

**АСТРАХАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра промышленного рыболовства

**МЕТОДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
ТЕОРИИ РЫБОЛОВСТВА
Часть II**

**СТАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ТЕО-
РИИ РЫБОЛОВСТВА
ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ
ТЕОРИИ РЫБОЛОВСТВА**

Методическое пособие для студентов специаль-
ности «Промышленное рыболовство» и направ-
ления «Рыболовство»

Астрахань, 2012

Авторы: д.т.н., профессор кафедры промышленного рыболовства А.В. Мельников.

д.т.н., профессор кафедры промышленного рыболовства В.Н. Мельников.

к.т.н., доцент кафедры промышленного рыболовства А.А. Грачев.

Методические разработки рассмотрены и утверждены на заседании кафедры промышленного рыболовства __ сентября 2012 г., протокол № .

Рецензент - к.т.н., доцент кафедры промышленного рыболовства Е.П. Новожилов.

1. СТАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ТЕОРИИ РЫБОЛОВСТВА

1.1. Модели улова на единицу пополнения промыслового стада в непрерывной форме

1.1.1. Одна из первых попыток статического математического моделирования запасов промысловых рыб принадлежит русскому ученому Ф.И. Баранову. Теорию, которая легла в основу математического моделирования, Ф.И. Баранов назвал формальной теорией жизни рыбы.

В соответствии с теорией рассматривают водоем с постоянными условиями обитания и, прежде всего, стабильностью кормовых ресурсов, пополнения в единицу времени, естественной и промысловой смертности всех возрастных групп, линейного прироста и формы тела в течение всей жизни рыбы. Теория не учитывает колебаний урожайности поколений, размерной селективности лова, отличия кривой смертности одного поколения и общего запаса, нелинейной зависимости размера от возраста рыбы.

1.1.2. Многие ученые пытались уточнить и дополнить теорию Ф.И. Баранова. Особо отметим В. Томпсона и Ф. Белла, а также Р. Бивертона и С. Холта.

По Бивертону и Холту, популяция также находится в равновесии и, в частности, ежегодно пополняется одним и тем же количеством особей. Соответственно средняя годовая численность популяции равна сумме численностей составляющих ее поколений. Важно, что такая численность установится лишь через несколько лет после начала формирования, когда численность популяции достигнет равновесия.

Главное отличие математической модели Бивертона-Холта от модели Ф.И. Баранова заключается в использовании уточненной зависимости размера рыбы от возраста и частичном учете селективных свойств орудия лова. Кроме того, Р. Бивертон и С. Холт считали, что пополнение промыслового стада происходит не непрерывно, а мгновенно в начале года. В основном модель Бивертона-Холта имеет те же недостатки, что и модель Ф.И. Баранова. Различие расчетов по выраже-

ниям Ф.И. Баранова и Бивертона-Холта существенно при малом коэффициенте промысловой смертности.

Разработано несколько модификаций непрерывных математических моделей Ф.И. Баранова и Бивертона-Холта. В них обычно коэффициент мгновенной промысловой смертности постоянен, не учитывает влияния на него селективности лова; селективные свойства учтены идеальными, а не фактическими кривыми селективности; улов на единицу пополнения определяют в функции возраста вступления рыбы в промысел, а не размера ячеи.

1.1.3. Запишем уточненную модель уравновешенного улова Y на единицу пополнения промыслового стада R . Она разработана А.В. Мельниковым и устраняет некоторые из перечисленных недостатков:

$$\frac{Y}{R} = a(l_{\text{пр}})^b F_{\text{nc}} \int_{t_{\text{п}}}^{t_{\text{пр}}} F_{\text{c}}(t) \exp \left(- \int_{t_{\text{п}}}^t M(t) + F_{\text{nc}} F_{\text{c}}(t) dt \right) \times \\ \times [1 - \exp(-k_p(t - t_0))]^b dt, \quad (1.1)$$

где $t_{\text{п}}$ - возраст, в котором рыба становится объектом промысла; $t_{\text{пр}}$ - предельный возраст рыбы; $M(t)$ - функция, характеризующая изменение коэффициента естественной смертности с возрастом; a и b - коэффициенты в уравнении масса-длина; $l_{\text{пр}}$, k_p и t_0 - параметры уравнения Берталанфи; F_{nc} - коэффициент промысловой смертности при условии неселективном лове, т.е. когда функция кривой селективности $F_{\text{c}}(t) = S(t) = 1$.

Если известны исходные величины и функции, то с помощью уравнения (1.1) сначала составляют таблицу и графики значений Y/R для различных величин F_{nc} и A . Затем при необходимости пересчитывают с F_{nc} на F ($F = F_{\text{nc}} F_{\text{c}}(t)$). По полученным данным строят изоплетную

диаграмму значений Y/R в функции F и A . По диаграмме можно определить величину возможного относительного улова для различных значений F и A . После этого можно перейти к оценке запаса для различных сочетаний F и A .

С помощью уравнения (1.1) рассчитана и построена изоплетная диаграмма для североморской камбалы (рис. 1.1). Полученные результаты существенно отличаются от результатов расчетов для аналогичного случая по известному уравнению Бивертона-Холта (рис. 1.2), даже с учетом того, что они построены в различных координатных осях.

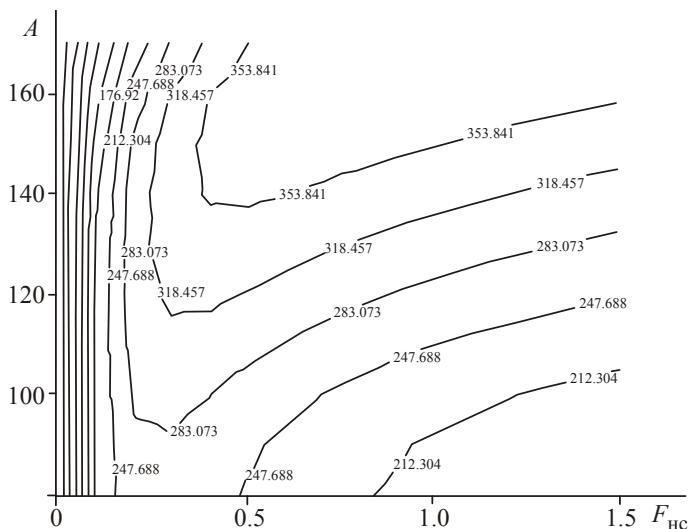


Рис 1.1. Изоплетная диаграмма возможных уловов на единицу пополнения североморской камбалы в зависимости от коэффициента промысловой смертности F_{nc} и размера ячей A (по модели А.В. Мельникова).
 $M = 0.1$.

