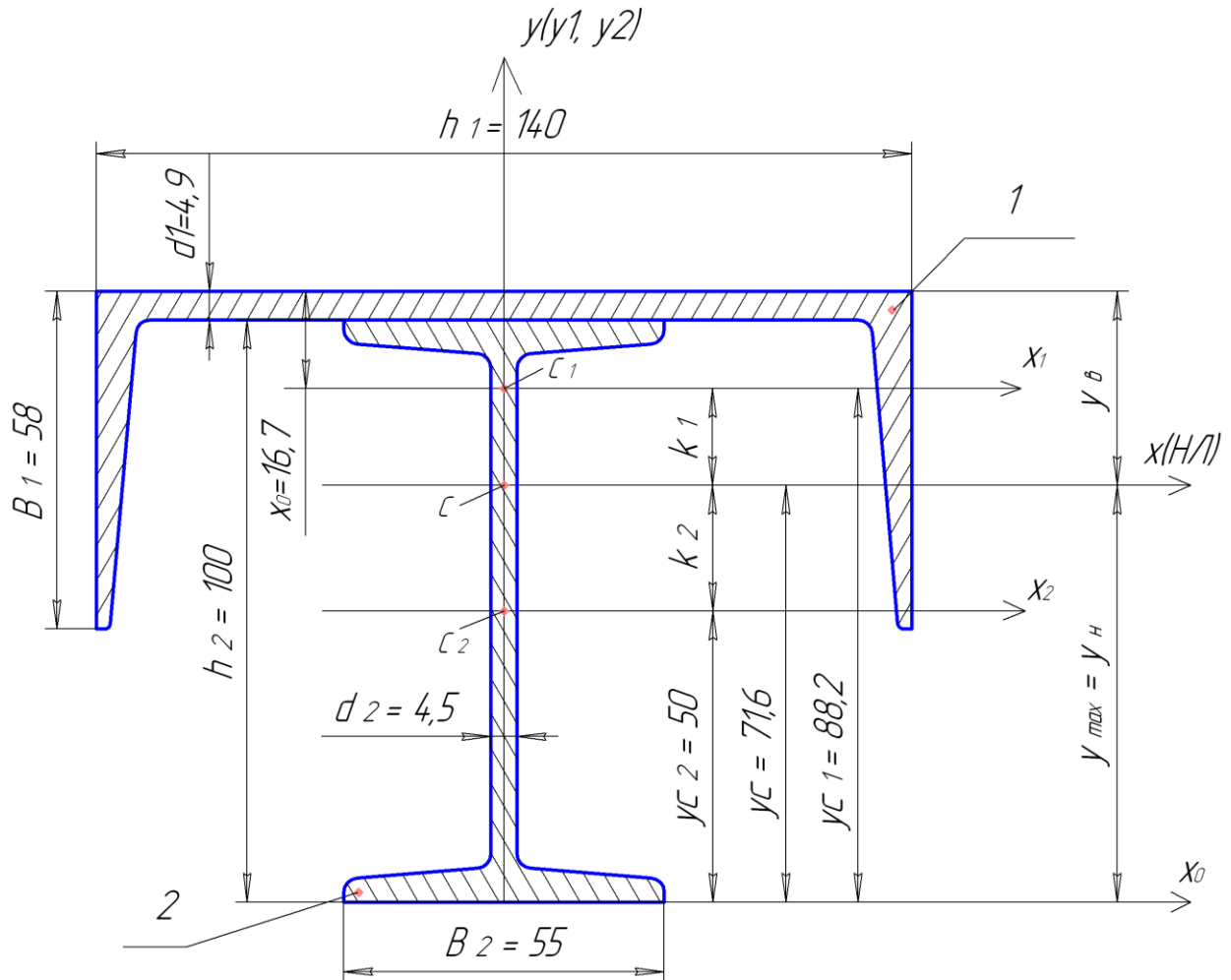


Рис. 2.4. Чертеж сложного сечения балки

Для каждого элемента сложного сечения обозначаем собственные главные центральные ГЦО оси (X_1Y_1 ; X_2Y_2). Поскольку ось Y (Y_1 , Y_2) является осью симметрии всего сечения, то она является одной из ГЦО сечения.

1.2.2. Определим положение центра тяжести сечения на оси Y , вычислив ординату центра тяжести Y_C относительно вспомогательной оси X_0 (рис. 2.4)

$$y_C = \frac{A_1 \cdot y_{C1} + A_2 \cdot y_{C2}}{A_1 + A_2} = \frac{15,6 \cdot 8,82 + 12 \cdot 5}{15,6 + 12} = 7,16 \text{ см},$$

где по чертежу (рис. 2.4):

$$y_{C1} = h_2 + d_1 - x_0 = 10 + 0,49 - 1,67 = 8,82 \text{ см};$$

$$y_{C2} = \frac{h_2}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ см}.$$

Строим центр тяжести сечения (точка C) и проводим ось X . Оси XU – главные центральные оси всего сечения.

1.2.3. Вычисляем главный момент инерции I_x сечения как сумму моментов инерции составляющих элементов:

$$I_x = I_x^{(1)} + I_x^{(2)}.$$

По формуле об изменении моментов инерции при параллельном переносе осей координат

$$I_x^{(1)} = I_{x1} + k_1^2 A_1;$$

$$I_x^{(2)} = I_{x2} + k_2^2 A_2;$$

где по чертежу (рис. 2.4):

$$k_1 = y_{C1} - y_C = 8,82 - 7,16 = 1,66 \text{ см};$$

$$k_2 = y_C - y_{C2} = 7,16 - 5 = 2,16 \text{ см}.$$

Тогда

$$I_x^{(1)} = 45,4 + 1,66^2 \cdot 15,6 = 88,4 \text{ см}^4;$$

$$I_x^{(2)} = 198 + 2,16^2 \cdot 12 = 254 \text{ см}^4$$

$$I_x = 88,4 + 254 \approx 342 \text{ см}^4.$$

1.2.4. Найдем по чертежу (рис. 2.4) y_{max} .

Расстояние от оси X до нижних точек сечения $y_n = y_C = 7,16$ см, а до верхних точек $-y_v = h_2 + d_1 - y_C = 10 + 0,49 - 7,16 = 3,33$ см.

Следовательно,

$$y_{max} = y_n = 7,16 \text{ см}.$$

$$\text{Тогда } W_x = \frac{I_x}{y_{max}} = \frac{342}{7,16} = 47,8 \text{ см}^3 = 47,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

1.3. Условие прочности принимает вид

$$\frac{3,06 q L^2}{W_x} \leq [\sigma],$$

$$\text{откуда } q \leq \frac{[\sigma] \cdot W_x}{3,06 \cdot L^2} = \frac{160 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \cdot 47,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{3,06 \cdot (0,8 \text{ м})^2} = 3,91 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

Принимаем $[q] = 3,9 \frac{\kappa H}{м}$.

Тогда

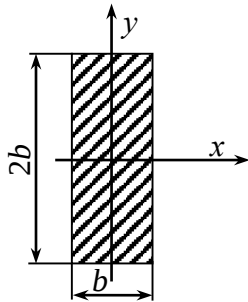
$$[q_1] = 2[q] = 7,8 \frac{\kappa H}{м};$$

$$[F] = 2[q] \cdot L = 2 \cdot 3,9 \cdot 0,8 = 6,24 \kappa H;$$

$$[M] = [q]L^2 = 3,9 \cdot (0,8)^2 = 2,5 \kappa Hм.$$

2. Найдем размеры простых сечений балки, *равнопрочных* сложному.

2.1. Прямоугольное сечение

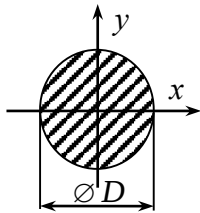


$$W_x = \frac{b \cdot (2b)^3}{6} = \frac{2}{3} b^3 \geq 47,8 \text{ см}^3.$$

$$\text{Откуда } b \geq \sqrt[3]{\frac{47,8 \cdot 3}{2}} = 4,15 \text{ см} = 41,5 \text{ мм}.$$

Принимаем $b = 42 \text{ мм}$.

2.2. Круглое сечение

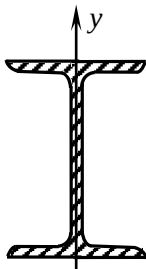


$$W_x = 0,1 D^3 \geq 47,8 \text{ см}^3.$$

$$\text{Откуда } D \geq \sqrt[3]{\frac{47,8}{0,1}} = 7,82 \text{ см} = 78,2 \text{ мм}.$$

Принимаем $D = 78 \text{ мм}$.

2.3. Двутавровое сечение



$$W_x \geq 47,8 \text{ см}^3.$$

По таблице двутавров принимаем

двутавр № 12 с $W_x^{\text{табл}} = 58,4 \text{ см}^3$.

3. Оценим эффективность сечений по расходу материала на изготовление балки.

Вес балки

$$P = \gamma \cdot L_6 \cdot A,$$

где γ - удельный вес материала балки;

L_6 - длина балки;

A - площадь поперечного сечения.

Поскольку балки из одного материала и одной длины, т.е. $\gamma \cdot L_6 = const$, то отношение весов балки равно отношению площадей

$P_1 : P_2 : P_3 : P_4 = A_1 : A_2 : A_3 : A_4 = 27,6 : 35,3 : 47,8 : 14,7 = 1,86 : 2,30 : 3,25 : 1$, где $A_1 = 15,6 + 12 = 27,6 \text{ см}^2$ – площадь сложного сечения;

$A_2 = 2 \cdot b \cdot b = 2b^2 = 2 \cdot 4,2^2 = 35,3 \text{ см}^2$ – площадь прямоугольного сечения;

$A_3 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 7,8^2}{4} = 47,8 \text{ см}^2$ – площадь круглого сечения;

$A_4 = 14,7 \text{ см}^2$ – площадь двутавра № 12.

Таким образом, самым экономичным по расходу материала является двутавровое сечение.

4. Проверим простые сечения на прочность по максимальным касательным напряжениям, т.е. проверим выполнение условия

$$\tau_{\max} \leq [\tau] = 80 \text{ МПа}.$$

4.1. Прямоугольное сечение

$$\tau_{\max} = \frac{4 Q_{y\max}}{3 A_2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{14 \text{ кН}}{35,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 5,29 \cdot 10^3 \text{ кПа} = 5,29 \text{ МПа},$$

где $|Q_{y\max}| = 4,5qL = 4,5 \cdot 3,9 \cdot 0,8 = 14 \text{ кН}$ (рис. 2.3, б)

4.2. Круглое сечение

$$\tau_{\max} = \frac{3 Q_{y\max}}{2 A_3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{14 \text{ кН}}{47,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 4,39 \cdot 10^3 \text{ кПа} = 4,39 \text{ МПа},$$

4.3. Двутавровое сечение

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{y\max} \cdot S_x}{I_x \cdot b_{y=0}} = \frac{14 \text{ кН} \cdot 33,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{350 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4 \cdot 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 20,1 \cdot 10^3 \text{ кПа} = 20,1 \text{ МПа},$$

где для двутавра № 12:

$S_x = 33,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ – статический момент полусечения;

$I_x = 350 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$ – главный момент инерции;

$b_{y=0} = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ – толщина стенки двутавра.

Вывод:

1) Для всех сечений $\tau_{\max} < [\tau]$, следовательно, и по касательным напряжениям прочность балок при принятых размерах сечений обеспечена.

2) Поскольку максимальные касательные напряжения значительно меньше допускаемых, то влиянием их на прочность можно пренебречь.

ЧАСТЬ 3. ТЕСТЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

3.1. Внутренние силовые факторы (ВСФ) в поперечных сечениях стержней

3.1.1. Зависимости между q , Q , M при поперечном изгибе

- 1) $dM/dZ = Q$; $dQ/dZ = q$;
- 2) $dQ/dZ = M$; $dM/dZ = q$;
- 3) $dq/dZ = Q$;
- 4) $dM/dZ = Q$; $dq/dZ = M$.

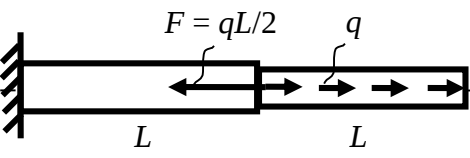
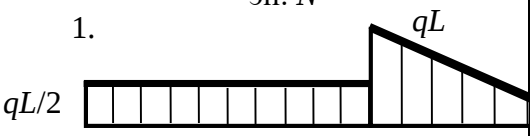
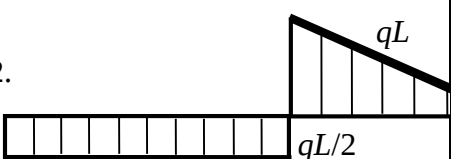
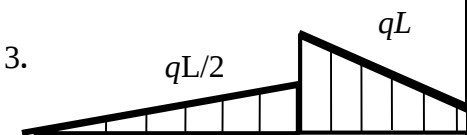
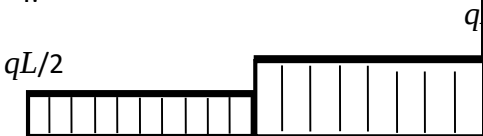
3.1.2. Сколько в общем случае нагружения возникает в.с.ф.

- 1) 4
- 2) 3
- 3) 5
- 4) 6

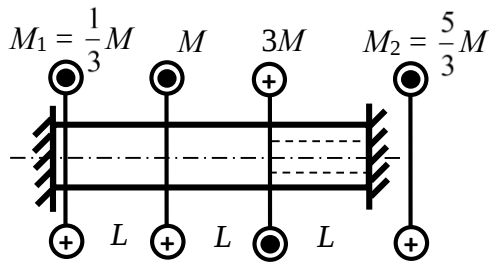
3.1.3. ВСФ характеризуют:

- 1) Внутренние нагрузки, возникающие внутри тела под действием внешних нагрузок;
- 2) Распределение напряжений, возникающих внутри тела под действием внешних нагрузок;
- 3) Распределение деформаций, возникающих внутри тела под действием внешних нагрузок;
- 4) Распределение внутренних нагрузок, возникающих внутри тела под действием внешних нагрузок.

3.1.4. Определить вариант правильно построенных эпюр, используя правила контроля эпюр (образцы возможных вариантов схем).

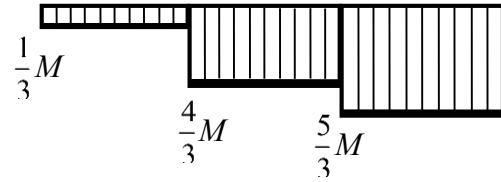
Задание 1	Ответы
Укажите для заданного стержня правильно построенную эпюру ВСФ 	эп. N 1.  2.  3.  4. 
Задание 2	Ответы

Укажите для заданного стержня правильно построенную эпюру ВСФ

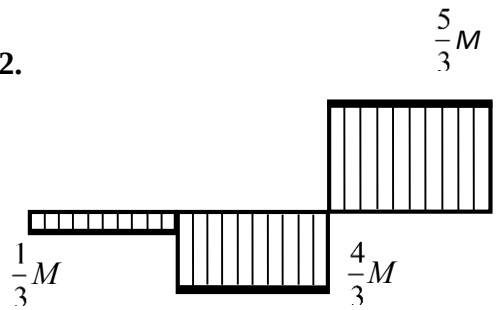


эп. T

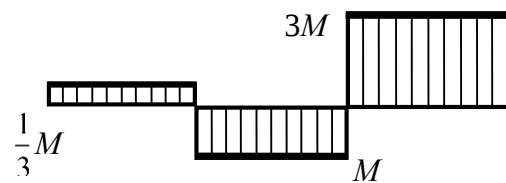
1.



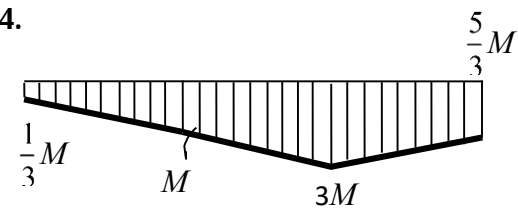
2.



3.



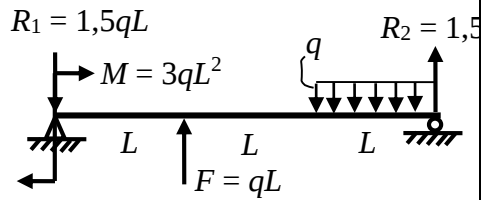
4.



Задание 3

Ответы

Укажите для заданного стержня правильно построенную эпюру ВСФ



- 1.
-
- 2.
-
- 3.
-
- 4.
-

3.2. Нагрузки, напряжения в сечении стержня

3.2.1. Нагрузки называются статическими, если

- 1) силами инерции пренебречь нельзя;
- 2) силами инерции можно пренебречь;
- 3) они приложены к каждой точке в объеме тела;
- 4) они приложены только по поверхности тела.