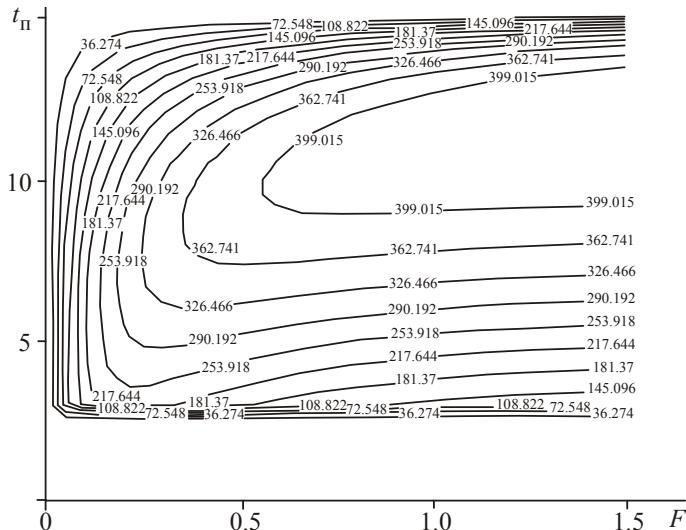


Рис. 1.2. Изоплетная диаграмма возможных уловов на единицу пополнения североморской камбалы в зависимости от коэффициента мгновенной промысловой смертности F и возраста рыбы t_{Π} , когда она становится объектом лова (уравнение Баанова - Бивертона-Холта). $M = 0.1$.

1.1.4. Представляет интерес использование выражения (1.1) для непосредственной оценки влияния размера ячей на величину допустимого улова на единицу пополнения и запаса, выбор оптимального значения коэффициента мгновенной промысловой смертности и размера ячей.

Анализ соответствующих зависимостей показывает, что кривые возможного улова и запаса в функции размера ячей часто имеют максимум. Например, на рис. 1.3 большая величина улова на единицу пополнения при относительно малом значении F_{nc} (малой интенсивности промысла) получаются при размере ячей трапового мешка 160мм. Еще больший улов на единицу пополнения можно получить при размере ячей 180мм, но при значительно более высокой интенсивности промысла ($F_{nc} = 0.8-1.0$).

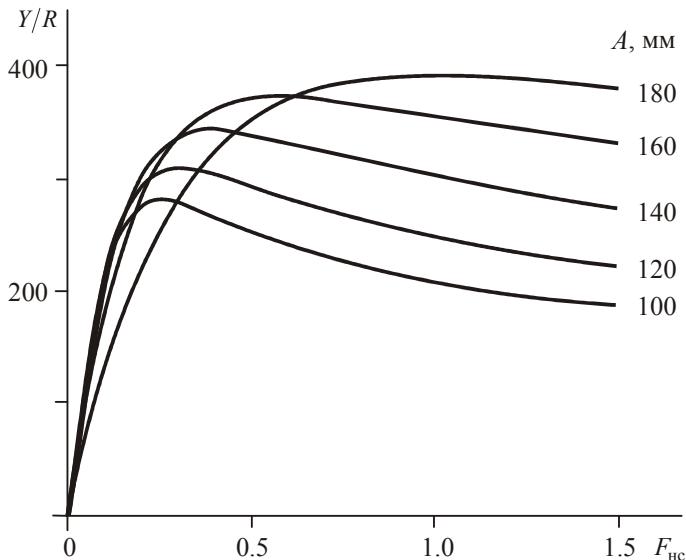


Рис.1.3. Кривые возможных уловов камбалы в зависимости от коэффициента мгновенной промысловой смертности F_{nc} для разных размеров ячей (модифицированная модель). $M = 0.1$.

Положение и величина максимума во многом зависит от показателей естественной смертности и роста рыбы, возраста вступления в промысел. Изменение этих показателей требует регулирования размера ячей и интенсивности промысла. Модификации уравнений Баранова-Бивертона-Холта соответствуют уравновешенному состоянию стада, поэтому регулирование целесообразно проводить через периоды времени, примерно равные предельному возрасту рыбы.

1.1.5. Во многих случаях необходимо знать зависимость улова на единицу пополнения промыслового стада в функции коэффициента мгновенной промысловой смертности F , а не коэффициента мгновенной промысловой смертности F_{nc} при условно неселективном лове. Зависимость между этими коэффициентами имеет вид:

$$\bar{F} = \frac{F_{\text{nc}}}{t_{\text{пп}} - t_{\text{п}}} \int_{t_{\text{п}}}^{t_{\text{пп}}} F_c(t) dt . \quad (1.2)$$

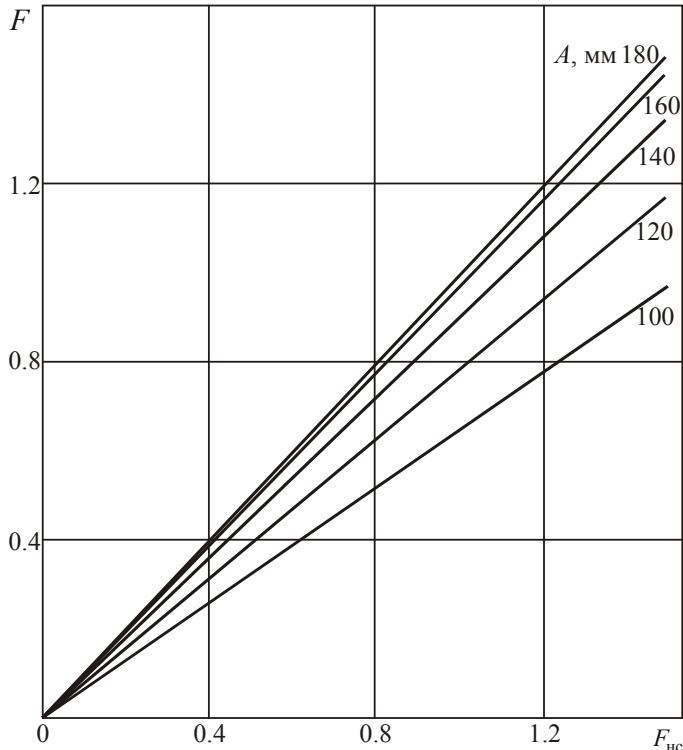


Рис 1.4 График зависимости между F_{nc} и средними значениями коэффициента промысловой смертности F для разных значений размера ячей A .

Используя расчетные кривые селективности трашевого мешка с размерами ячей от 100 до 180мм для рассмотренных примеров и (1.2), можно получить линейную зависимость между коэффициентами промысловой смертности: $F = (1.73 - 7.43A)F_{\text{nc}}$.

На рис 1.4 дана графическая иллюстрация этих линейных зависимостей для различных размеров ячеи.

1.1.6. Математические модели популяций на основе дифференциальных уравнений просты, наглядны, позволяют получать общее решение. Однако аналитическое решение возможно лишь в простых случаях. Даже незначительное усложнение модели требует применения численных методов решения дифференциальных уравнений. Это снижает достоинства непрерывных моделей. В последнее время в терминах дифференциальных уравнений часто формулируют задачу, а для исследования применяют другие, например, дискретные модели.