3.2.2. Нагрузки называются динамическими, если

- 1) они приложены к каждой точке в объеме тела;
- 2) силами инерции пренебречь нельзя;
- 3) силами инерции можно пренебречь;
- 4) они приложены только по поверхности тела.

3.2.3. Нагрузки называются поверхностными, если

- 1) силами инерции можно пренебречь;
- 2) силами инерции пренебречь нельзя;
- 3) они приложены по поверхности тела;
- 4) они приложены в какой-либо точке на поверхности тела.

3.2.4. Нагрузки называются объемными, если

- 1) они приложены к каждой точке объема тела;
- 2) силами инерции пренебречь нельзя;
- 3) силами инерции можно пренебречь;
- 4) они приложены к какой-либо точке объема тела.

3.2.5. Нагрузка считается сосредоточенной, если

- 1) она приложена к какой-либо точке объема тела;
- 2) она приложена по части поверхности малой по сравнению со всей

поверхностью тела;

- 3) она приложена к какой-либо точке поверхности тела;

4) она приложена по части поверхности малой по сравнению со всей поверхностью тела или по части объема малой по сравнению со всем объемом тела.

3.2.6. Нагрузка считается распределенной, если

- 1) она приложена по части поверхности не малой по сравнению со всей поверхностью тела;

- 2) она приложена по всей поверхности тела;

- 3) она приложена к каждой точке объема тела;

4) она приложена по части поверхности не малой по сравнению со всей поверхностью со всем объемом тела.

3.2.7. При растяжении (сжатии) в поперечном сечении возникают напряжения

- 1) нормальные;

- 2) нормальные и касательные;

- 3) касательные;
- 4) эквивалентные.

3.2.8. При кручении в поперечном сечении возникают напряжения

- 1) касательные;
- 2) нормальные;
- 3) нормальные и касательные;
- 4) эквивалентные.

3.2.9. При чистом изгибе в поперечном сечении возникают напряжения

- 1) нормальные и касательные;
- 2) касательные;
- 3) нормальные;
- 4) эквивалентные.

3.2.10. При срезе в поперечном сечении возникают напряжения

- 1) нормальные и касательные;
- 2) нормальные;
- 3) касательные;
- 4) эквивалентные.

3.2.11. При косом изгибе в поперечном сечении возникают напряжения

- 1) нормальные;
- 2) касательные и нормальные;
- 3) касательные;
- 4) эквивалентные.

3.2.12. При поперечном изгибе в поперечном сечении возникают напряжения

- 1) эквивалентные;
- 2) касательные;
- 3) нормальные;
- 4) нормальные и касательные.

3.2.13. При изгибе с кручением в поперечном сечении возникают напряжения

- 1) касательные;
- 2) нормальные;
- 3) эквивалентные;
- 4) нормальные и касательные.

3.2.14. При изгибе с растяжением (сжатием) в поперечном сечении возникают напряжения

- 1) нормальные;
- 2) касательные;
- 3) нормальные и касательные;
- 4) эквивалентные.

3.2.15. Хрупкие материалы разрушаются под действием напряжений

- 1) нормальных;
- 2) касательных;
- 3) эквивалентных;
- 4) нормальных и касательных.

3.2.16. Пластичные материалы разрушаются под действием напряжений

- 1) нормальных;
- 2) касательных;
- 3) эквивалентных;
- 4) нормальных и касательных.

3.2.17. Напряжение – мера интенсивности

- 1) внутренних нагрузок;
- 2) внешних нагрузок;
- 3) деформации тела;
- 4) изменения свойств материала.

3.3. Деформации

3.3.1. Деформацией называется изменение под действием нагрузки

- 1) размеров и формы тела;
- 2) внутренних усилий;
- 3) свойств материала;
- 4) формы равновесия.

3.3.2. Линейная деформация характеризует

- 1) изменение формы и линейных размеров тела;
- 2) изменение линейных размеров тела;
- 3) изменение формы тела;
- 4) относительное удлинение.

3.3.3. Угловая деформация (сдвига) характеризует

- 1) изменение формы тела;
- 2) изменение формы и линейных размеров тела;
- 3) изменение объема тела;
- 4) изменение линейных размеров.

3.3.4. Относительный удельный угол закручивания характеризует

- 1) прочность стержня;
- 2) жесткость стержня;
- 3) устойчивость стержня;
- 4) упругость стержня.

3.3.5. Абсолютное удлинение Δl характеризует

- 1) устойчивость стержня;

- 2) прочность стержня;
- 3) жесткость стержня;
- 4) упругость стержня.

3.3.6. Относительное удлинение характеризует

- 1) жесткость стержня;
- 2) прочность стержня;
- 3) устойчивость стержня;
- 4) упругость стержня.

3.3.7. Угол сдвига γ характеризует

- 1) устойчивость стержня;
- 2) прочность стержня;
- 3) жесткость стержня;
- 4) упругость стержня.

3.3.8. Закон Гука при сдвиге выражается формулой

- 1) $\tau = E \cdot \gamma$;
- 2) $\tau = G \cdot \gamma$;
- 3) $\sigma = E \cdot \varepsilon$;
- 4) $\sigma = G \cdot \varepsilon$.

3.3.9. Деформация – изменение под действием нагрузки

- 1) изменение формы тела;
- 2) изменение линейных размеров тела;
- 3) изменение формы и линейных размеров тела;
- 4) прогиб, угол поворота, удлинение.

3.3.10. Закон Гука при растяжении-сжатии выражается формулой

- 1) $\tau = E \cdot \gamma$;
- 2) $\tau = G \cdot \gamma$;
- 3) $\sigma = E \cdot \varepsilon$;
- 4) $\sigma = G \cdot \varepsilon$.

3.4. Механические характеристики материалов

3.4.1. «Шейкой» называется

- 1) горизонтальная линия на диаграмме растяжения;
- 2) местное сужение образца;
- 3) место перехода рабочей части образца в головку;
- 4) сечение, в котором происходит разрушение образца.

3.4.2. Пределом пропорциональности называется

- 1) напряжение, при котором материал образца «течет»;
- 2) напряжение, соответствующее максимальной нагрузке, которую выдерживает образец;

- 3) максимальное напряжение, до которого справедлив закон Гука;
- 4) напряжение в момент разрушения.

3.4.3. Пределом текучести называется

- 1) напряжение, соответствующее максимальной нагрузке, выдерживаемое образцом;
- 2) максимальное напряжение, до которого справедлив закон Гука;
- 3) напряжение, при котором деформация растет без увеличения нагрузки;
- 4) напряжение в момент разрушения.

3.4.4. Условным пределом прочности называется

- 1) напряжение, соответствующее максимальной нагрузке, которую выдерживает образец;
- 2) напряжение, при котором материал образца «течет»;
- 3) максимальное напряжение, до которого справедлив закон Гука;
- 4) напряжение в момент разрушения образца.

3.4.5. Истинным пределом прочности называется

- 1) напряжение, при котором материал «течет»;
- 2) напряжение, соответствующее максимальной нагрузке, выдерживаемой образцом;
- 3) максимальное напряжение, до которого справедлив закон Гука;
- 4) напряжение в момент разрушения.

3.4.6. Материал называется однородным, если

- 1) его характеристики не зависят от объема;
- 2) его характеристики подчиняются закону Гука;
- 3) его характеристики не зависят от направления;
- 4) он занимает весь объем тела без пустот.

3.4.7. Материал называется изотропным, если

- 1) его характеристики не зависят от объема;
- 2) его характеристики не зависят от направления;
- 3) его характеристики подчиняются закону Гука;
- 4) в нем нет примесей.

3.4.8. Материал называется анизотропным, если

- 1) его характеристики не зависят от направления;
- 2) его характеристики не зависят от объема;
- 3) в нем нет примесей;
- 4) его характеристики зависят от направления.

3.4.9. Материал называется непрерывным, если

- 1) он заполняет весь объем, занимаемый телом;
- 2) его характеристики не зависят от направления;
- 3) его характеристики не зависят от объема;

4) в нем нет примесей.

3.4.10. Предел пропорциональности характеризует

- 1) жесткость материала;
- 2) прочность материала;
- 3) хрупкость материала;
- 4) пластичность материала.

3.4.11. Предел текучести характеризует

- 1) прочность материала;
- 2) жесткость материала;
- 3) хрупкость материала;
- 4) пластичность материала.

3.4.12. Предел прочности характеризует

- 1) жесткость материала;
- 2) хрупкость материала;
- 3) прочность материала;
- 4) пластичность материала.

3.4.13. Характеристиками прочности материала являются

- 1) предел пропорциональности, предел текучести;
- 2) предел текучести, предел прочности;
- 3) предел прочности, напряжение при разрыве;
- 4) предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности.

3.4.14. Характеристиками пластичности материала являются

- 1) относительное сужение после разрыва образца;
- 2) относительное остаточное удлинение после разрыва образца;
- 3) относительное сужение и относительное остаточное удлинение после разрыва образца;
- 4) потенциальная энергия деформации.

3.4.15. Относительное удлинение образца после разрыва характеризует

- 1) прочность материала;
- 2) хрупкость материала;
- 3) жесткость материала;
- 4) пластичность материала.

3.4.16. Относительное сужение площади сечения образца после разрыва характеризует

- 1) пластичность материала;
- 2) прочность материала;
- 3) жесткость материала;
- 4) хрупкость материала;

3.4.17. Коэффициент пропорциональности между угловой упругой деформацией и касательным напряжением называется

- 1) коэффициент Пуассона;
- 2) модулем сдвига;
- 3) модулем упругости;
- 4) объемным модулем упругости.

3.4.18. Модулем упругости E характеризует

- 1) жесткость материала;
- 2) прочность материала;
- 3) пластичность материала;
- 4) хрупкость материала;

3.4.19. Модуль сдвига G характеризует

- 1) жесткость материала;
- 2) пластичность материала;
- 3) прочность материала;
- 4) хрупкость материала.

3.4.20. Способность материала восстанавливать форму и размеры после снятия нагрузки

- 1) однородность;
- 2) изотропность;
- 3) сплошность;
- 4) упругость.

3.4.21. Отношение поперечной деформации к продольной называется

- 1) коэффициент Пуассона;
- 2) модулем упругости;
- 3) модулем сдвига;
- 4) объемным модулем упругости.

3.4.22. Способность тела под действием сжимающей нагрузки сохранять первоначальную форму равновесия характеризует

- 1) устойчивость;
- 2) прочность;
- 3) жесткость;
- 4) выносливость.

3.4.23. Материал считается хрупким, если относительное удлинение после разрыва δ

- 1) $< 5\%$;
- 2) $\geq 5\%$;
- 3) $\geq 10\%$;
- 4) $< 10\%$.

3.4.24. Способность тела под действием нагрузки не разрушаться характеризует

- 1) жесткость;
- 2) устойчивость;
- 3) прочность;
- 4) выносливость.

3.4.25. Материал считается пластичным, если остаточное относительное удлинение после разрыва δ

- 1) $< 5\%$;
- 2) $\geq 5\%$;
- 3) $\geq 2\%$;
- 4) $< 2\%$.

3.4.26. Коэффициент пропорциональности между упругой продольной деформацией и нормальным напряжением называется

- 1) модулем упругости;
- 2) коэффициент Пуассона;
- 3) модулем сдвига;
- 4) объемным модулем упругости.

3.4.27. Пределом усталости (выносливости) называется

- 1) Амплитуда изменения напряжений которую выдерживает материал не разрушаясь в течении заданного числа циклов нагружений называемая базой испытаний;
- 2) Среднее напряжение цикла, которое выдерживает материал не разрушаясь в течении заданного числа циклов нагружений называемое базой испытаний;
- 3) Максимальная нагрузка, которую выдерживает материал не разрушаясь в течении заданного числа циклов нагружений называемая базой испытаний;
- 4) Максимальное напряжение цикла изменения напряжений, которое выдерживает материал не разрушаясь в течении заданного числа циклов нагружений называемое базой испытаний.

3.4.28. Усталость (выносливость) материала

- 1) Разрушение материала под действием предельной нагрузки;
- 2) Разрушение материала под действием переменных во времени нагрузок;
- 3) Разрушение материалов под действием переменных во времени напряжений;
- 4) Разрушение детали от усталости материала.

3.5. Виды нагружения

3.5.1. Изгибом с растяжением (сжатием) называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении возникают

- 1) изгибающий момент и поперечная сила;
- 2) изгибающий момент, поперечная продольная (нормальная) силы;
- 3) изгибающий и крутящий моменты;
- 4) изгибающий и крутящий моменты и продольная (нормальная).

3.5.2. Растяжением (сжатием) стержня называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении возникают

- 1) продольная (нормальная) сила;
- 2) крутящий момент;
- 3) изгибающий момент;
- 4) поперечная сила.

3.5.3. Кручением стержня называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении возникают

- 1) изгибающий момент;
- 2) крутящий момент;
- 3) продольная (нормальная) сила;
- 4) поперечная сила.

3.5.4. Чистым изгибом стержня называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении возникают

- 1) изгибающий момент;
- 2) продольная (нормальная) сила;
- 3) крутящий момент;
- 4) поперечная сила.

3.5.5. Срезом называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении возникает

- 1) изгибающий момент;
- 2) крутящий момент;
- 3) продольная (нормальная) сила;
- 4) поперечная сила.

3.5.6. Косым изгибом называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении возникают

- 1) поперечная сила и изгибающий момент;
- 2) два изгибающих момента;
- 3) изгибающий и крутящий момент;
- 4) поперечная сила и крутящий момент.

3.5.7. Поперечным изгибом называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении возникают

- 1) поперечная сила и изгибающий момент;
- 2) изгибающий и крутящий моменты;
- 3) два изгибающих момента;
- 4) поперечная сила и крутящий момент.

3.5.8. Изгибом с кручением называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении возникают

- 1) поперечная сила и изгибающий момент;
- 2) изгибающий и крутящий момент;
- 3) два изгибающих момента;
- 4) поперечная сила и крутящий момент.

3.6. Геометрические характеристики сечений

3.6.1. Полярный момент инерции сечения $I_p =$

- 1) $\int_A y^2 dA$; 2) $\int_A x^2 dA$; 3) $\int_A \rho^2 dA$; 4) $\int_A xy^2 dA$.

3.6.2. Главными осями сечения называются оси, относительно которых

- 1) $S_x = 0$; $S_y = 0$;
- 2) $J_{xy} = 0$;
- 3) $S_x = 0$; $S_y = 0$; $J_{xy} = 0$;
- 4) $S_x \neq 0$; $S_y \neq 0$.

3.6.3. Центральными осями сечения называются оси, относительно которых

- 1) $S_x = 0$; $S_y = 0$;
- 2) $J_{xy} = 0$;
- 3) $S_x = 0$; $S_y = 0$; $J_{xy} = 0$;
- 4) $S_x \neq 0$; $S_y \neq 0$.

3.6.4. Главными центральными осями сечения называются оси, относительно которых

- 1) $S_x = 0$; $S_y = 0$;
- 2) $S_x = 0$; $S_y = 0$; $J_{xy} = 0$;
- 3) $J_{xy} = 0$;
- 4) $S_x \neq 0$; $S_y \neq 0$.

3.6.5. Площадь сечения A используется в расчетах на прочность и жесткость при

- 1) растяжении (сжатии);

- 2) изгиб;
- 3) кручение;
- 4) изгиб с кручением.

3.6.6. Осевой момент сопротивления сечения W_x используется в расчетах на прочность при

- 1) растяжении (сжатии);
- 2) изгибе;
- 3) кручении;
- 4) сдвиге.

3.6.7. Полярный момент сопротивления сечения W_p используется в расчетах на прочность при

- 1) кручении;
- 2) изгибе;
- 3) растяжении (сжатии);
- 4) сдвиге.

3.6.8. Статический момент площади сечения $S_x =$

- 1) $\int_A xy dA$; 2) $\int_A y^2 dA$; 3) $\int_A x^2 dA$; 4) $\int_A y dA$.

3.6.9. Осевой момент инерции сечения $I_x =$

- 1) $\int_A y^2 dA$; 2) $\int_A y dA$; 3) $\int_A x^2 dA$; 4) $\int_A xy dA$.

3.6.10. Центробежный момент инерции сечения $I_{xy} =$

- 1) $\int_A \rho^2 dA$; 2) $\int_A x^2 dA$; 3) $\int_A xy dA$; 4) $\int_A y^2 dA$.

3.7. Расчет на прочность

3.7.1. Рекомендуемые значения коэффициента запаса прочности для стержня из хрупкого материала

- 1) 3.0 / 5.0 ;
- 2) 1.5 / 2.0;
- 3) 1.5 / 2.5 ;
- 4) 3.0 / 4.0.

3.7.2. Рекомендуемые значения коэффициента запаса прочности для стержня из пластичного материала

- 1) 3.0 / 5.0 ;
- 2) 1.5 / 2.5;

3) 1.5 / 2.0;

4) 2.5 / 3.5.