1.2. Модели улова на единицу пополнения промыслового стада в дискретной форме

1.2.1. В дискретной форме можно записать практически все известные модификации уравнений Баранова-Бивертона-Холта. Кроме того, в последнее время появились новые дискретные уравнения для уравновешенного состояния запасов, которые не ограничивают закономерности роста, допускают любой закон растянутости пополнения, изменения с возрастом естественной и промысловой смертности.

Ниже записано одно из наиболее подробных уравнений такого вида:

$$\frac{Y}{R} = \sum_{j=t_n}^{t_{np}} \frac{w_j s_j F_{hc}}{M_j + s_j F_{hc}} \left[1 - \exp(-M_j - s_j F_{hc}) \right] \times \\ \times \exp \left[\sum_{k=t_n}^{j-1} (M_k + s_k F_{hc}) \right], \quad (1.3)$$

где t_n - возраст вступления рыбы в промысел; t_{np} - предельный возраст рыбы в уловах; M_j - коэффициент естественной смертности рыбы в возрасте j ; s_j - ордината кривой селективности для рыбы в возрасте j ; F_{hc} - коэффициент промысловой смертности при условно неселективном лове.

Уравнение (1.3) во многом соответствует уравнению (1.1), записанному в непрерывной форме.

1.2.2. Ранее в п. 1.1 и 1.2 рассмотрены зависимости улова и улова на единицу пополнения. Кроме них, известны уравнения равновесных производчонных кривых, характеризующих величину нерестовой части запаса также на единицу пополнения промыслового стада SSB/R .

Первая зависимость характеризует производчонную способность запаса (способность обеспечить некоторую массу нерестового запаса с единицы пополнения), а вторая - относительную величину нерестового запаса, необходимого для поддержания запаса при заданном уровне интенсивности промысла. Ниже приведена одна из дискретных расчетных формул для оценки этой величины с учетом селективного представления промысловой смертности:

$$\frac{SSB}{R} = \sum_{j=t_n}^{t_n} m_j w_j \exp \left[- \sum_{t=t_n}^{j-1} (M_t + s_j F_{hc}) \right]. \quad (1.4)$$

Графики функции SSB/R строят в зависимости от коэффициента мгновенной промысловой смертности так же, как функции Y/R .

Для решения некоторых задач иногда строят зависимость R/SSB , которая показывает, какое количество рыб пополнения приходится на единицу нерестовой биомассы. Исследование этой функции позволяет оценить, до какого уровня следует увеличивать SSB/R для стабилизации запаса при низком выживании поколения при различной интенсивности промысла.

1.3. Модели для оценки использования биомассы поколения промысловых рыб

1.3.1. Важно знать, насколько эффективно используеться биомасса промысловых рыб при том или ином уровне интенсивности и селективности рыболовства. При уравнове-

шенном состоянии запасов и промысла для этой цели можно использовать коэффициент k_u использования биомассы поколения промысловых рыб. Коэффициент равен отношению улова рыб одного поколения к максимально возможной массе этого поколения в некотором возрасте без учета промысловой смертности.

Математическая модель для коэффициента k_u имеет вид:

$$k_u = \frac{F_{\text{hc}} \int_{t_{\text{н}}}^{t_{\text{up}}} F_c(t) [1 - \exp(-k_p(t - t_0))]^{\beta} \exp \left[- \int_{t_{\text{н}}}^t (M(\tau) + F_{\text{hc}} F_c(\tau)) d\tau \right] dt}{[1 - \exp(-k_p(t_m - t_0))]^{\beta} \exp \left[- \int_{t_{\text{н}}}^{t_m} M(t) dt \right]}, \quad (5)$$

где t_m - возраст, в котором биомасса поколения достигает максимума.

Остальные условные обозначения приняты такими же, как в выражении (1.1).

В возрасте $t > t_n$ коэффициент естественной смертности M часто принимают постоянной величиной. При постоянном M и росте рыбы в соответствии с уравнением Берталанфи возраст t_m определяют формуле Катти:

$$t_m = t_0 + \frac{1}{k_p} \ln \frac{M + 3k_p}{M}. \quad (1.6)$$

1.3.2. На примере промысла тихоокеанского хека определим степень влияния коэффициента промысловой смертности F_{hc} при условно неселективном лове и внутреннего размера ячей A сетного мешка или слива орудия лова на k_u .

Сначала определяют параметры и функции в выражении (1.5). Особое внимание обращают на функцию кривой селективности $F_c(t)$ для различного размера ячей.

Будем считать предельный возраст рыбы равным 15 годам, коэффициент естественной смертности $M = 0.2$. Тогда возраст t_m согласно (1.6) равен 7,4 года, а максимум биомассы, отнесенный к единице пополнения, равен $m_m = 585$ г.

В соответствии с (1.5) коэффициент k_u является функцией F_{nc} и A . Графическая иллюстрация этой зависимости представлена на рис. 1.5 виде изоплетной диаграммы. На ней по оси абсцисс отложены значения коэффициента промысловой смертности F_{nc} при условно неселективном лове, а по оси ординат - внутренний размер ячей A . Наибольших значений коэффициент k_u достигает при $F_{nc} = 0.7 - 1.4$ и $A = 90 - 100$ мм (на рисунке – штриховая линия).

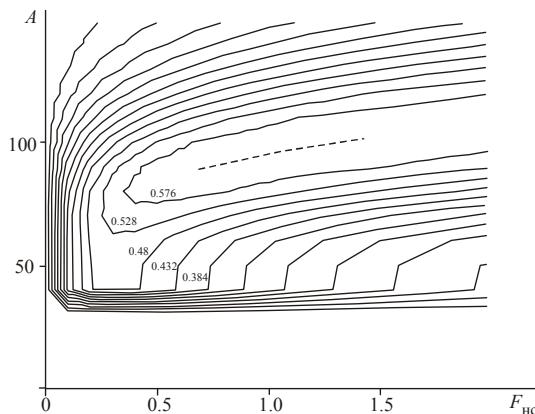


Рис. 1.5. Изоплетная диаграмма коэффициента использования биомассы поколения тихоокеанского хека в зависимости от коэффициента промысловой смертности F_{nc} при условно неселективном лове и размера ячей трапового мешка A .

Оптимальные значения F_{nc} и A определяют, анализируя влияние каждого из этих факторов на k_u . На рис. 1.6 показаны кривые зависимости коэффициента k_u от внутренне-

го размера ячей при фиксированных значениях коэффициента промысловой смертности $F_{\text{nc}} = 0.4 - 1.8$. При увеличении размера ячей коэффициент k_u сначала растет и достигает максимума, равного 0.62–0.63, при размере ячей 80–100мм в зависимости от интенсивности промысла. При этом значения коэффициента F_{nc} расположены в интервале 0.7-1.4.

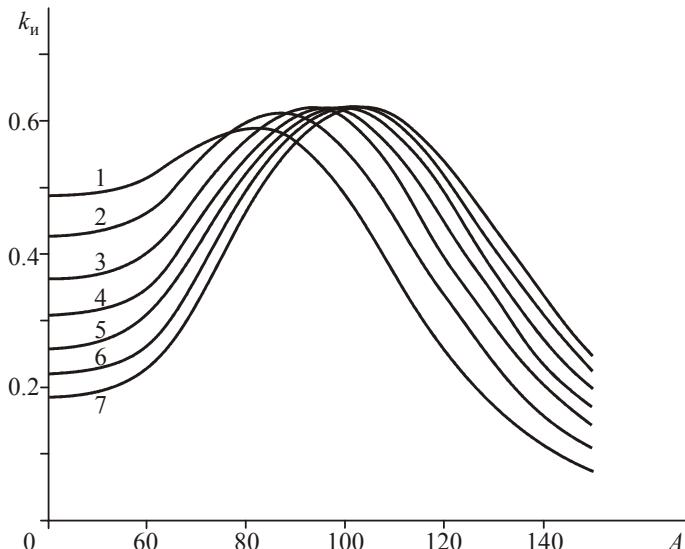


Рис. 1.6. Зависимость коэффициента использования биомассы поколения тихоокеанского хека от A при коэффициентах промысловой смертности F_{nc} : 1–0,4; 2–0,6; 3–0,8; 4–1,0; 5–1,2; 6–1,4; 7–1,6.

На рис. 1.7 представлены кривые зависимости коэффициента k_u от коэффициента промысловой смертности F_{nc} при размерах ячей $A = 50 - 120$ мм. И здесь хорошо просматривается рост коэффициента k_u при увеличении F_{nc} . Как и на рис. 1.6, k_u достигает наибольших значений при $F_{\text{nc}} = 0.7$ и $A = 90$ мм. Такие же максимальные значения k_u

можно получить при совместном увеличении коэффициента промысловой смертности и размера ячей.

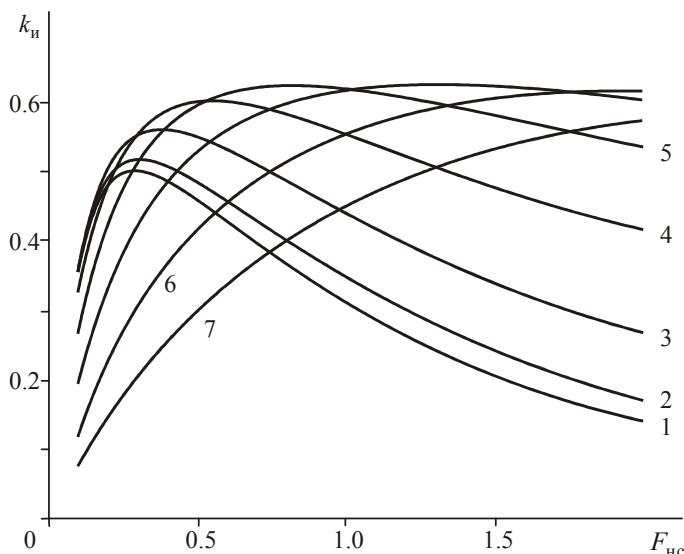


Рис. 1.7. Зависимость коэффициента использования биомассы поколения тихоокеанского хека от F_{nc} для размеров ячей A (мм): 1–50; 2–60; 3–70; 4–80; 5–90; 6–100; 7–110.

По результатам сравнения полученных зависимостей максимальное значение коэффициента использования на примере тихоокеанского хека получают при размере ячей в среднем 90мм. Коэффициент промысловой смертности при условно неселективном лове находится в пределах 0,7–1,4. Так как для всех значений F_{nc} из этого интервала коэффициент использования примерно одинаков, то оптимальной интенсивности промысла соответствует, очевидно, $F_{nc} = 0.7$.

Абсолютный максимум коэффициент использования биомассы поколения, равный 0,62, имеет при $A = 100$ мм и $F_{nc} = 1.1$.

Для улучшения промысловых и экономических показателей лова иногда полезно уменьшить F_{nc} (промышленное усилие) и A даже при снижении k_u . Так, в нашем примере допустимо принять $F_{\text{nc}} = 0.5$ и $A = 80$ мм, когда $k_u = 0.6$.

В заключение отметим, что улов на единицу пополнения Y/R и коэффициент k_u отличаются лишь постоянным множителем. Им является величина, обратная максимуму биомассы m_m . Таким образом, обе характеристики эффективности рыболовства пропорциональны.

1.4. Продукционные модели

1.4.1. Продукционные методы и модели основаны на предположении, что естественную и промысловую смертность компенсирует пополнение и весовой прирост. При этом считают, что запас находится в состоянии равновесия при некоторой интенсивности промысла.

Уравновешенный улов равен естественному приросту биомассы запаса за рассматриваемый промежуток времени:

$$Y_E = BG(B) - BF(f), \quad (1.8)$$

где B – биомасса облавливаемой части запаса; $G(B)$ - интегральная функция роста запаса, которая учитывает зависимость прироста биомассы от скорости пополнения, роста и естественной смертности в функции биомассы запаса; $F(f)$ - функция зависимости коэффициента промысловой смертности от промыслового усилия.

Подставляя в уравнение (1.8) различные функции роста $G(B)$, получают различные виды продукционных моделей. Так, если принять за основу логистическое уравнение популяционного роста, то получают продукционную модель Шеффера. При замене логистической модели роста экспоненциальной моделью приходят к модели Галланда-Фокса.

Продукционные модели и методы требуют лишь данных об уловах и промысловом усилии, правда, за большое число лет. Малый объем необходимой информации обуслов-

лен рядом допущений: постоянство запаса; прямая пропорциональность улова на усилие и величины запаса; независимость естественного прироста запаса от его возрастной структуры популяции.

Чтобы расширить область применения и повысить точность классических производственных моделей, их обобщают и корректируют путем учета дополнительных факторов. Например, получают распространение динамические версии производственных моделей, которые позволяют оценить не только уравновешенное состояние запаса, но и проследить траекторию изменения запаса от исходного состояния равновесия к новому равновесному состоянию. Разработаны также производственные модели с запаздыванием. Они учитывают, что ежегодный прирост популяции зависит от состояния запаса в предшествующие годы. Известны модели при частичной недоступности запаса и т.д.

Предложены новые модификации производственных моделей с показателями селективности рыболовства. Такие модели позволяют, по исходной кривой улова на усилие в зависимости от усилия для определенного уровня селективности, строить ряд других кривых для различных уровней селективности. С помощью таких уравнений можно оптимизировать не только запас, улов, но и селективность лова.