3.7.3. В качестве предельного напряжения для пластичного материала принимается

- 1) предел упругости;
- 2) предел пропорциональности;
- 3) предел текучести;
- 4) условный предел прочности.

3.7.4. В качестве предельного напряжения для хрупкого материала принимается

- 1) предел текучести;
- 2) предел пропорциональности;
- 3) предел упругости;
- 4) условный предел прочности.

Растяжение-сжатие

3.7.5. При растяжении-сжатии наименьший вес имеет стержень следующей формы сечения

- 1) квадратное;
- 2) кольцевое;
- 3) круглое;
- 4) любое.

3.7.6. При растяжении-сжатии напряжения определяются по формуле

$$1) \sigma = \frac{N}{A};$$

$$2) \sigma = \frac{M_x}{I_x} y;$$

$$3) \tau = \frac{Q}{A};$$

$$4) \tau = \frac{T}{I_\rho} \rho.$$

3.7.7. При растяжении-сжатии условие прочности имеет вид

- 1) $\tau_{\max} \leq [\tau];$
- 2) $\sigma_{\max} \leq [\sigma];$
- 3) $\tau_{\max} \leq [\tau]$ и $\sigma_{\max} \leq [\sigma];$
- 4) $\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma].$

3.7.8. В опасном сечении растянутого стального стержня E
 $= 2 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_T = 240$ МПа; $\sigma_B = 450$ МПа) действует нормальная сила $N =$

100 кН. Определить площадь сечения стержня A , обеспечивающую запас его прочности $n = 1,5$.

- 1) $A_x = 6,25 \text{ см}^2$;
- 2) $A = 5 \text{ см}^2$;
- 3) $A = 5,6 \text{ см}^2$;
- 4) $A = 7 \text{ см}^2$.

3.7.9. Стальной стержень ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_T = 240$ МПа; $\sigma_s = 450$ МПа) круглого сечения диаметром $d = 20$ мм и длиной $L = 1$ м удлинился на $\Delta L = 1$ мм под действием растягивающей силы F . Чему равна эта сила?

- 1) 60 кН;
- 2) 20 кН;
- 3) 62,8 кН;
- 4) 70 кН.

Кручение

3.7.10. При кручении наименьший вес имеет стержень следующей формы сечения

- 1) круглое;
- 2) кольцевое;
- 3) квадратное;
- 4) любое;

3.7.11. При кручении напряжения определяются по формуле

- 1) $\tau = \frac{Q}{A}$;
- 2) $\sigma = \frac{M_x}{I_x} y$;
- 3) $\sigma = \frac{N}{A}$;
- 4) $\tau = \frac{T}{I_\rho} \rho$.

3.7.12. При кручении условие прочности имеет вид

- 1) $\tau_{\max} \leq [\tau]$;
- 2) $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$;
- 3) $\tau_{\max} \leq [\tau]$ и $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$;
- 4) $\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma]$.

3.7.13. Стальной стержень ($\tau_{adm} = 60$ МПа, $G = 8 \cdot 10^4$ МПа) круглого сечения диаметром $d = 50$ мм скручивается моментом T . Определить допускаемое значение момента

- 1) 1,25 кНм;
- 2) 1,5 кНм;
- 3) 1,75 кНм;
- 4) 2,0 кНм.

3.7.14. Стержень кольцевого сечения с внешним диаметром $D = 100$ мм и внутренним $d = 80$ мм длиной $L = 1$ м скручивается моментами $M = 10$ кНм. Материал стержня – сталь ($[\tau] = 70$ МПа, $G = 8 \cdot 10^4$ МПа). Определить взаимный угол поворота торцевых сечений стержня.

- 1) 0,021 рад;
- 2) 0,023 рад;
- 3) 0,018 рад;
- 4) 0,30 рад.

Срез

3.7.15. При срезе наименьший вес имеет стержень следующей формы сечения

- 1) квадратное;
- 2) круглое;
- 3) кольцевое;
- 4) любое.

3.7.16. При срезе напряжения определяются по формуле

- 1) $\sigma = \frac{N}{A}$;
- 2) $\sigma = \frac{M_x}{I_x} y$;
- 3) $\tau = \frac{Q}{A}$;
- 4) $\tau = \frac{T}{I_\rho} \rho$.

3.7.17. При срезе условие прочности имеет вид

- 1) $\sigma_{экс} \leq [\sigma]$;
- 2) $\tau_{max} \leq [\tau]$;
- 3) $\sigma_{max} \leq [\sigma]$;
- 4) $\sigma_{max} \leq [\sigma]$ и $\tau_{max} \leq [\tau]$.

Чистый изгиб

3.7.18. При чистом изгибе напряжения определяются по формуле

$$1) \sigma = \frac{N}{A};$$

$$2) \tau = \frac{Q}{A};$$

$$3) \sigma = \frac{M_x}{I_x} y;$$

$$4) \tau = \frac{T}{I_\rho} \rho$$

3.7.19. При чистом изгибе наименьший вес имеет стержень следующей формы сечения

- 1) квадратное;
- 2) круглое;
- 3) прямоугольное;
- 4) любое.

3.7.20. При чистом изгибе условие прочности имеет вид

- 1) $\sigma_{\max} \leq [\sigma];$
- 2) $\tau_{\max} \leq [\tau];$
- 3) $\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma];$
- 4) $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ и $\tau_{\max} \leq [\tau].$

3.7.21. Определить диаметр d балки круглого сечения, обеспечивающий запас прочности $n = 2$, если изгибающий момент в опасном сечении $M_x = 10$ кНм. Материал балки – сталь ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_T = 240$ МПа; $\sigma_s = 450$ МПа).

- 1) 98 мм;
- 2) 94 мм;
- 3) 92 мм;
- 4) 96 мм.

Поперечный изгиб

3.7.22. При поперечном изгибе напряжения определяются так

$$1) \sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x;$$

$$2) \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y;$$

$$3) \quad \sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y; \quad \tau = \frac{Q_y}{I_x} \frac{S_x^*}{t};$$

$$4) \quad \sigma = \frac{M_x}{I_x} y; \quad \tau = \frac{T}{I_p} \rho.$$

3.7.23. В опасном сечении стальной балки ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_T = 240$ МПа; $\sigma_s = 450$ МПа) действует изгибающий момент $M_x = 20$ кНм и поперечная сила $Q_y = 20$ кН. Сечение балки – прямоугольник со сторонами $b = 4$ см, $h = 8$ см. Определить действительный запас прочности балки.

- 1) 1,57;
- 2) 1,54;
- 3) 1,61;
- 4) 1,49.

Косой изгиб

3.7.24. При косом изгибе напряжения определяются по формуле

$$1) \quad \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y;$$

$$2) \quad \sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y; \quad \tau = \frac{Q_y}{I_x} \frac{S_x^*}{t};$$

$$3) \quad \sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x;$$

$$4) \quad \sigma = \frac{M_x}{I_x} y; \quad \tau = \frac{T}{I_p} \rho.$$

3.7.25. При косом изгибе условие прочности имеет вид

- 1) $\sigma_{\max} \leq [\sigma];$
- 2) $\tau_{\max} \leq [\tau];$
- 3) $\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma];$
- 4) $\frac{N}{A} \leq [\sigma].$

Изгиб с растяжением-сжатием

3.7.26. При изгибе с растяжением-сжатием напряжения определяются по формуле

$$1) \quad \sigma = \frac{M_x}{I_x} y; \quad \tau = \frac{Q_y}{I_x} \frac{S_x^*}{t};$$

$$2) \sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x;$$

$$3) \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y;$$

$$4) \sigma = \frac{M_x}{I_x} y; \quad \tau = \frac{T}{I_\rho} \rho.$$

3.7.27. При изгибе с растяжением-сжатием условие прочности имеет вид

$$1) \tau_{\max} \leq [\tau];$$

$$2) \sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma];$$

$$3) \sigma_{\max} \leq [\sigma];$$

$$4) \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

Изгиб с кручением

3.7.28. При изгибе с кручением напряжения определяются так

$$1) \sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x;$$

$$2) \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y;$$

$$3) \sigma = \frac{M_x}{I_x} y; \quad \tau = \frac{Q_y}{I_x} \frac{S_x^*}{t};$$

$$4) \sigma = \frac{M_x}{I_x} y; \quad \tau = \frac{T}{I_\rho} \rho.$$

3.7.29. При изгибе с кручением условие прочности имеет вид

$$1) \sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma];$$

$$2) \sigma_{\max} \leq [\sigma];$$

$$3) \tau_{\max} \leq [\tau];$$

$$4) \frac{M_x}{W_x} + \frac{T}{W_\rho} \leq [\sigma]$$

3.8. Напряженное состояние

3.8.1. При срезе возникает напряженное состояние

- 1) линейное во всех точках сечения;

- 2) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 3) плоское во всех точках сечения;
- 4) линейное или плоское в зависимости от формы сечения.

3.8.2. Критерием равноопасности напряженных состояний по II гипотезе прочности является

- 1) наибольшее относительное удлинение;
- 2) наибольшее касательное напряжение;
- 3) наибольшее нормальное напряжение;
- 4) удельная потенциальная энергия формоизменения.

3.8.3. При растяжении-сжатии возникает напряженное состояние

- 1) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 2) линейное во всех точках сечения;
- 3) плоское во всех точках сечения;
- 4) линейное или плоское в зависимости от формы сечения.

3.8.4. При чистом изгибе возникает напряженное состояние

- 1) плоское;
- 2) линейное;
- 3) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 4) линейное или плоское в зависимости от формы сечения.

3.8.5. Критерием равноопасности напряженных состояний по III гипотезе прочности является

- 1) наибольшее относительное удлинение;
- 2) наибольшее нормальное напряжение;
- 3) наибольшее касательное напряжение;
- 4) удельная потенциальная энергия формоизменения.

3.8.6. При косом изгибе возникает напряженное состояние

- 1) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 2) плоское;
- 3) линейное;
- 4) линейное или плоское в зависимости от формы сечения.

3.8.7. При поперечном изгибе возникает напряженное состояние

- 1) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 2) плоское, во всех точках сечения;
- 3) линейное во всех точках сечения;
- 4) линейное или плоское в зависимости от формы сечения.

3.8.8. При изгибе с кручением стржня прямоугольного сечения возникает напряженное состояние

- 1) линейное во всех точках сечения;
- 2) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 3) плоское во всех точках сечения;

4) объемное.

3.8.9. При изгибе с растяжением-сжатием возникает напряженное состояние

- 1) линейное во всех точках сечения;
- 2) плоское во всех точках сечения;
- 3) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 4) линейное или плоское в зависимости от формы сечения.

3.8.10. При изгибе с кручением стержня круглого поперечного сечения возникает напряженное состояние

- 1) линейное;
- 2) плоское;
- 3) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 4) объемное.

3.8.11. При кручении стержня возникает напряженное состояние

- 1) линейное или плоское в зависимости от положения точки;
- 2) плоское;
- 3) линейное;
- 4) объемное.

3.8.12. Критерием равноопасности напряженных состояний по I гипотезе прочности является

- 1) наибольшее касательное напряжение;
- 2) наибольшее относительное удлинение;
- 3) наибольшее нормальное напряжение;
- 4) удельная потенциальная энергия формоизменения.

3.8.13. Критерием равноопасности напряженных состояний по IV гипотезе прочности является

- 1) наибольшее касательное напряжение;
- 2) наибольшее относительное удлинение;
- 3) наибольшее нормальное напряжение;
- 4) удельная потенциальная энергия формоизменения.

3.8.14. Главными называются площадки, по которым действуют напряжения

- 1) касательные;
- 2) нормальные;
- 3) нормальные и касательные;
- 4) эквивалентные.

3.8.15. Равноопасными называются напряженные состояния, у которых

- 1) равны наибольшие нормальные напряжения;
- 2) равны наибольшие касательные напряжения;
- 3) равны наибольшие касательные и нормальные напряжения;

4) коэффициенты запаса прочности равны.

3.8.16. Сколько в общем случае нагружения главных площадок?

- 1) бесконечное множество;
- 2) три;
- 3) шесть;
- 4) одна составляющая нормаль, которая составляет 45° с осью стержня.

3.8.17. Напряженное состояние:

- 1) это совокупность полных напряжений, действующих по всем площадкам которые могут быть проведены через точку;
- 2) совокупность нагрузок, действующих по всем площадкам которые могут быть проведены через точку;
- 3) это совокупность нормальных напряжений, действующих по всем площадкам которые могут быть проведены через точку;
- 4) это совокупность касательных напряжений, действующих по всем площадкам которые могут быть проведены через точку.

3.8.18. Эквивалентным напряжением называется:

- 1) наибольшее нормальное напряжение заданного напряженного состояния;
- 2) наибольшее касательное напряжение заданного напряженного состояния;
- 3) отличное от нуля главное напряжение линейного напряженного состояния равноопасного заданному напряженному состоянию;
- 4) наибольшее полное напряжение, действующее в точке.

3.9. Ответы к вопросам и задачам тестов для самостоятельной работы

№ вопроса	Правильный ответ
3.1.1.	$dM/dZ = Q$; $dQ/dZ = q$;
3.1.2.	6
3.1.3.	внутренние нагрузки, возникающие внутри тела под действием внешних нагрузок
3.1.4.	Задание 1 : рис. 1; Задание 2: рис. 2; Задание 3: рис. 2
3.2.1.	Силами инерции можно пренебречь
3.2.2.	Силами инерции пренебречь нельзя
3.2.3.	Они приложены по поверхности тела
3.2.4.	Они приложены к каждой точке объема тела
3.2.5.	Она приложена по части поверхности малой по сравнению со всей поверхностью тела или по части объема малой по сравнению со всем объемом тела
3.2.6.	Она приложена по части поверхности не малой по сравнению со всей поверхностью тела или по части объема не малой по сравнению со всем объемом тела
3.2.7.	Нормальные
3.2.8.	Касательные
3.2.9.	Нормальные
3.2.10.	Касательные
3.2.11.	Касательные и нормальные
3.2.12.	Нормальные и касательные
3.2.13.	Нормальные и касательные
3.2.14.	Нормальные и касательные
3.2.15.	Нормальных
3.2.16.	Касательных
3.2.17.	Внутренних нагрузок
3.3.1.	Размеров и формы тела
3.3.2.	Изменение линейных размеров тела
3.3.3.	Изменение формы тела
3.3.4.	Жесткость стержня
3.3.5.	Жесткость стержня
3.3.6.	Жесткость стержня
3.3.7.	Жесткость стержня
3.3.8.	$\tau = G \cdot \gamma$
3.3.9.	Изменение формы и линейных размеров тела
3.3.10.	$\sigma = E \cdot \varepsilon$
3.4.1.	Местное сужение образца
3.4.2.	Максимальное напряжение, до которого справедлив закон Гука
3.4.3.	Напряжение, при котором деформация растет без увеличения нагрузки
3.4.4.	Напряжение, соответствующее максимальной нагрузке, которую выдерживает образец
3.4.5.	Напряжение в момент разрушения
3.4.6.	Его характеристики не зависят от объема
3.4.7.	Его характеристики не зависят от направления

- 3.4.8. Его характеристики зависят от направления
- 3.4.9. Он заполняет весь объем, занимаемый телом
- 3.4.10. Прочность материала
- 3.4.11. Прочность материала
- 3.4.12. Прочность материала
- 3.4.13. Предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности
- 3.4.14. Относительное сужение и относительное остаточное удлинение после разрыва образца
- 3.4.15. Пластичность материала
- 3.4.16. Пластичность материала
- 3.4.17. Модулем сдвига
- 3.4.18. Жесткость материала
- 3.4.19. Жесткость материала
- 3.4.20. Упругость
- 3.4.21. Коэффициентом Пуассона
- 3.4.22. Устойчивость
- 3.4.23. $< 5\%$
- 3.4.24. Прочность
- 3.4.25. $\geq 5\%$
- 3.4.26. Модулем упругости
- 3.4.27. Максимальное напряжение цикла изменения напряжений, которое выдерживает материал не разрушаясь в течении заданного числа циклов нагружений называемое базой испытаний.
- 3.4.28. Разрушение материалов под действием переменных во времени напряжений
- 3.5.1. Изгибающий момент, поперечная и продольная (нормальная) сила
- 3.5.2. Продольная (нормальная) сила
- 3.5.3. Крутящий момент
- 3.5.4. Изгибающий момент
- 3.5.5. Поперечная сила
- 3.5.6. Два изгибающих момента
- 3.5.7. Поперечная сила и изгибающий момент
- 3.5.8. Изгибающий и крутящий момент
- 3.6.1. $\int_A \rho^2 dA$
- 3.6.2. $J_{xy} = 0$
- 3.6.3. $S_x = 0 ; S_y = 0$
- 3.6.4. $S_x = 0 ; S_y = 0 ; J_{xy} = 0$
- 3.6.5. Растяжение (сжатие)
- 3.6.6. Изгибе
- 3.6.7. Кручении
- 3.6.8. $\int_A y dA$
- 3.6.9. $\int_A y^2 dA$