При разработке производственных моделей за основу принимают данные промысловой статистики о связи улова на единицу промыслового усилия Y_f с усилием f . По этим данным получают зависимости Y_f различного типа - линейные (модель Шефера), экспоненциальные (модель Галланда-Фокса), гиперболические (модель Ефимова), универсальные (модель Пелла-Томлинсона) и т.д. Модели содержат соответствующие эмпирические коэффициенты.

1.4.2. В современных условиях промысла с развитой системой поиска и разведки рыбы для реальных значений промыслового усилия более обоснованной является логистическая зависимость Y_f от f :

$$Y_f = \left(Y_f \right)_{\max} - \frac{\left(Y_f \right)_{\max} - \left(Y_f \right)_{\min}}{1 + \exp(- (a + bf))}, \quad (1.9)$$

где a и b - параметры логистической кривой; $\left(Y_f \right)_{\max}$ и $\left(Y_f \right)_{\min}$ - максимально и минимально возможные значения улова на усилие (последнее значение часто принимают 0, что упрощает расчеты).

Действительно, при малой интенсивности промысла рост промыслового усилия практически не влияет на Y_f . При дальнейшем росте промыслового усилия наблюдается существенное снижение Y_f , а при большой интенсивности лова с учетом поиска и разведки рыбы величина Y_f находится на низком, почти постоянном уровне. Очевидно, подобному характеру зависимости отвечает именно логистическая кривая (рис. 1.8). Такому же характеру зависимости в наилучшей степени соответствует статистический материал для реальных значений промыслового усилия. Соответствие логистической кривой характеру процесса делает ее наиболее универсальной для различных объектов и условий лова. Кроме того, анализ отклонения экспериментальных точек от расчетной логистической кривой для достаточно большого периода промыслового времени позволяет получить наиболее достоверные данные о влиянии других, кроме промысла, причин колебаний запасов рыбы.

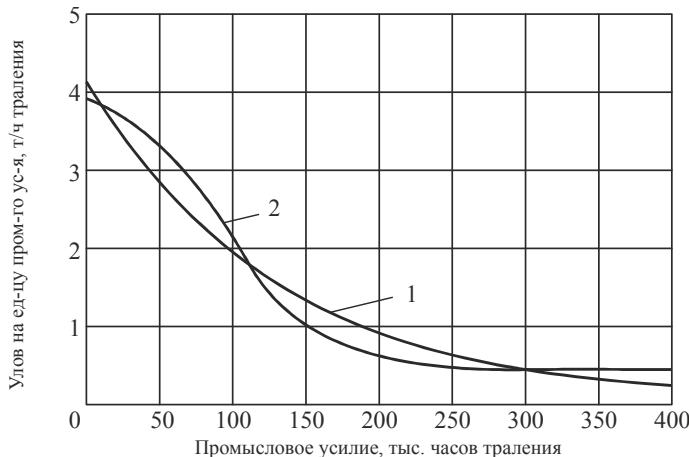


Рис. 1.8. Зависимости величины улова тихоокеанского хека на единицу промыслового усилия от усилия: 1 - экспоненциальная (модель Галланда-Фокса); 2 - логистическая (модель А.В. Мельникова)

С учетом выражения (1.11) запишем формулу для определения величины возможного уравновешенного улова для различных значений промыслового усилия:

$$Y_E = \left[\left(Y_f \right)_{\max} - \frac{\left(Y_f \right)_{\max} - \left(Y_f \right)_{\min}}{1 + \exp(- (a + bf))} \right] f . \quad (1.10)$$

Применение уравнения (1.10) ограничено значением промыслового усилия f , при котором уравновешенный улов после падения растет (например, когда $\left(Y_f \right)_{\min} > 0$).

Исследуя выражение (1.10) на экстремум, определяют промысловое усилие f_0 , соответствующее максимальному уравновешенному улову $\left(Y_E \right)_{\max}$. Такое усилие находят из трансцендентного уравнения:

$$ku^2 - (1 - bf)u + bf = 0 ,$$

$$\text{где } k = \frac{(Y_f)_{\max} + (Y_f)_{\min}}{(Y_f)_{\max}}; u = 1 + \exp(-(a + bf)).$$

1.4.3. Рассмотрим далее, как ввести в производственные модели показатели селективности.

Предположим, по результатам многолетних наблюдений за работой промыслового флота получена производственная модель того или иного типа. При этом известно, что за годы наблюдений осредненный размерный состав облавливаемых скоплений характеризуется функцией плотности распределения $g_1(l)$, а селективные свойства орудия лова – функцией кривой селективности $S_1(l)$.

Изменение размерного состава и кривой селективности приводит при том же промысловом усилии f к изменению относительной величины улова, которое можно охарактеризовать коэффициентом:

$$k_Y = \frac{\int_{l_{\min}}^{l_{\max}} g_i(l) S_i(l) dl}{\int_{l_{\min}}^{l_{\max}} g_1(l) S_1(l) dl}, \quad (1.11)$$

где $g_i(l)$ и $S_i(l)$ - новые значения функций $g(l)$ и $S(l)$. Такое изменение улова эквивалентно изменению промыслового усилия с величины f_1 на величину f_i , причем $f_i = k_Y f_1$.

Таким образом, зная коэффициент k_Y , как больший, так и меньший единицы, можно определить точку новой кривой уравновешенного улова, считая, что эквивалентное промысловое усилие равно f_i .

Выполнив такие расчеты для 6-8 величин промысловых усилий, получают кривую уравновешенного улова, напри-

мер, для нового размерного состава $g_2(l)$ и кривой селективности $S_2(l)$, как на рис. 1.9.

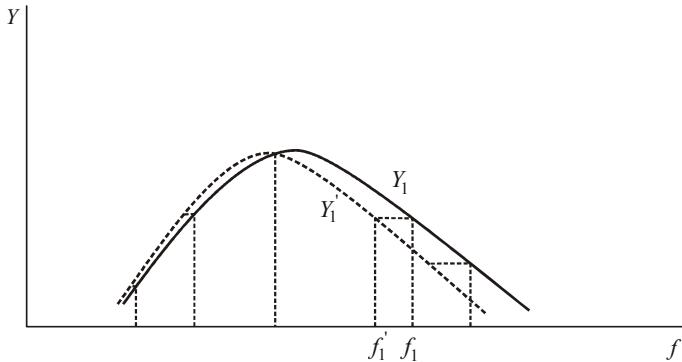


Рис. 1.9. Зависимость между уравновешенным уловом и промысловым усилием при различном уровне селективности лова.

Таким же образом строят кривые уравновешенного улова для других значений $g_i(l)$ и $S_i(l)$.