3.6.10.

$$\int_A xy dA$$

3.7.1. 3.0 / 4.0

3.7.2. 1.5 / 2.0

3.7.3. Предел текучести

3.7.4. Условный предел прочности

3.7.5. Любое

$$3.7.6. \sigma = \frac{N}{A}$$

$$3.7.7. \sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

$$3.7.8. A_x = 6,25 \text{ см}^2$$

3.7.9. 62,8 кН

3.7.10. Кольцевое

$$3.7.11. \tau = \frac{T}{I_\rho} \rho$$

$$3.7.12. \tau_{\max} \leq [\tau]$$

3.7.13. 1,5 кНм

3.7.14. 0,021 рад

3.7.15. Любое

$$3.7.16. \tau = \frac{Q}{A}$$

$$3.7.17. \tau_{\max} \leq [\tau]$$

$$3.7.18. \sigma = \frac{M_x}{I_x} y$$

3.7.19. Прямоугольное

$$3.7.20. \sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

3.7.21. 94 мм

$$3.7.22. \sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y; \tau = \frac{Q_y}{I_x} \frac{S_x^*}{t}$$

3.7.23. 1,54

$$3.7.24. \sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x$$

$$3.7.25. \sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

$$3.7.26. \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y$$

$$3.7.27. \sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

$$3.7.28. \sigma = \frac{M_x}{I_x} y; \tau = \frac{T}{I_\rho} \rho$$

- 3.7.29. $\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma]$
- 3.8.1. Плоское во всех точках сечения
 - 3.8.2. Наибольшее относительное удлинение
 - 3.8.3. Линейное во всех точках сечения
 - 3.8.4. Линейное
 - 3.8.5. Наибольшее касательное напряжение
 - 3.8.6. Линейное
 - 3.8.7. Линейное или плоское в зависимости от положения точки
 - 3.8.8. Линейное или плоское в зависимости от положения точки
 - 3.8.9. Линейное во всех точках сечения
 - 3.8.10. Плоское
 - 3.8.11. Плоское
 - 3.8.12. Наибольшее нормальное напряжение
 - 3.8.13. Удельная потенциальная энергия формоизменения
 - 3.8.14. Нормальные
 - 3.8.15. Коэффициенты запаса прочности равны
 - 3.8.16. Три
 - 3.8.17. это совокупность полных напряжений, действующих по всем площадкам которые могут быть проведены через точку
 - 3.8.18. Отличное от нуля главное напряжение линейного напряженного состояния равноопасного заданному напряженному состоянию

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В программе подготовки инженера любой специальности обязательно есть курсы, связанные с проектированием и расчетом размеров элементов тех или иных конструкций, например, детали машин, строительные конструкции, мосты и т.д. Для этих дисциплин сопротивление материалов – один из важнейших предметов, положенный в основу решения многих специальных вопросов.

Любой инженер, если даже он не связан в своей практической деятельности с расчетом на прочность каких-либо деталей машин или элементов конструкций, все же работает с множеством механизмов, приспособлений, приборов, занимается их монтажом, эксплуатацией, иногда реконструкцией. Инженерная работа связана с созданием новой техники, уникальных сооружений, совершенствованием технологии и организации труда, принятием оперативных решений.

Сопротивление материалов - это одна из тех наук, которая учит будущего инженера не только методам расчета, но и умению чувствовать состояние конструкции, предвидеть и предупреждать обстоятельства, нарушающие ее нормальную эксплуатацию.

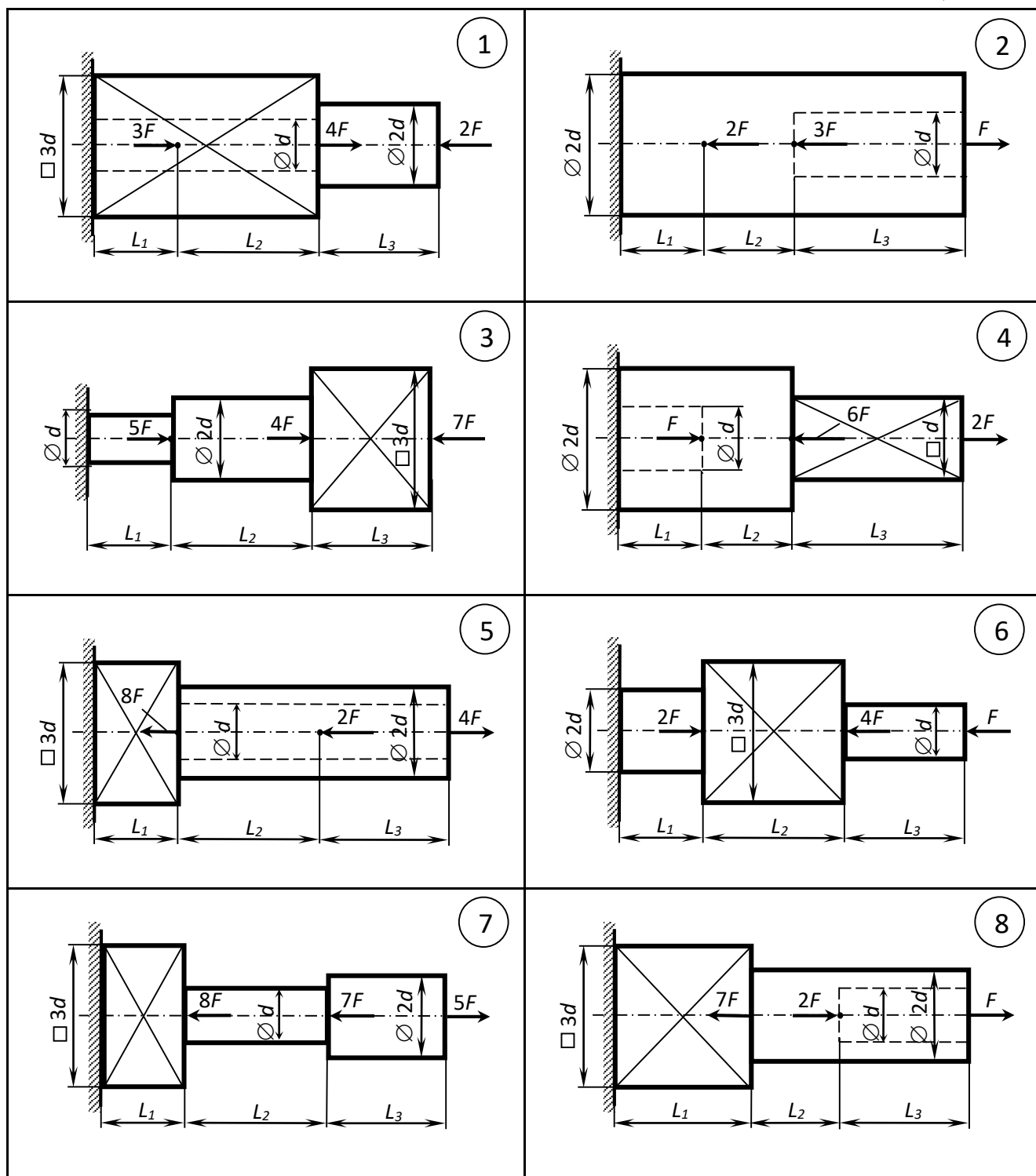
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Александров, А.В.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / А.В.Александров, В.Д. Потапов, Б.П.Державин: Изд. 5-е, стер. – М.: Высшая школа, 2007. 560 с.
2. **Ахметзянов, М.Х.** Сопротивление материалов: учебник / М.Х. Ахметзянов, И.Б. Лазарев: 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2012. 300 с.
3. **Беляев, Н.М.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / Н.М. Беляев: Изд. 15-е, перераб. Репринт. изд. – М.: Альянс, 2014. 608 с.
4. **Дарков, А.В.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро: Изд. 5-е, перераб. и доп.: Репринт. изд. – М.: Альянс, 2014. 624 с.
5. **Кривошапко, С.Н.** Сопротивление материалов: лекции, семинары, расчетно-граф. работы: учебник для бакалавров / С.Н. Кривошапко. Рос. ун-т дружбы народов / Рос. ун-т дружбы народов – М.: Юрайт, 2012. 413 с.
6. **Мкртычев, О.В.** Сопротивление материалов. Обучающий программный комплекс на CD-ROM [Электронный ресурс] – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, [2005]. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
7. **Справочник по сопротивлению материалов** / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев . – 2-е изд., перераб. и доп . – Киев : Наукова думка, 1988 . 736 с.

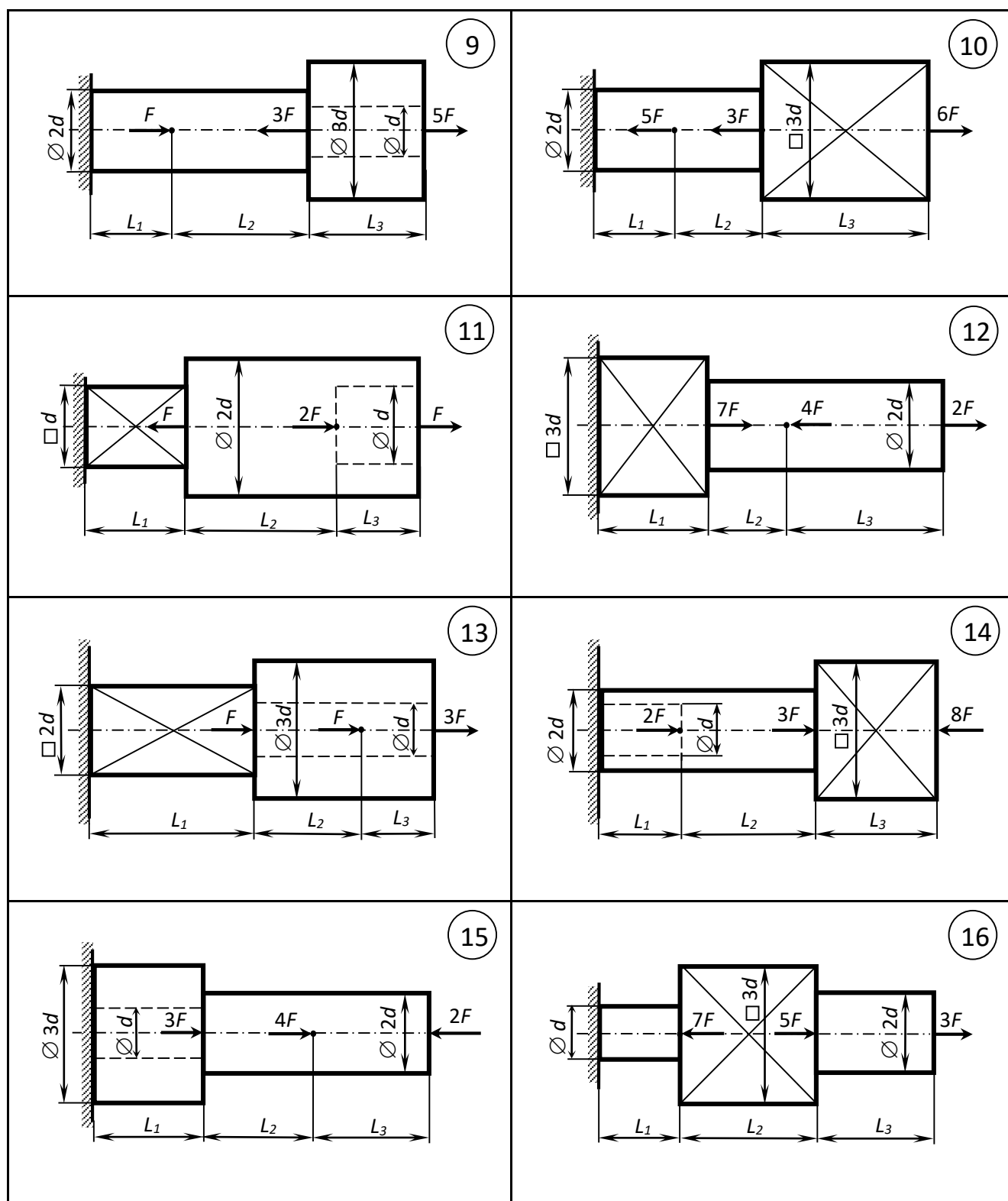
ПРИЛОЖЕНИЕ I

РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ К ЗАДАЧАМ

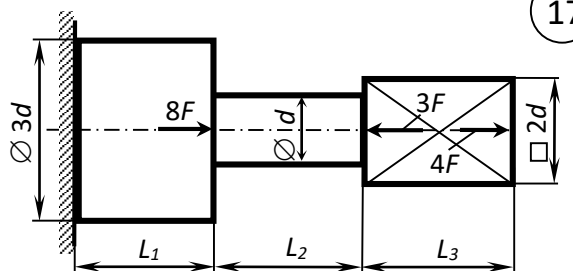
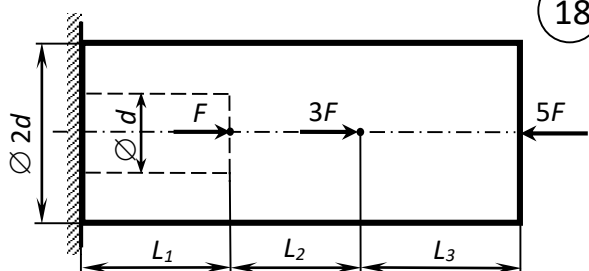
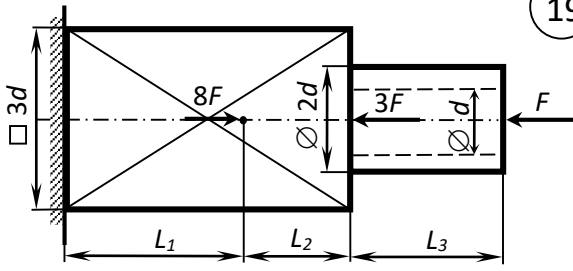
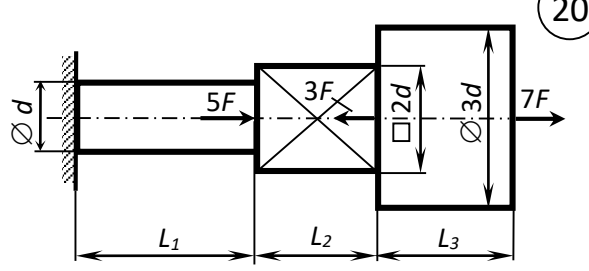
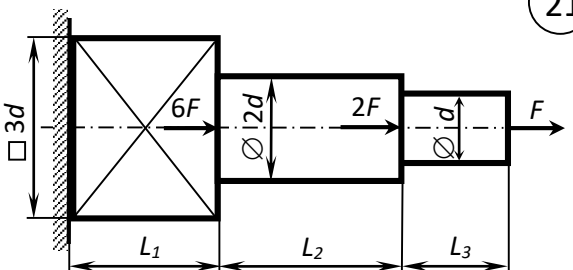
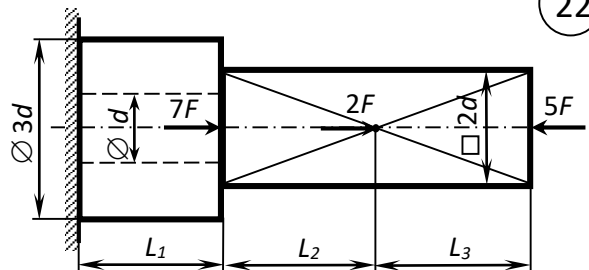
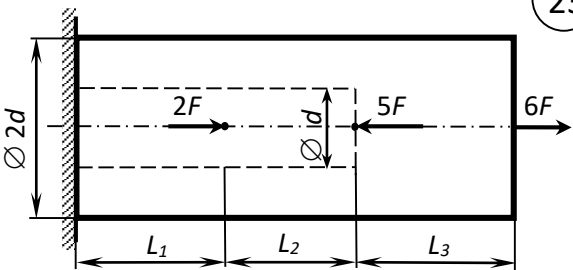
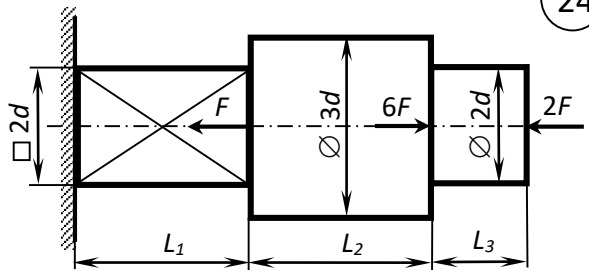
Таблица 1



Продолжение таблицы 1



Продолжение таблицы 1

 17	 18
 19	 20
 21	 22
 23	 24

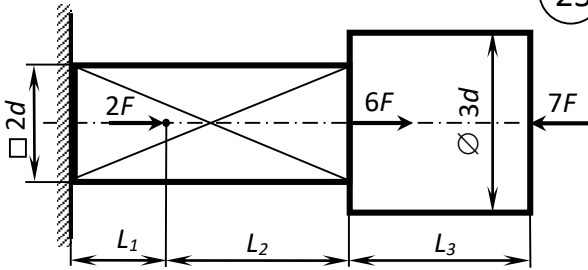
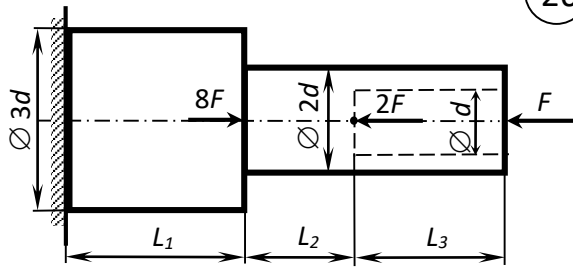
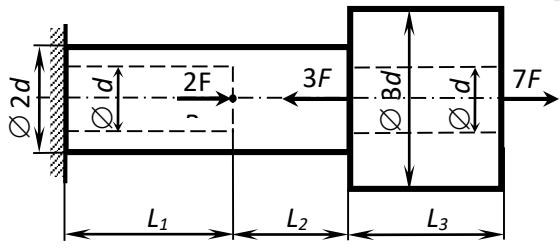
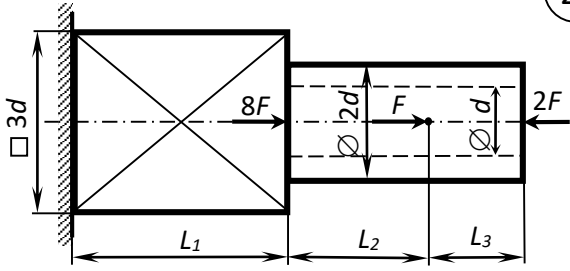
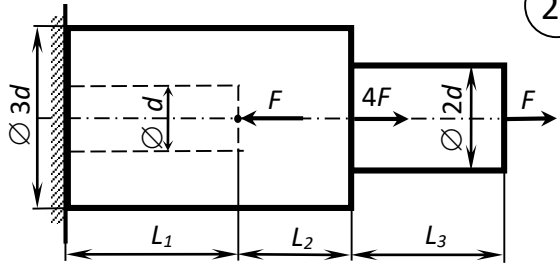
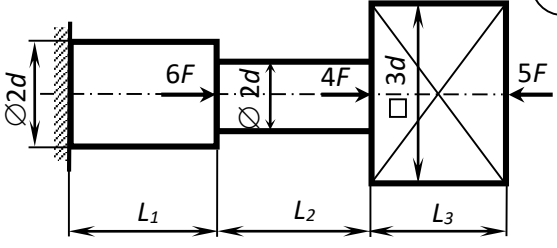
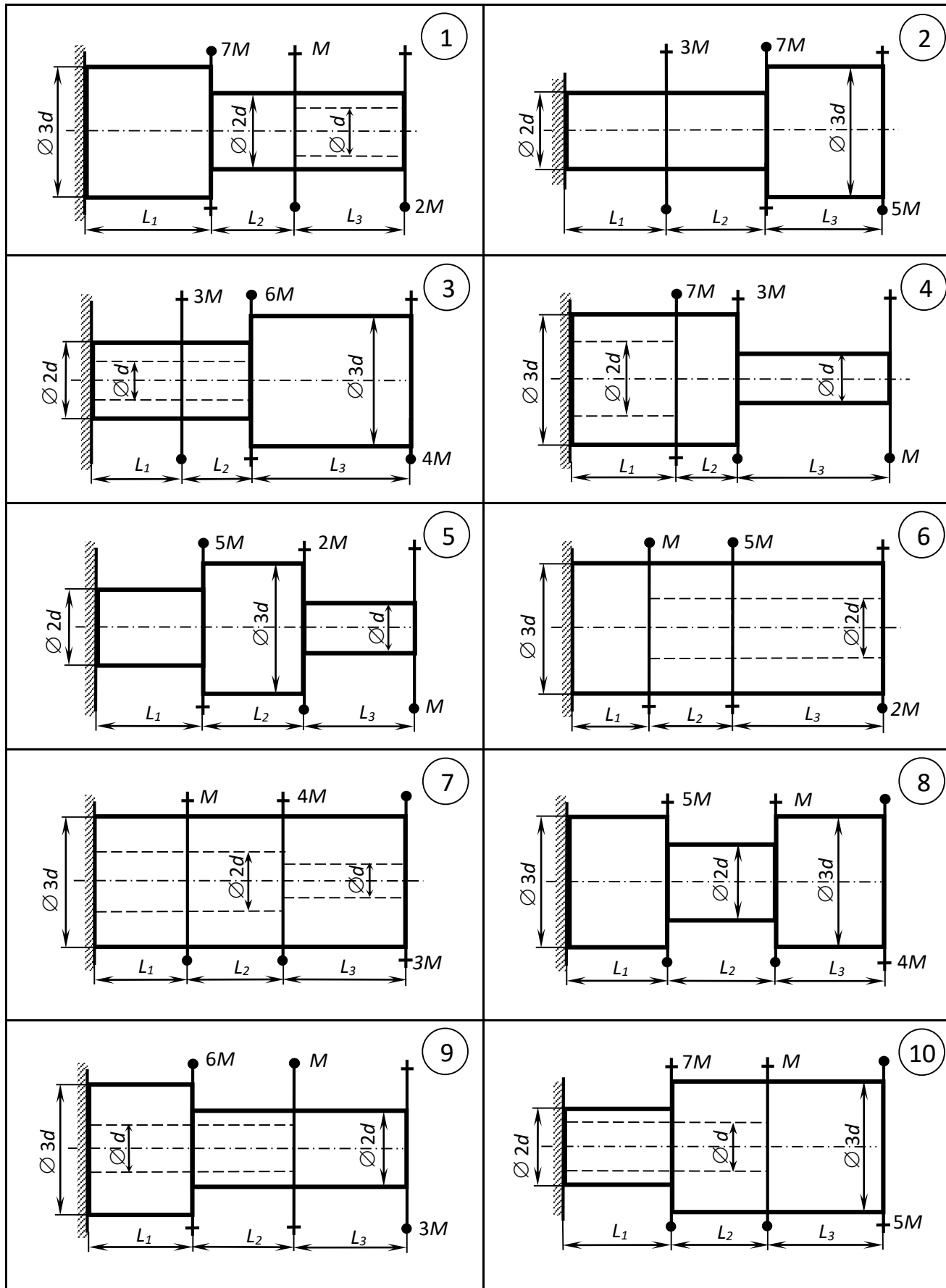
25 	26 
27 	28 
29 	30 

Таблица 2



Продолжение таблицы 2

11	12
13	14
15	16
17	18
19	20

Продолжение таблицы 2

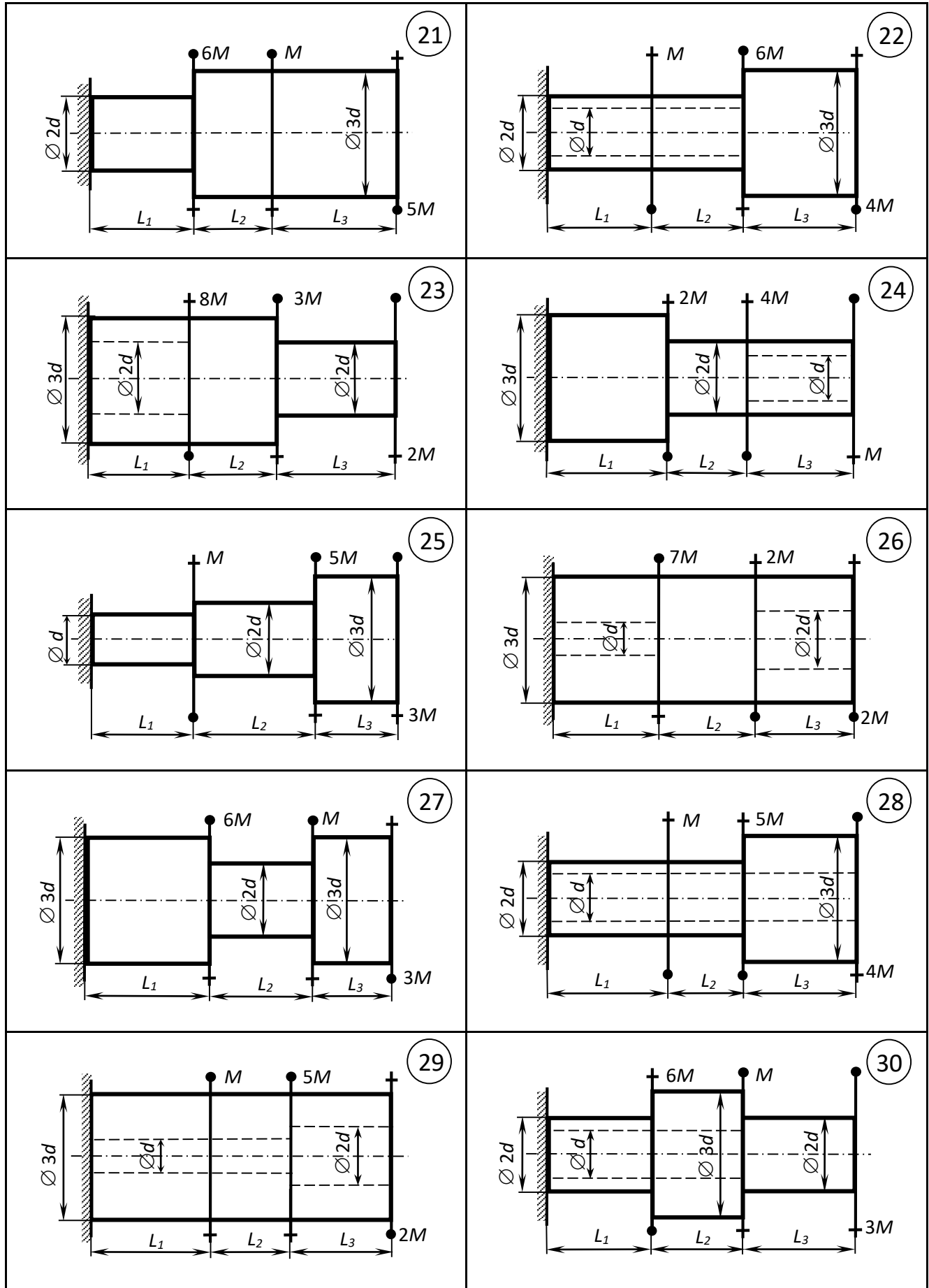
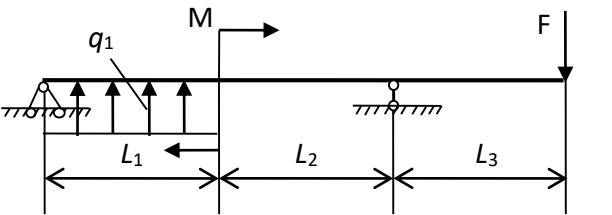
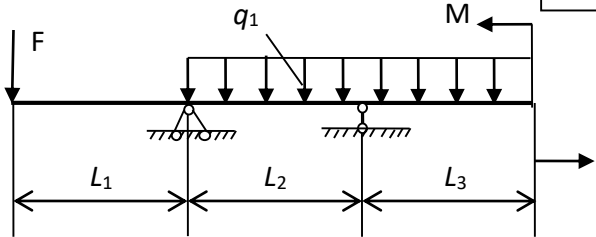
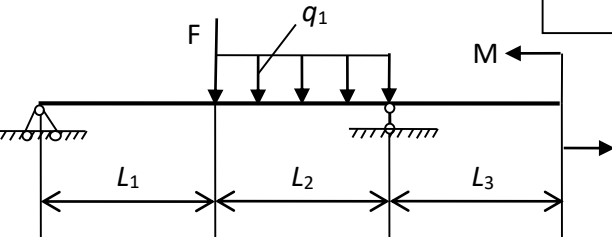
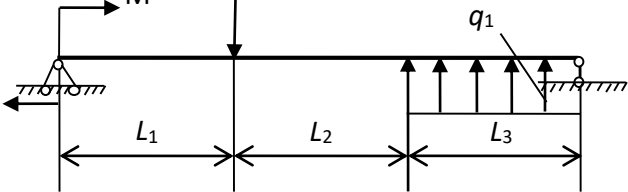
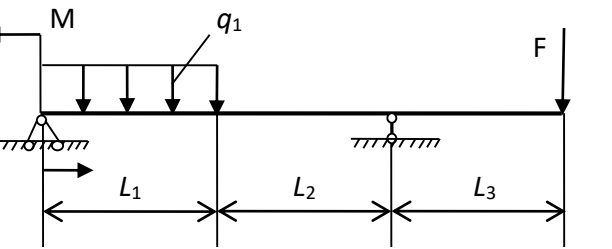
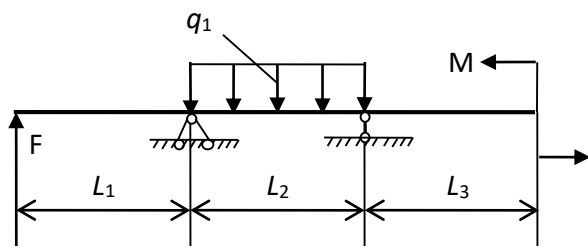
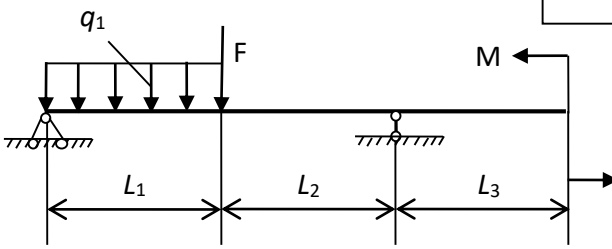
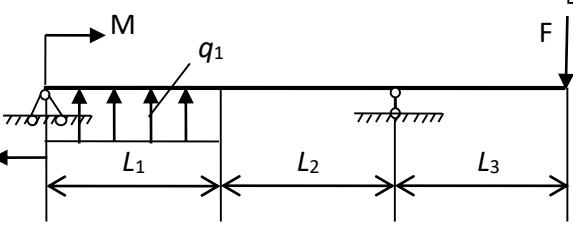
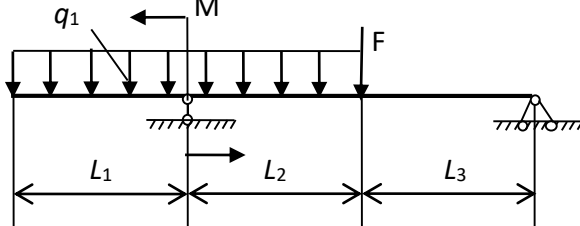
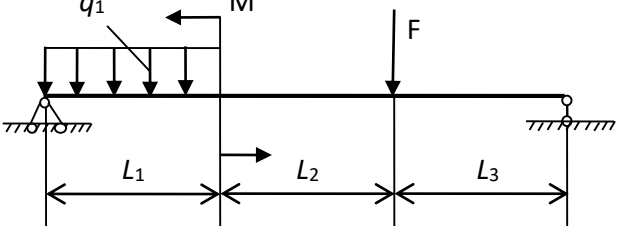