Уравнение новых кривых отличается от уравнения исходной кривой лишь коэффициентом k_Y при f . Если улов на усилие и усилие связаны логистической зависимостью, то обобщенное выражение уравновешенного улова от усилия для различного уровня селективности имеет вид:

$$Y_E = \left[\left(Y_f \right)_{\max} - \frac{\left(Y_f \right)_{\min} - \left(Y_f \right)_{\min}}{1 + \exp(- (a + bf))} \right] k_Y f . \quad (1.12)$$

Анализ обобщенных продукционных моделей свидетельствует о большом влиянии селективности на характер кривых уравновешенного улова и на его максимальное значение. Коэффициент k_Y зависит от размера ячей. Поэтому можно построить ряд кривых уравновешенного улова для различного размера ячей и постоянного размерного состава облавливаемых скоплений или, наоборот, для постоянного

размера ячей и различного размерного состава облавливаемых скоплений.

Анализ кривых уравновешенного улова позволяет регулировать размер ячей с учетом величины максимального уравновешенного улова и заданной величины промыслового усилия.

1.4.4. Введение в продукционные модели показателей селективных свойств делает их более универсальными и позволяет строить изоплетные диаграммы, сходные с диаграммами по уравнениям Баранова-Бивертона-Холта, сравнивать эти диаграммы между собой.

Аналогичный прием построения кривых уравновешенного улова по известной эмпирической кривой уравновешенного улова можно использовать и при изменении техники и технологии лова, если они приводят к переходу состояния запаса и промысла на новый уравновешенный уровень.

1.4.5. В продукционных моделях для уравновешенного состояния запаса и промысла для оценки параметров обычно используют данные для неуравновешенного состояния запаса и промысла. Чтобы снизить ошибки прогнозов на основе статических продукционных моделей и приближения ситуации к уравновешенной, предложены различные способы.

Так, Галланд предложил относить улов к усилию не за один год, а за несколько лет.

Фокс рассмотрел подобный случай, но учел, что на запас текущего года промысловые усилия прошлых лет влияет по-разному, и предложил присваивать значениям промыслового усилия в интервале усреднения соответствующие веса.

Шевалье, принимая за основу продукционную модель Шефера, использовал способ корректировки данных по уловам на усилие от усилия, учитывающий отклонение экспериментальных точек от равновесной прямой.

1.5. Модели запас-пополнение

1.5.1. Рассмотрим здесь модели запас-пополнение и приведем некоторые примеры их применения в рыболовстве.

1.5.2. Наибольшее распространение получили кривые пополнения Рикера и Бивертона-Холта.

Рикер предложил несколько математических моделей пополнения. Из них наиболее распространенная предполагает, что естественная смертность до вступления рыбы в промысловое стадо связана с каннибализмом и уничтожением другими хищниками. При этом число хищников определяется первоначальной численностью рассматриваемого поколения. С учетом этих предпосылок пополнение

$$R = aN_p \exp(-bN_p), \quad (1.13)$$

где a - безразмерный параметр; b - параметр с размерностью $1/N_p$; R - численность пополнения; N_p - величина нерестового запаса.

Кроме того, кривые пополнения Рикера приемлемы, когда при большой концентрации в водоеме рыба растет медленнее и позднее вступает в промысел, а также когда у рыб с высокой первоначальной концентрацией в водоеме наблюдается избыток численности.

1.5.3. Бивертон и Холт при разработке модели запас-пополнение считали, что коэффициент естественной смертности линейно зависит от текущей численности запаса. Это предполагает, что естественная смертность зависит не только от хищничества, но и пищевой конкуренции внутри стада.

Кривые пополнения Бивертона-Холта не имеют максимума, и с увеличением числа производителей численность пополнения монотонно возрастает. При величине запаса меньше замещающего уровня пополнение никогда не превышает замещающего уровня. Для значений эмпирического коэффициента в расчетной формуле, близких к единице, пополнение постоянно практически при любой численности производителей, а кривая пополнения круто спадает к началу координат при малой численности производителей.

Кривые пополнения Бивертона-Холта более пригодны, когда из-за недостаточной кормовой базы или ареала распространения вида численность вида ограничена; когда хищники

уничтожают личинок и молодь рыб с самого раннего возраста и хищничество зависит от численности жертвы.

1.5.4. Известны другие виды кривых пополнения. Появление таких кривых обусловлено обычно особенностями условий внешней среды и биологии объектов лова.

Например, Рикер предложил ряд модификаций кривых пополнения со слаженным куполом, с крутой правой ветвью кривых, с узким куполом. Так, слаженный купол и более пологое восхождение левой ветви кривой пополнения обусловлено делением популяций на группы так, что влияние плотности популяции неодинаково ощущается всем запасом. Менее четкий максимум кривых пополнения наблюдается также, когда ограничен ареал обитания рыб или кормовая база.

Более резкое уменьшение ординат правой ветви возможно при ограниченных пищевых ресурсах, когда многие рыбы недостаточно обеспечены пищей.

Узкий купол наблюдается при пониженном темпе воспроизводства, например, в результате хищничества, когда величина запаса небольшая, а также когда сложно найти партнера в рассеянных скоплениях.

Иногда, по результатам наблюдений, получаются необычные кривые пополнения, которые не подходят ни под один вид теоретических зависимостей. Такие кривые (зависимости) называются непараметрическими и их строят «от руки» по известным данным о запасе и пополнении.

1.5.5. Известны и другие формы выражений запас-пополнение.

Так, Кушинг предложил степенную модель запас-пополнение, в которой показатель степени является показателем влияния величины запаса на пополнение. Шепард пришел к выводу, что модели Рикера, Бивертона-Холта и Кушинга сходны по структуре и записал их в обобщенном виде.

В более поздних моделях отражено влияние на пополнение кормовой базы водоемов, неравномерность роста и полового созревания рыб, более сложная зависимость воспроиз-

изводства от плотности запаса, особенно в условиях внутривидовой пищевой конкуренции и т.д.

1.5.6. Рассмотрим, как определить допустимую интенсивность вылова с учетом закономерностей пополнения промыслового стада с применением математической модели Рицера (1.13).

Из анализа уравнения следует, что максимальное значение пополнения

$$R_m = 0.37 \frac{a}{b}, \quad (1.14)$$

когда нерестовый запас равен $1/b$.

Уровень замещающей численности получают, подставляя $R = N_p$ в (1.13):

$$N_3 = \frac{\ln a}{b}. \quad (1.15)$$

В общем случае допустимая интенсивность вылова, как отношение допустимого изъятия к величине запаса, равна

$$[I_B] = \frac{R - N_3}{R + N_p}. \quad (1.16)$$

После подстановки в выражение (1.16) входящих в нее показателей и некоторых преобразований получим:

$$[I_B] = \frac{a \cdot \exp(-bN_p) - \frac{\ln a}{b} N_p}{a \cdot \exp(-bN_p) + 1}. \quad (1.17)$$

Выражение (1.16) можно записать для случая максимального пополнения промыслового стада R_m :

$$[I_B] = \frac{R_m - N_{3m}}{R_m + N_{pm}}, \quad (1.18)$$

где N_{3M} - замещающая численность пополнения при максимальном уровне пополнения R_M ; N_{pM} - численность нерестового запаса $1/b$ при максимальном уровне пополнения R_M .