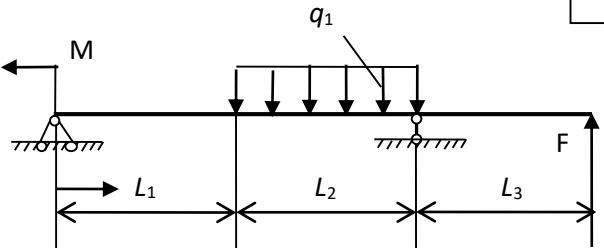
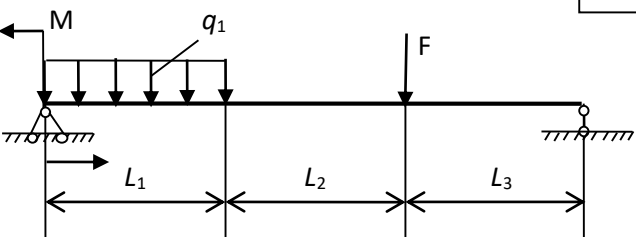
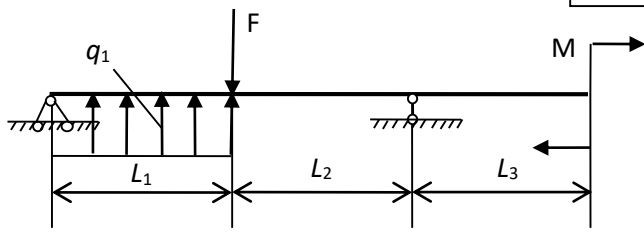
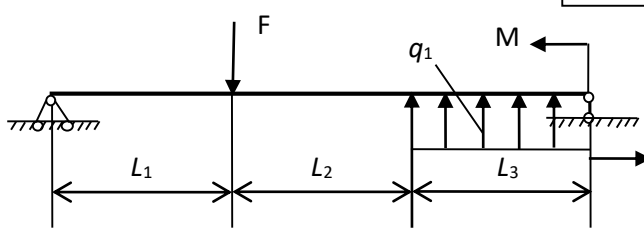
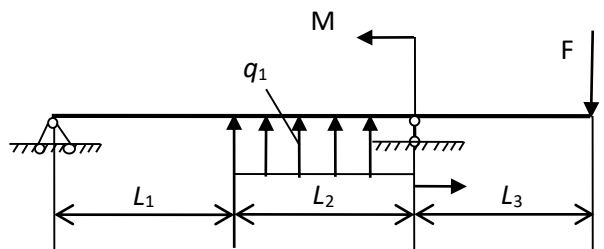
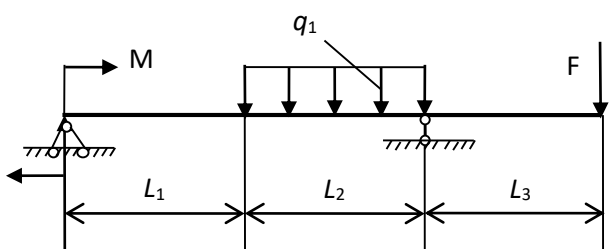
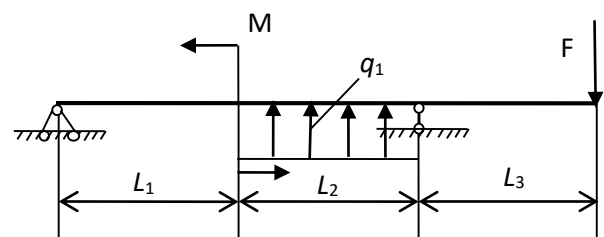
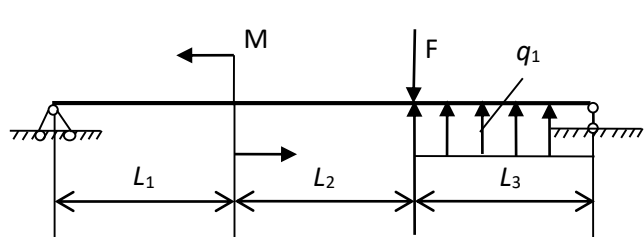
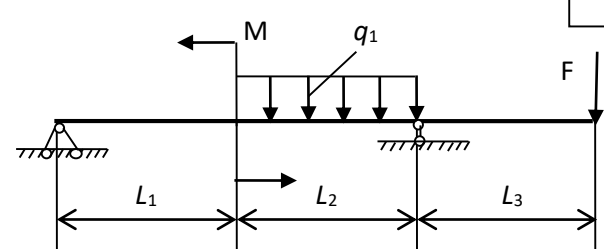
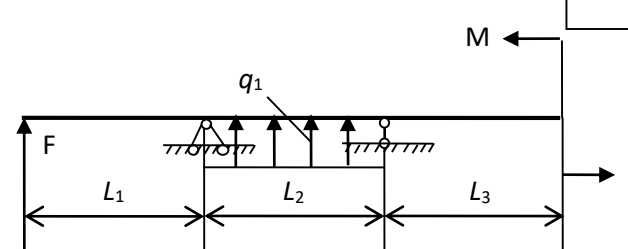
Таблица 3

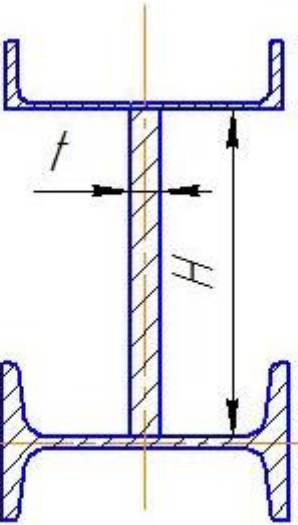
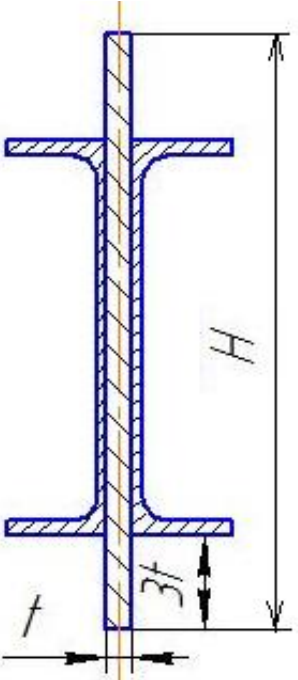
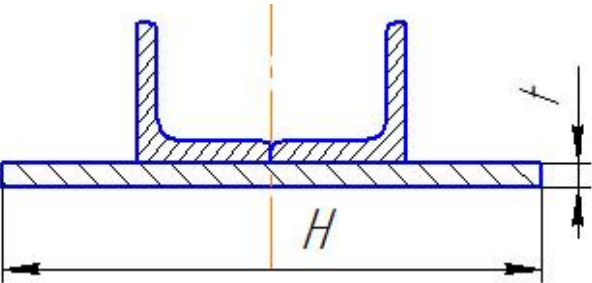
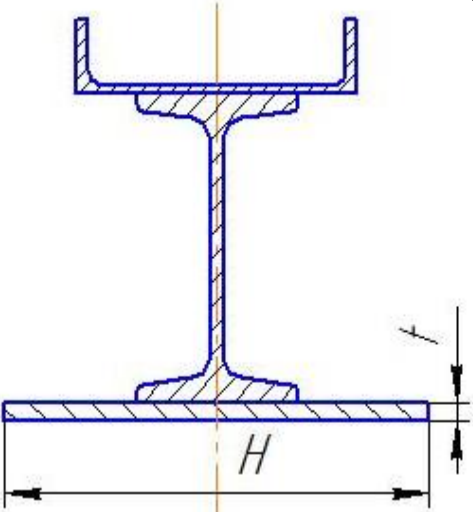
1	2
3	4
5	6
7	8
9	10

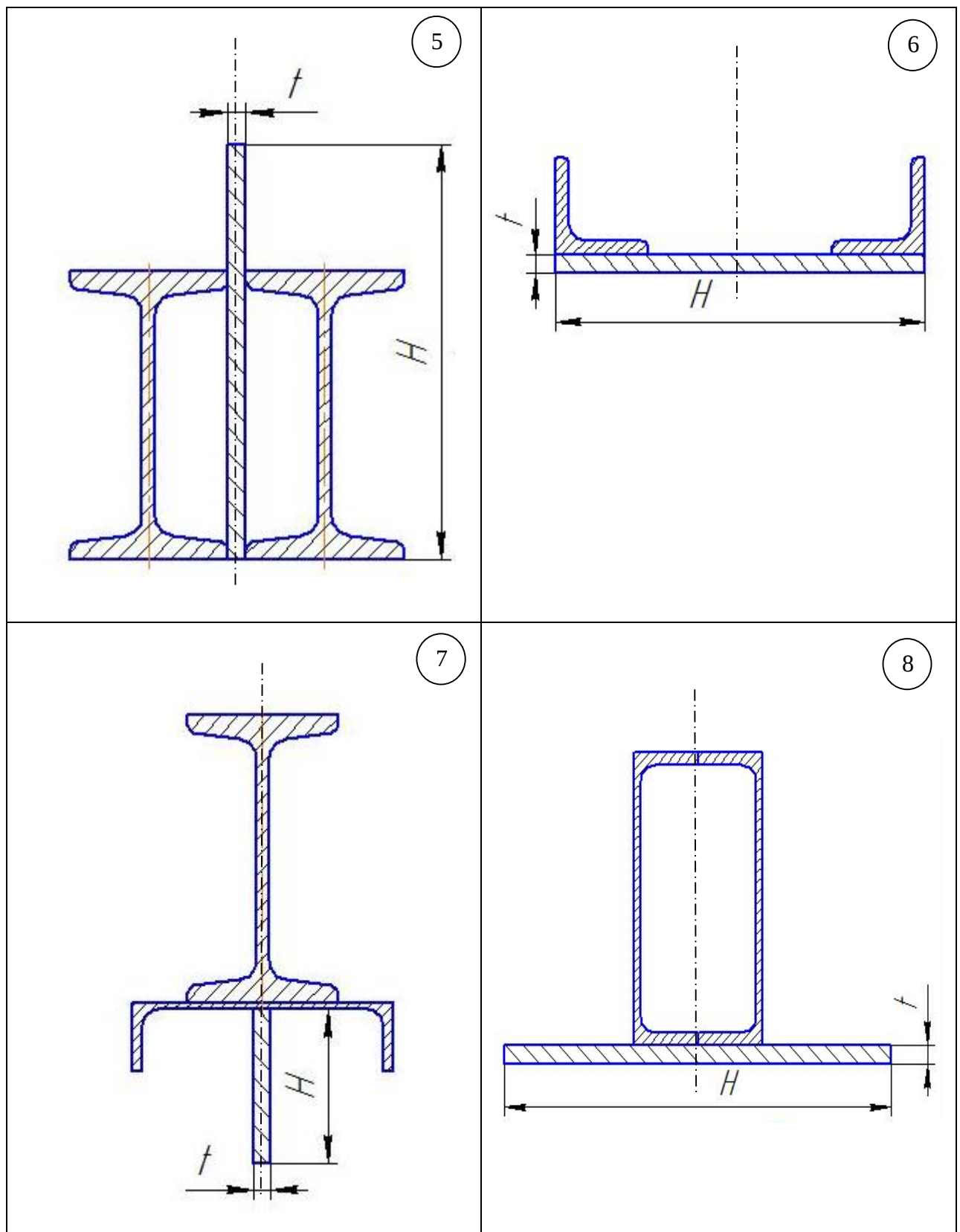
Продолжение таблицы 3

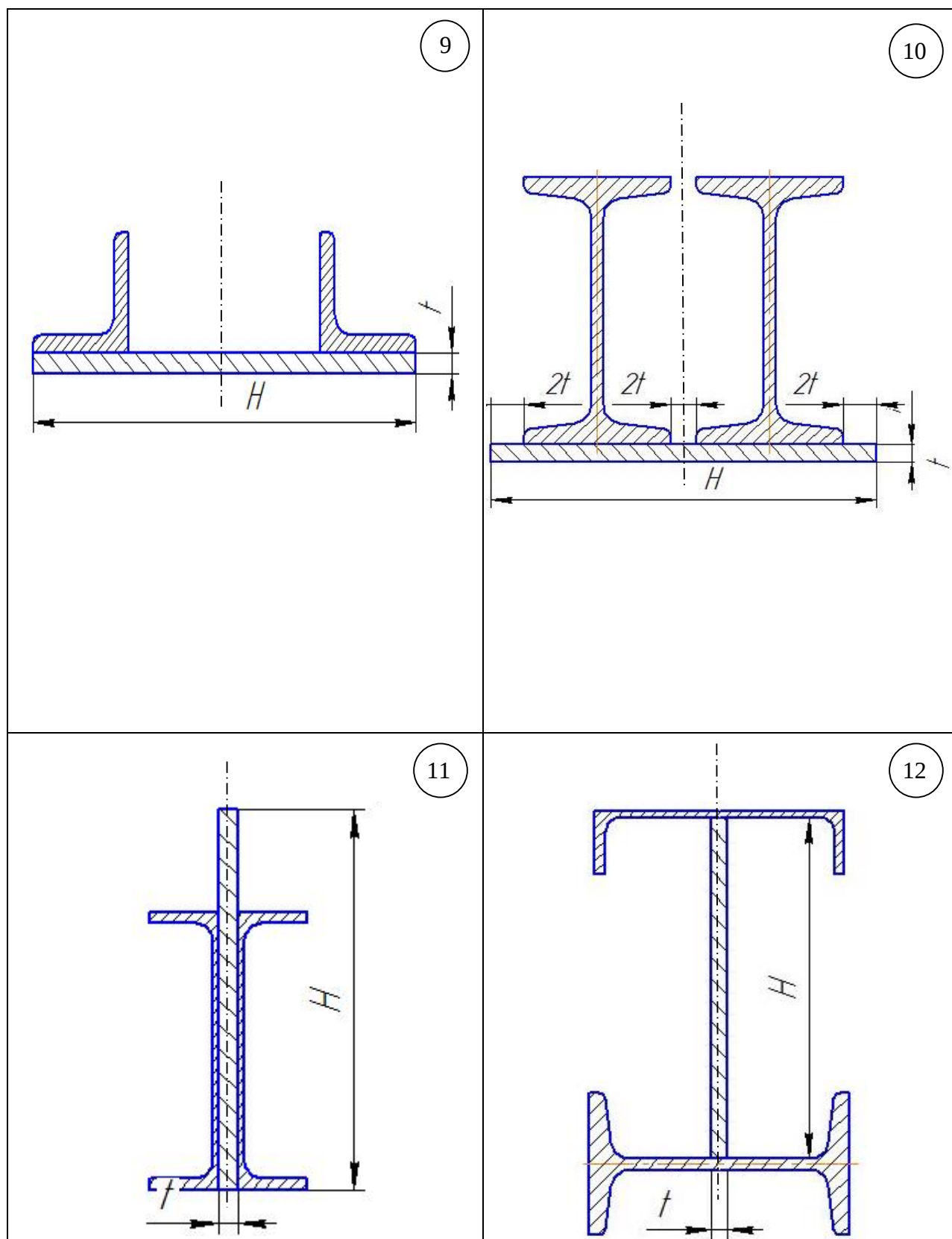
11 	12 
13 	14 
15 	16 
17 	18 
19 	20 

Продолжение таблицы 3

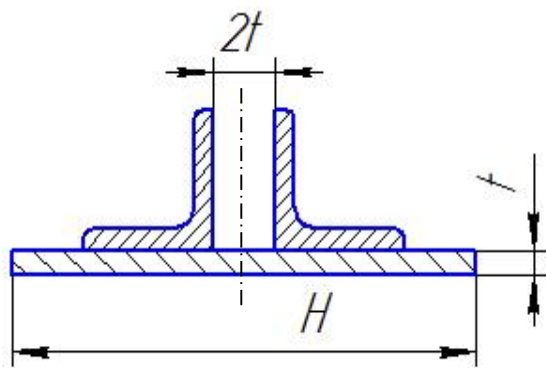
21 	22 
23 	24 
25 	26 
27 	28 
29 	30 

1 	2 
3 	4 

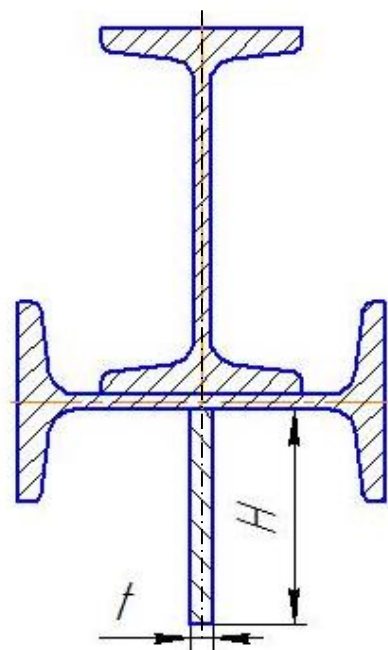




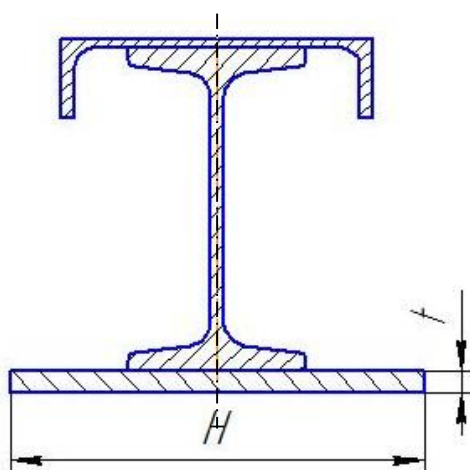
13



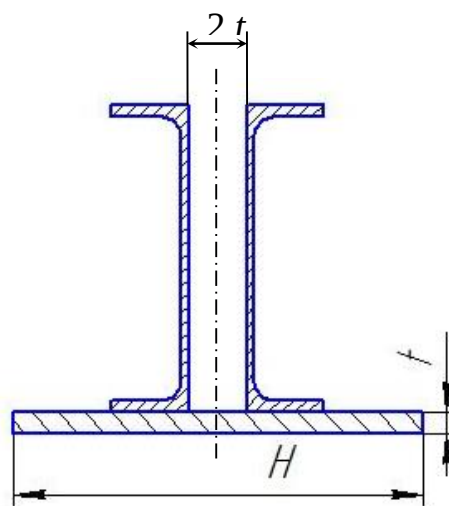
14



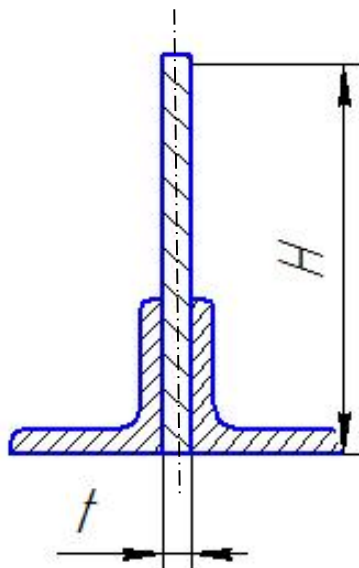
15



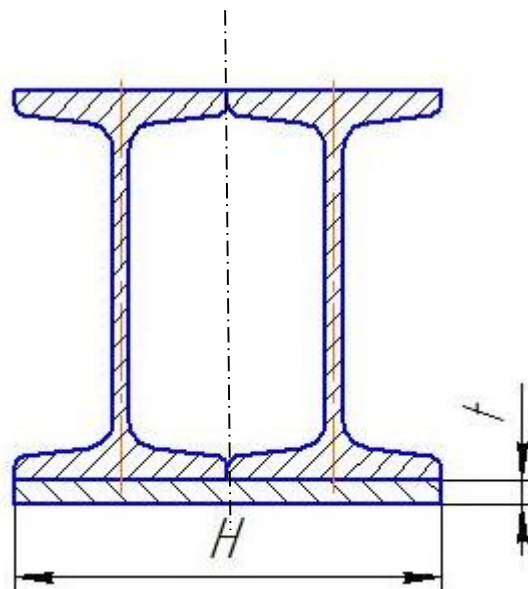
16



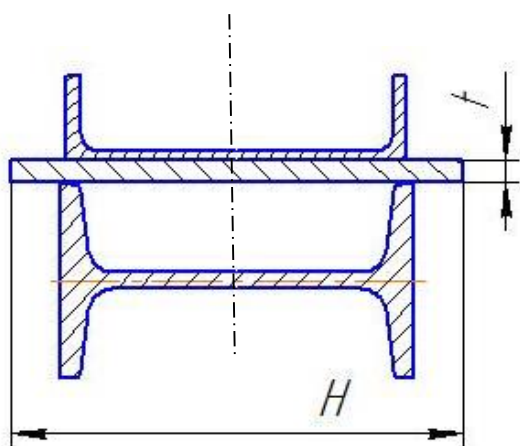
17



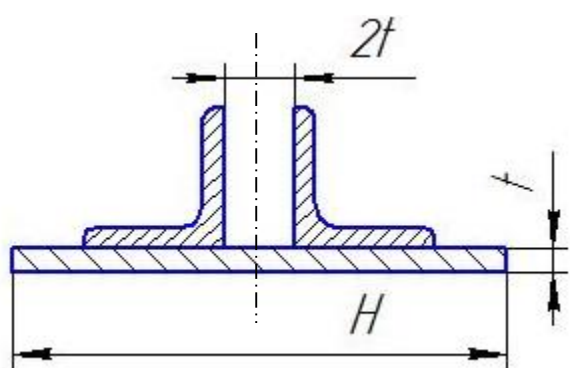
18

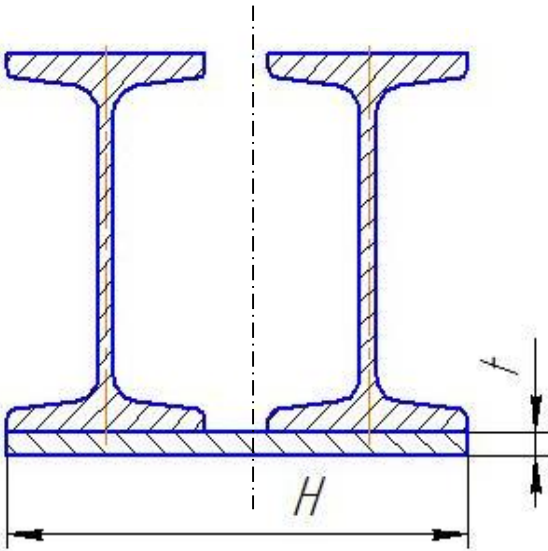
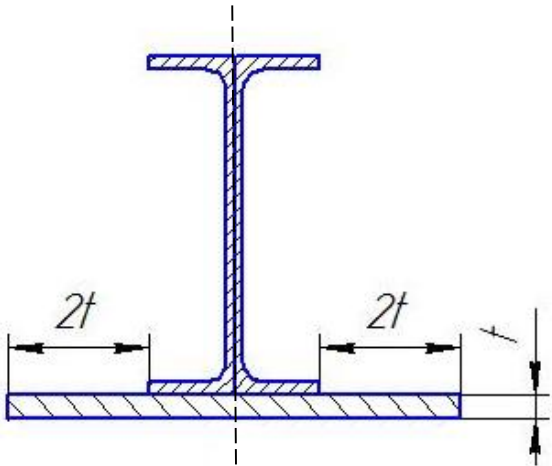
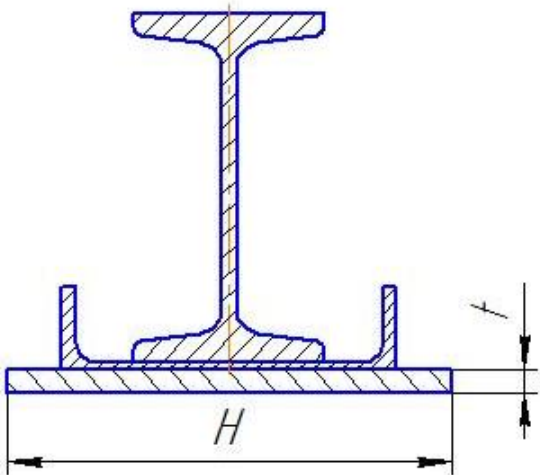
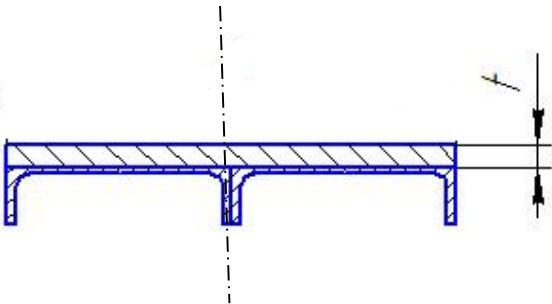


19

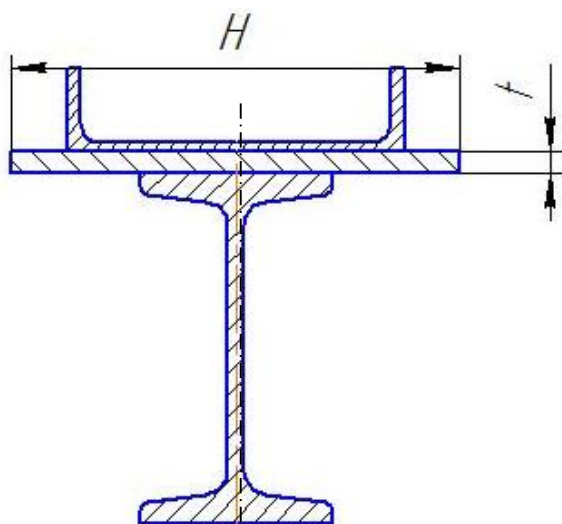


20

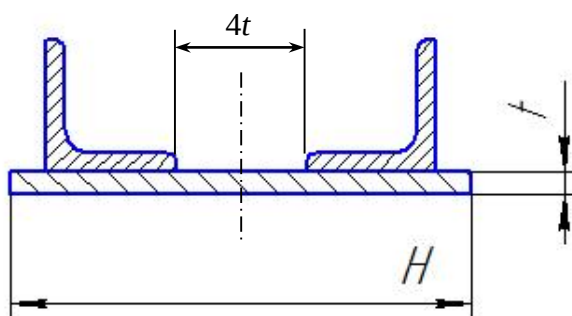


(21) 	(22) 
(23) 	(24) 

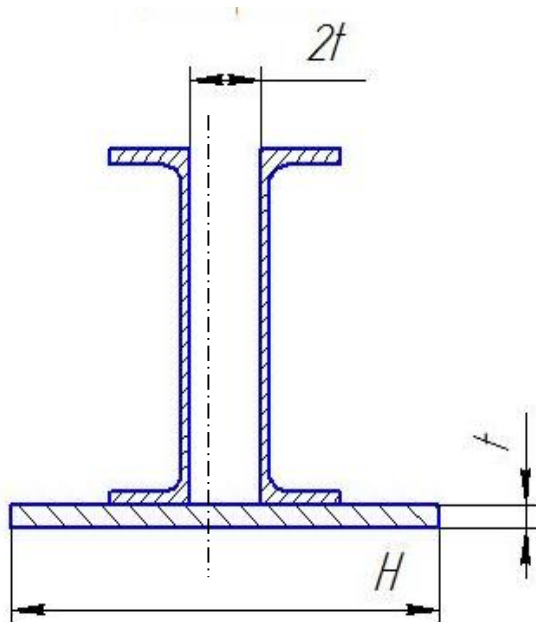
25



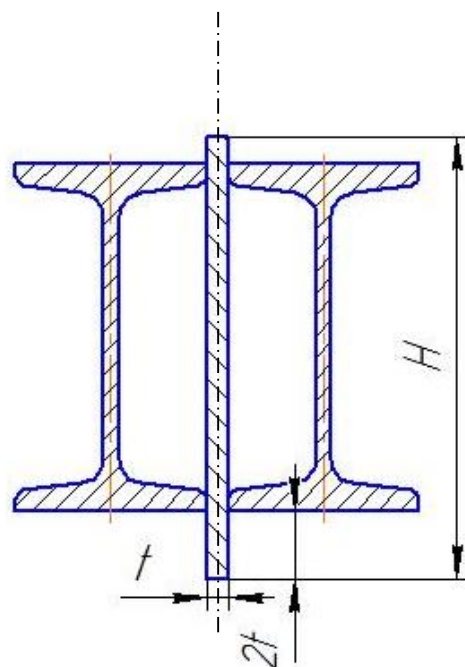
26

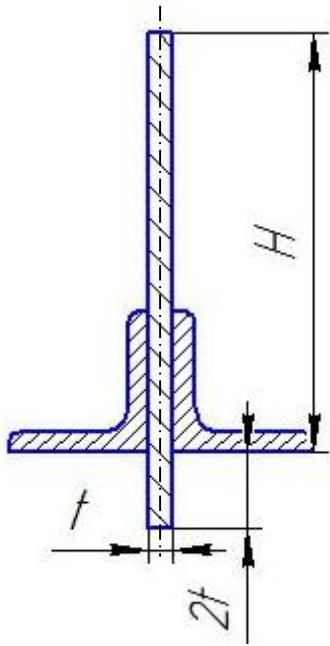
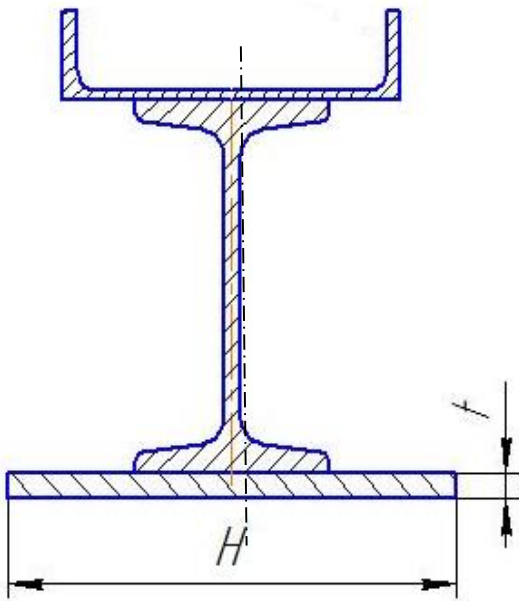


27



28



29 	30 
---	--

ПРИЛОЖЕНИЕ II

ОБРАЗЕЦ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА

The diagram shows a title page template with the following dimensions and layout:

- Overall width: 210
- Overall height: 297
- Top margin: 70
- Left margin: 70
- Right margin: 5
- Bottom margin: 5
- Inner frame width: 210
- Inner frame height: 297
- Text fields and labels:
 - Астраханский государственный технический университет
 - Кафедра МИГ
 - ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА к РГР №
 - на тему: _____
 - _____
 - Вариант _____
 - Выполнил студент группы _____
 - _____ (ф.и.о.)
 - Проверил _____
 - _____ (должность преподавателя)
 - _____ (ф.и.о.)
 - Астрахань, 20__
- Dimensions for text fields:
 - Top text area: 15
 - Bottom text area: 30
- Labels: "Контур листа" (contour of the sheet) and "Рамка" (frame).

ПРИЛОЖЕНИЕ III**ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ
РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ
ПО «СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ»****1. Пояснительная записка:**

1.1. Выполняется на одной стороне листа формата А4.

1.2. Титульный лист (первый) оформляется согласно Приложения II.

1.3. На второй странице приводятся условия всех задач и исходные данные к ним.

1.4. Работа должна быть оформлена чисто, аккуратно, четко. Вычисления должны сопровождаться краткими пояснениями.

1.5. Вычисления выполняются с точностью до трех значащих цифр, например,

$$\sigma = \frac{N_1}{F_1} = \frac{2P}{\pi d^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 10^2} = 19,7 \text{ кг/см}^2.$$

1.6. Листы пояснительной записки скрепляются неразъемно слева.

1.7. В конце пояснительной записки студент расписывается и ставит дату сдачи работы на кафедру.

2. Графическая часть:

2.1. Выполняется на ватмане.

2.2. Расчетные схемы и эпюры (графики) выполняются с соблюдением масштабов.

2.3. На расчетных схемах и эпюрах должны быть проставлены значения всех величин.

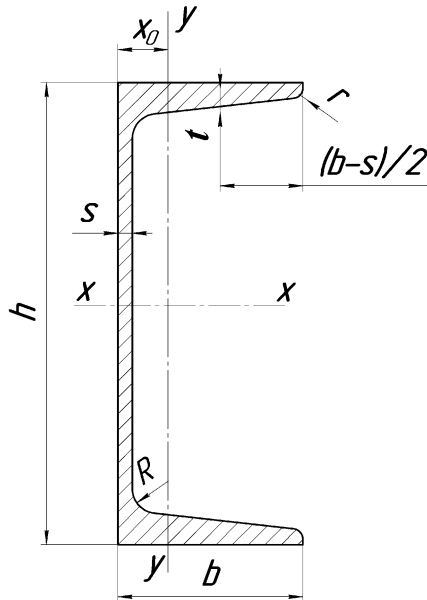
3. Ошибки исправляются на чистой стороне листа слева от текста.

ПРИЛОЖЕНИЕ IV

ТАБЛИЦЫ СОРТАМЕНТА ПРОКАТНОЙ СТАЛИ

Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент (ГОСТ 8240-97).