После подстановки в выражение (1.18) входящих в него показателей получим:

$$[I_B]_M = \frac{0.37 a/b - b \ln(a/b)}{0.37a + 1}. \quad (1.19)$$

Для любой численности нерестового стада

$$[I_B] = \frac{a \cdot \exp\left(-\frac{N_p}{N_{pM}}\right) - \frac{\ln a}{N_p/N_{pM}}}{a \cdot \exp\left(-\frac{N_p}{N_{pM}}\right) + 1}. \quad (1.20)$$

1.5.7. С применением (1.20) на рис. 1.10 построены графики для оценки допустимой интенсивности вылова $[I_B]$ в зависимости от отношения фактической численности N_p нерестового стада и нерестового запаса N_{pM} при максимальной возможной численности пополнения.

1.5.8. Модели запас-пополнение можно использовать для построения кривых устойчивого улова. Для одновозрастного запаса кривые строят с учетом оценки соответствующих величин замещающего уровня N_3 в соответствии с выражением (1.15):

$$Y = R - N_3. \quad (1.21)$$

Для многовозрастного запаса уравнение кривой устойчивого улова имеет вид:

$$Y = R - \varphi_M N_p, \quad (1.22)$$

где N_p - величина нерестового запаса; Φ_M - естественная убыль запаса

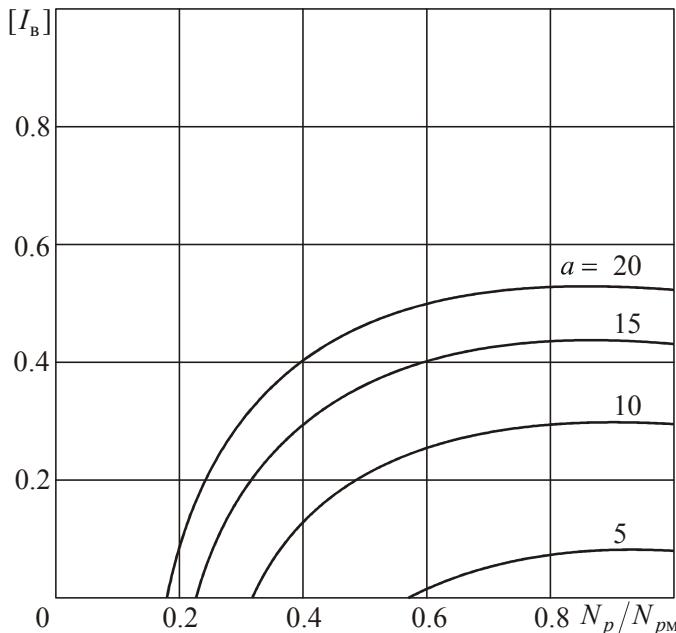


Рис 1.10 Зависимость допустимой интенсивности вылова $[I_B]$ от отношения фактической численности N_p нерестового стада и нерестового запаса N_{pm} при максимально возможной численности пополнения для различных значений эмпирического коэффициента a

Построение кривых устойчивого улова на основе моделей запас-пополнение иногда имеет преимущество по сравнению с кривыми, полученными с помощью других классов моделей.

Как и статические продукционные модели, модели запас-пополнение позволяют увязывать каждую точку кривой устойчивого улова с некоторым значением коэффициента мгновенной промысловой смертности.

1.6. Комбинированные модели на основе аналитических и производственных моделей, моделей запас-промысел

1.6.1. Основные классы моделей уравновешенного улова не противоречат друг другу, и можно разрабатывать комбинированные модели, которые объединяют принципы различных классов моделей.

1.6.2. Одна из первых комбинированных моделей принадлежит Бивертону и Холту, которые объединили аналитические модели с моделями запас-пополнение. Такая модель позволяет определять уравновешенный улов не только в функции показателей роста, естественной и промысловой смертности, но и показателей пополнения промыслового стада.

1.6.3 Уолтерс предложил более гибкую комбинированную модель с введением в аналитические модели различных зависимостей запас-пополнение и два вида закона роста.

1.6.4. Шепард построил комбинированную модель, в которую включил непрерывную производственную модель и учел связь пополнения с нерестовым запасом как в моделях запас-пополнение. Такая модель позволяет, в частности, определить максимальное значение коэффициента мгновенной промысловой смертности, при котором еще можно вести равновесный промысел.

1.6.5. Продукционные модели обычно требуют для разработки доступную информацию об уловах и промысловом усилии, но прямо не учитывают процессы, вызывающие изменения в запасе. Аналитические модели, наоборот, позволяют дифференцированно рассматривать такие процессы (роста, естественной и промысловой смертности).

Деризо совместил достоинства обоих классов моделей. Он разработал способ построения производственных моделей с применением соотношений аналитических моделей популяций со сложной возрастной структурой. Модели Деризо учитывают неравномерность роста и полового созревания рыб и, соответственно, вместо мгновенного пополнения, растянутое на несколько лет пополнение. В наиболее общем виде модели

Деризо содержат восемь параметров, которые имеют конкретный биологический смысл и определяются только по данным биопромысловой статистики.

1.6.6. Шнюте, на основе идей Деризо, попытался разработать общий подход к разработке моделей одного класса. При этом он предложил использовать при построении моделей наилучшие модели пополнения, роста и выживания в соответствии с особенностями объекта лова.

С учетом принятых допущений при описании процессов динамики запаса, для одного объекта лова можно строить от двух до семи моделей разной степени сложности.

1.6.7. Один из подходов к разработке комбинированных моделей предложил В.К. Бабаян. Такой подход реализуют не в виде самостоятельной модели, а расчетной процедуры с использованием частных моделей в виде отдельных блоков. Такой подход в разработке моделей В.К. Бабаян назвал гибким динамическим подходом (ГДП). В частности, с применением такого подхода можно решать задачи прогнозирования запасов, например, с использованием динамических продукционных моделей.

1.6.8 Сисенвайн и Шепард предложили способ разработки статической продукционной модели улова в функции коэффициента мгновенной промысловой смертности. Способ учитывает также возрастную структуру популяции, темп весового роста рыб, селективность рыболовства и зависимость пополнения от нерестового запаса.

При построении модели использованы все три зависимости для уравновешенного состояния запасов:

- улова на единицу пополнения промыслового стада в функции коэффициента мгновенной промысловой смертности;
- запаса на единицу пополнения промыслового стада в функции коэффициента мгновенной промысловой смертности;
- пополнения от запаса.

Первые два типа моделей относятся к аналитическим, последняя - к моделям запас-пополнение.