Швеллеры с уклоном внутренних граней полок

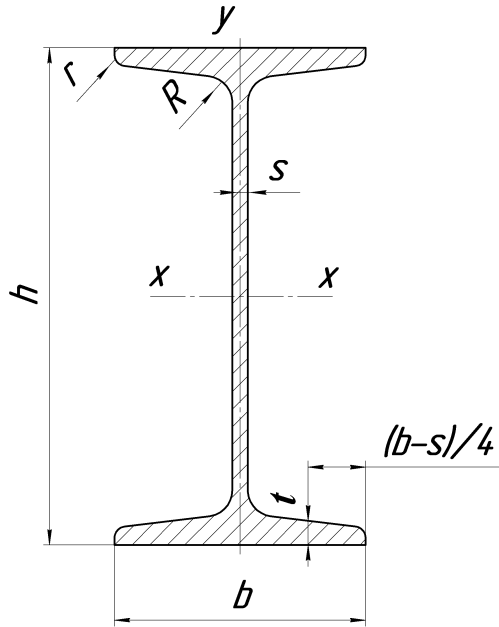


h – высота (швеллера);
 I – момент инерции;
 b – ширина полки;
 R – радиус внутреннего закругления;
 r – радиус закругления полки;
 s – толщина стенки;
 t – толщина полки;
 W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;
 S – статический момент полусечения;
 X_0 – расстояние от оси $y - y$ до наружной грани стенки
 F – площадь поперечного сечения;

Номер швеллера	h	b	s	t	R	r	Площадь поперечного сечения F, см²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей								X ₀ , см
					не бо- лее	X-X				Y-Y							
						I _x , см⁴			W _x , см³	i _x , см	S _x , см³	I _y , см⁴	W _y , см³	i ₀ , см			
	мм																
5	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16	
6,5	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24	
8	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	23,30	12,80	4,75	1,19	1,31	
10	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44	
12	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54	
14	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67	
16	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80	
16a	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00	

Номер швеллера	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	Площадь поперечного сечения <i>F</i> , см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей							<i>X</i> ₀ , см
					не бо- лее	<i>X-X</i>				<i>Y-Y</i>						
	мм								<i>I</i> _{<i>x</i>} , см ⁴	<i>W</i> _{<i>x</i>} , см ³	<i>i</i> _{<i>x</i>} , см	<i>S</i> _{<i>x</i>} , см ³	<i>I</i> _{<i>y</i>} , см ⁴	<i>W</i> _{<i>y</i>} , см ³	<i>i</i> ₀ , см	
18	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94
18а	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,00	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,50	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,00	25,10	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,00	31,60	2,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,00	37,30	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,00	43,60	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,00	51,80	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,00	61,70	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220,0	761,0	15,70	444,00	642,00	73,40	3,23	2,75

Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент (ГОСТ 8239-89)



h – высота балки;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 R – радиус внутреннего закругления;
 r – радиус закругления полки;
 I – момент инерции;
 W – момент сопротивления;
 S_x – статический момент полусечения;
 i – радиус инерции

Номер двутавра	Размеры						Площадь попереч- ного сечения, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>X – X</i>				<i>Y – Y</i>		
									<i>I_x</i> ,	<i>W_x</i> ,	<i>i_x</i> ,	<i>S_x</i> ,	<i>I_y</i> ,	<i>W_y</i> ,	<i>i_y</i> ,
мм								см ⁴	см ³	см	см ³	см ⁴	см ³	см	
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69

Номер двутавра	Размеры						Площадь попереч- ного сечения, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>X – X</i>				<i>Y – Y</i>		
									не более						
									мм						<i>I_x</i> , см ⁴
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Сортамент (ГОСТ 8509-93)



№ уголка	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	Площадь поперечного сечения, см ²	Справочные величины для осей										Масса 1 м, кг
	мм					<i>X - X</i>			<i>X₀ - X₀</i>		<i>Y₀ - Y₀</i>			<i>I_{xy}</i> , см ⁴	<i>X₀</i> , см	
						<i>I_x</i> , см ⁴	<i>W_x</i> , см ³	<i>i_x</i> , см	<i>I_{x0 max}</i> , см ⁴	<i>i_{x0 max}</i> , см	<i>I_{y0 min}</i> , см ⁴	<i>W_{y0}</i> , см ³	<i>i_{y0 min}</i> , см			
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,4	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,2	0,39	0,23	0,6	0,89
		4	3,5	1,2	1,46	0,5	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,64	1,15
2,5	25	3	3,5	1,2	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12
		4	3,5	1,2	1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,44	0,48	0,59	0,76	1,46
2,8	28	3	4	1,3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,8	1,27
	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>		Справочные величины для осей										

№ уголка	мм				Площадь поперечного сечения см ²	X - X			X ₀ - X ₀		Y ₀ - Y ₀			I _{xy} , см ⁴	X ₀ , см	Масса м, кг
						I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	I _{x0 max} , см ⁴	i _{x0 max} , см	I _{y0 min} , см ⁴	W _{y0} , см ³	i _{y0 min} , см			
3	30	3	4	1,3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,3	1,15	0,6	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36
		4	4	1,3	2,27	1,84	0,87	0,9	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	1,08	0,89	1,78
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,77	0,77	0,97	2,8	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	0,89	1,46
		4	4,5	1,5	2,43	2,26	1	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	1,32	0,94	1,91
3,5	35	3	4,5	1,5	2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	1,37	0,97	1,6
		4	4,5	1,5	2,67	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,75	1,01	2,1
		5	4,5	1,5	3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,1	1,05	2,58
4	40	3	5	1,7	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85
		4	5	1,7	3,08	4,58	1,6	1,22	7,26	1,53	1,9	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42
		5	5	1,7	3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,3	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98
4,5	45	3	5	1,7	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3	1,21	2,08
		4	5	1,7	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73
		5	5	1,7	4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,3	3,37

№ уголка	<i>b</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	Площадь поперечного сечения см²	Справочные величины для осей										Масса м, кг
	мм					<i>X</i> - <i>X</i>			<i>X</i> ₀ - <i>X</i> ₀		<i>Y</i> ₀ - <i>Y</i> ₀			<i>I</i> _{xy} , см⁴	<i>X</i> ₀ , см	
						<i>I</i> _x , см⁴	<i>W</i> _x , см³	<i>i</i> _x , см	<i>I</i> _{x0 max} , см⁴	<i>i</i> _{x0 max} , см	<i>I</i> _{y0 min} , см⁴	<i>W</i> _{y0} , см³	<i>i</i> _{y0 min} , см			
5	50	3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1	4,16	1,33	2,32
		4	5,5	1,8	3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,8	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05
		5	5,5	1,8	4,8	11,2	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,3	0,98	6,57	1,42	3,77
		6	5,5	1,8	5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47
5,6	56	4	6	2	4,38	13,1	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44
		5	6	2	5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,1	9,41	1,57	4,25
6,3	63	4	7	2,3	4,96	18,86	4,09	1,95	29,9	2,45	7,81	3,26	1,25	11	1,69	3,9
		5	7	2,3	6,13	23,1	5,05	1,94	36,8	2,44	9,52	3,87	1,25	13,7	1,74	4,81
		6	7	2,3	7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,9	1,78	5,72
7	70	4,5	8	2,7	6,2	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17	1,88	4,87
		5	8	2,7	6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,7	1,9	5,38
		6	8	2,7	8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,1	1,94	6,39
		7	8	2,7	9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,2	1,99	7,39
		8	8	2,7	10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,2	2,02	8,37

ПРИЛОЖЕНИЕ V

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (для ориентировочных расчетов)

Материал	Предел прочности, кГ/мм^2	Предел текучести, пропорциональности, кГ/мм^2	Предел выносливости кГ/мм^2	Относительное удлинение (относительное сужение), %	Модуль упругости $E(G), \cdot 10^{-4} \text{кГ/мм}^2$
Углеродистые стали обыкновенного качества, ГОСТ 380-71					
СТ.-1	$\sigma_B=32-40$	$\sigma_T=18$	$\sigma_{-1p}=12-15$ $\sigma_{-1}=16-22$ $\tau_{-1}=8-12$	28	—
СТ.-2	$\sigma_B=32-40$	$\sigma_T=19-22$	$\sigma_{-1p}=12-16$ $\sigma_{-1}=17-22$ $\tau_{-1}=8-13$	26	—
СТ.-3	$\sigma_B=38-47$	$\sigma_T=21-24$	$\sigma_{-1p}=12-16$ $\sigma_{-1}=17-22$ $\tau_{-1}=10-13$	21-23	—
СТ.-4	$\sigma_B=42-52$	$\sigma_T=24-26$	$\sigma_{-1p}=19-25$	19-21	—
СТ.-5	$\sigma_B=50-62$	$\sigma_T=26-28$	$\sigma_{-1p}=17-22$ $\sigma_{-1}=22-30$ $\tau_{-1}=13-18$	15-17	—
СТ.-6	$\sigma_B=60-72$	$\sigma_T=30-31$	$\sigma_{-1p}=19-25$ $\sigma_{-1}=25-34$ $\tau_{-1}=15-25$	—	—
Качественные стали, ГОСТ 1050-74					
10	$\sigma_B=34-42$	$\sigma_T=21$	$\sigma_{-1p}=12-15$ $\sigma_{-1}=16-22$ $\tau_{-1}=8-12$	31(55)	1,90
20	$\sigma_B=42-50$	$\sigma_T=25$	$\sigma_{-1p}=12-16$ $\sigma_{-1}=17-22$ $\tau_{-1}=10-13$	25(55)	2,02
30	$\sigma_B=50-60$	$\sigma_T=30$	$\sigma_{-1p}=17-21$ $\sigma_{-1}=20-27$ $\tau_{-1}=11-14$	21(50)	—
40	$\sigma_B=58-70$	$\sigma_T=34$	$\sigma_{-1p}=18-24$ $\sigma_{-1}=23-32$ $\tau_{-1}=14-19$	19(45)	2,135

Материал	Предел прочности, $\sigma_B/\text{мм}^2$	Предел текучести, пропорциональности, $\sigma_T/\text{мм}^2$	Предел выносливости $\sigma_{-1}/\text{мм}^2$	Относительное удлинение (относительное сужение), %	Модуль упругости $E(G), \cdot 10^{-4} \text{ кГ/мм}^2$
45	$\sigma_B=61-75$	$\sigma_T=36$	$\sigma_{-1p}=19-25$ $\sigma_{-1}=25-34$ $\tau_{-1}=15-20$	16(40)	2,04
Качественные стали, ГОСТ 1050-74					
50	$\sigma_B=64-80$	$\sigma_T=38$	$\sigma_{-1p}=20-26$ $\sigma_{-1}=27-35$ $\tau_{-1}=16-21$	14(40)	2,20
60	$\sigma_B=69-90$	$\sigma_T=41$	$\sigma_{-1p}=22-28$ $\sigma_{-1}=31-38$ $\tau_{-1}=18-22$	12(35)	2,08
30Г	$\sigma_B=55-70$	$\sigma_T=32$	$\sigma_{-1}=22-32$	20(45)	2,17
60Г	$\sigma_B=71$	$\sigma_T=42$	$\sigma_{-1p}=25-32$	11(35)	2,109
Легированные стали, ГОСТ 4543-71					
15XCHД	$\sigma_B = 64-66$	$\sigma_T = 39-42$	$\sigma_{-1} = 31$ $\tau_{-1} = 16$	18-21	—
20X	$\sigma_B = 72-85$	$\sigma_T = 40-65$	$\sigma_{-1} = 31-38$ $\tau_{-1} = 17-23$	—	2,07
40X	$\sigma_B = 73-105$	$\sigma_T = 65-90$	$\sigma_{-1p} = 24-34$ $\sigma_{-1} = 32-48$ $\tau_{-1} = 21-26$	—	2,185
45X	$\sigma_B = 85-105$	$\sigma_T = 70-95$	$\sigma_{-1} = 40-50$	9(45)	2,109
30XM	$\sigma_B = 74-100$	$\sigma_T = 54-85$	$\sigma_{-1p} = 37$ $\sigma_{-1} = 31-41$ $\tau_{-1} = 23$	—	2,130
40XH	$\sigma_B = 100-145$	$\sigma_T = 80-130$	$\sigma_{-1p} = 31-42$ $\sigma_{-1} = 46-60$	—	2,040
12XH3A	$\sigma_B = 95-140$	$\sigma_T = 70-110$	$\sigma_{-1} = 42-64$ $\tau_{-1} = 22-30$	—	—
20XH3A	$\sigma_B = 95-145$	$\sigma_T = 85-110$	$\sigma_{-1} = 43-65$ $\tau_{-1} = 24-31$	—	2,040
40XHMA	$\sigma_B = 110-170$	$\sigma_T = 85-160$	$\sigma_{-1} = 50-70$ $\tau_{-1} = 27-38$	—	2,040

ПРИЛОЖЕНИЕ VI

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

C - центр тяжести плоских сечений;

A - площадь сечения;

I_x, I_y - осевые моменты инерции сечения относительно главных осей;

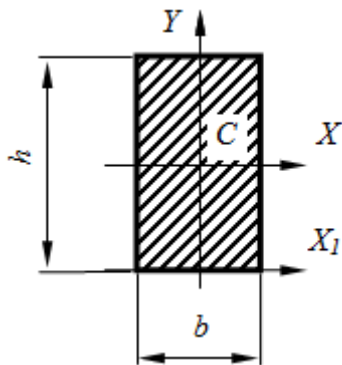
I_{xI}, I_{yI} - осевые моменты инерции относительно вспомогательных осей;

I_p - полярный момент инерции сечения;

W_x, W_y - осевые моменты сопротивления;

W_p - полярный момент сопротивления

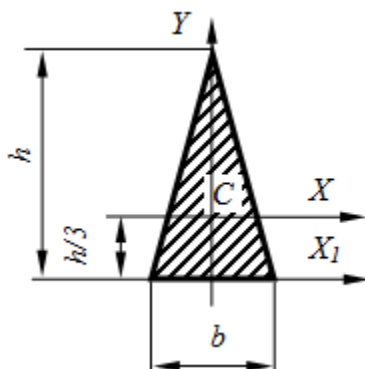
Прямоугольное сечение



$$A = bh, \quad I_x = \frac{bh^3}{12}, \quad I_y = \frac{b^3h}{12}, \quad I_{xI} = \frac{bh^3}{3},$$

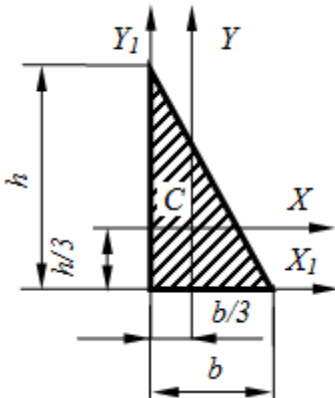
$$W_x = \frac{bh^2}{6}, \quad W_y = \frac{b^2h}{6}.$$

Сечение – равнобедренный треугольник



$$A = \frac{bh}{2}, \quad I_x = \frac{bh^3}{36}, \quad I_y = \frac{b^3h}{48}, \quad I_{xI} = \frac{bh^3}{12}.$$

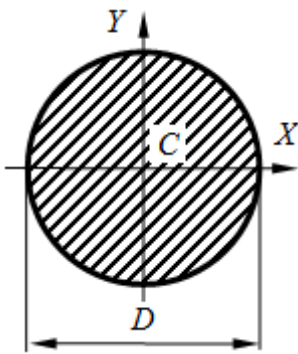
Сечение – прямоугольный треугольник



$$A = \frac{bh}{2}, \quad I_x = \frac{bh^3}{36}, \quad I_y = \frac{b^3h}{36}, \quad I_{xI} = \frac{bh^3}{12},$$

$$I_{yI} = \frac{b^3h}{12}.$$

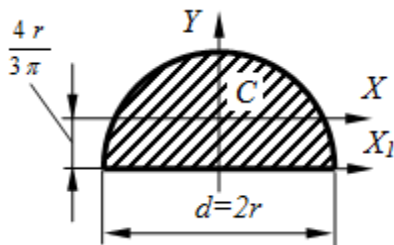
Сплошное – круглое сечение



$$A = \frac{\pi D^2}{4}, \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4}, \quad I_\rho = \frac{\pi D^4}{32},$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32}, \quad W_\rho = \frac{\pi D^3}{16}.$$

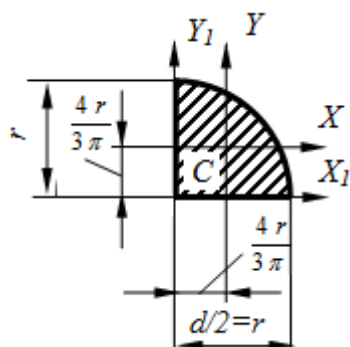
Полукруглое сечение



$$A = \frac{\pi d^2}{8}, \quad I_x = \frac{\pi d^4}{128} \left(1 - \frac{64}{9\pi^2} \right) \approx 0,11r^4,$$

$$I_y = I_{xI} = \frac{\pi d^4}{128} = \frac{\pi r^4}{8} \approx 0,39r^4.$$

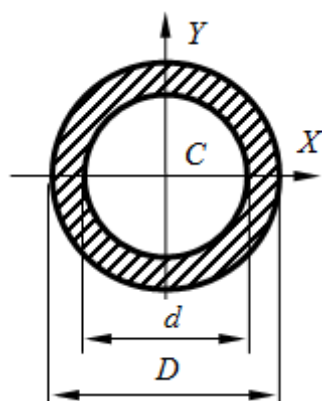
Четверть круглого сечения



$$A = \frac{\pi d^2}{16}, \quad I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{256} \left(1 - \frac{64}{9\pi^2} \right) \approx 0,055 r^4,$$

$$I_{xI} = I_{yI} = \frac{\pi d^4}{256} = \frac{\pi r^4}{16} \approx 0,196 r^4.$$

Кольцевое сечение

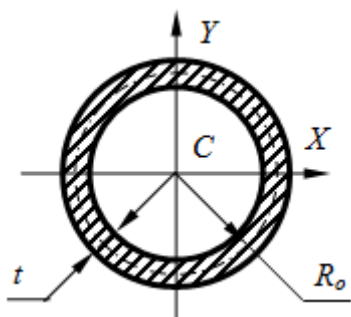


$$A = \frac{\pi D^2}{4} (1 - c^2), \quad I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} (1 - c^4),$$

$$I_\rho = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4), \quad W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32} (1 - c^4),$$

$$W_\rho = \frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4), \quad \text{где } c = \frac{d}{D}.$$

Тонкостенное сечение (сечение трубы)



при $R_o \gg t$

$$A = 2\pi R_o t, \quad I_x = I_y = \pi R_o^3 t, \quad I_\rho = 2\pi R_o^3 t,$$

$$W_x = W_y = \pi R_o^2 t, \quad W_\rho = 2\pi R_o^2 t.$$