Исходными данными для построения моделей служат данные расчетов одним из методов когортного анализа численности пополнения и биомассы нерестового запаса по годам промысла. С использованием этих данных с применением одной из моделей запас-пополнение определяют параметры (коэффициенты) этой модели. После этого с применением одной из аналитических моделей строят кривые улова на единицу пополнения или запаса на единицу пополнения в функции коэффициента промысловой смертности. По полученным данным определяют равновесные значения биомассы запаса, а по ним равновесные значения пополнения. Наконец, по этим данным рассчитывают и строят кривые для уравновешенного улова в функции коэффициента промысловой смертности.

Рассмотренный метод отличается использованием различных математических моделей теории рыболовства и учетом основных процессов формирования прибавочной продукции. При этом продукция зависит от численности и состава запаса в условиях равновесного состояния запаса и промысла.

1.7. Комбинированные модели на основе взаимосвязи интенсивности и селективности рыболовства

1.7.1. В 1.6 рассмотрены комбинированные модели, основанные на сочетании основных типов моделей - аналитических, продукционных, запас-промысел с привлечением методов когортного анализа. В свою очередь, многие модификации этих типов моделей также можно считать комбинированными, т.к. в них использованы модели элементарных процессов - пополнения, роста, естественной смертности, интенсивности и селективности рыболовства.

1.7.2. Рассмотрим здесь другие, в т.ч. элементарные комбинированные модели, которые увязывают между собой показатели интенсивности и селективности рыболовства.

1.7.3. Запишем сначала выражение для интенсивности вылова как отношения числа рыб в улове к среднему числу рыб данного вида в запасе с учетом селективности лова:

$$I_B = I_{HC} \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} g(l) S(l) dl = I_{HC} I_c, \quad (1.23)$$

где I_{HC} - интенсивность вылова при условно неселективном промысле; $g(l)$ функция плотности распределения размерного состава облавливаемой популяции; $S(l)$ - функция кривой селективности орудия лова; I_c - коэффициент, учитывающий влияние селективности лова на интенсивность вылова.

Графическая интерпретация уравнения (1.23) приведена на рис. 1.11.

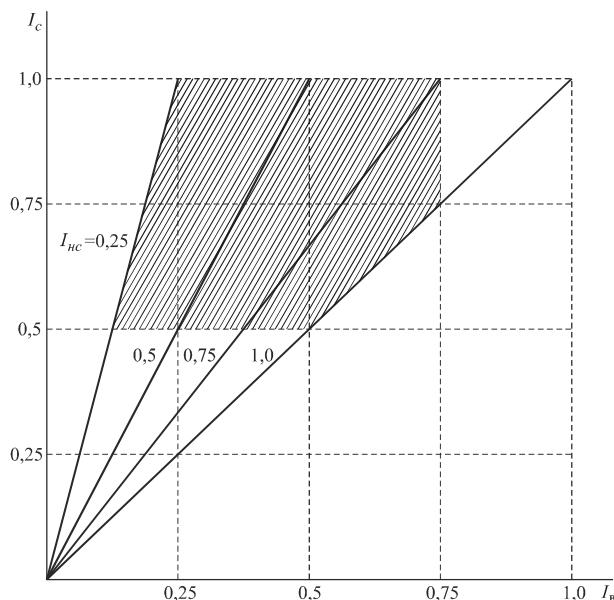


Рис. 1.11. Зависимость между общей интенсивностью вылова I_B , интенсивностью вылова при условно неселективном лове I_{HC} и коэффициентом I_c влияния селективности на интенсивность вылова.

1.7.4. Представляет интерес не только связь результирующей интенсивности вылова с селективностью, но и такая связь раздельно для рыб промысловых и непромысловых размеров.

Введем понятие интенсивности вылова для рыб промысловых размеров $I_{\text{п}}$, интенсивности вылова для рыб непромысловых размеров $I_{\text{пп}}$. Определим их через доли рыб соответственно промысловых и непромысловых рыб в запасе (а не через общую величину рыб в запасе):

$$I_{\text{п}} = I_{\text{nc}} \frac{\int_{l_{\text{пп}}}^{l_{\text{макс}}} g(l)S(l)dl}{\int_{l_{\text{пп}}}^{l_{\text{макс}}} g(l)dl}; \quad (1.24)$$

$$I_{\text{пп}} = I_{\text{nc}} \frac{\int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{пп}}} g(l)S(l)dl}{\int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{пп}}} g(l)dl}. \quad (1.25)$$

Если $I_{\text{п}}$ и $I_{\text{пп}}$ известны, и они находятся в некотором произвольном соотношении, то интенсивность вылова

$$I_{\text{в}} = I_{\text{пп}} \int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{пп}}} g(l)dl + I_{\text{п}} \int_{l_{\text{пп}}}^{l_{\text{макс}}} g(l)dl. \quad (1.26)$$

1.7.5. Имеет значение оценка связи $I_{\text{п}}$ и $I_{\text{пп}}$, с одной стороны, ухода $n_{\text{п}}$ через ячейку рыб промысловых размеров и прилова $n_{\text{пп}}$ рыб непромысловых размеров, с другой. Сравнивая выражения для соответствующих величин, получим

$$I_{\text{п}} = I_{\text{nc}} (1 - n_{\text{п}}). \quad (1.27)$$

$$I_{\text{пп}} = I_{\text{нс}} n_{\text{пп}} \frac{\frac{\int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{макс}}} g(l) S(l) dl}{\int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{макс}}} g(l) dl}}{n_{\text{пп}}} . \quad (1.28)$$

1.7.6. Интенсивность вылова рыб промысловых размеров и интенсивность вылова рыб непромысловых размеров часто должны находиться в определенном соотношении, в частности, для того, чтобы соответствовать заданным допустимым значениям.

Установим связь между $I_{\text{п}}$ и $I_{\text{пп}}$, определим, какими путями можно регулировать соотношение между ними. Сравнивая выражения (1.27) и (1.28), получим:

$$\frac{I_{\text{п}}}{I_{\text{пп}}} = \frac{\frac{\int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{макс}}} g(l) S(l) dl}{\int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{макс}}} g(l) dl}}{\frac{\int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{макс}}} g(l) dl}{\int_{l_{\text{мин}}}^{l_{\text{макс}}} g(l) S(l) dl}} . \quad (1.29)$$

1.7.7. Иногда целесообразно раздельное определение интенсивности вылова рыб непромысловых и промысловых размеров, их регулирования интенсивностью и селективностью рыболовства. Соответственно, актуальна оценка области регулирования рыболовства только интенсивностью и только селективностью и тем и другим одновременно.

Регулирование $I_{\text{п}}$ и $I_{\text{пп}}$ интенсивностью промысла целесообразно, когда можно в широком диапазоне изменять промысловое усилие и при этом обеспечить необходимые значения $I_{\text{п}}$, $I_{\text{пп}}$, улова без регулирования селективности.

Регулирование рыболовства изменением только интенсивности промысла ограничено по следующим причинам:

- не всегда возможно и целесообразно значительное изменение интенсивности промысла;

- интенсивностью промысла нельзя регулировать соотношение между интенсивностью вылова рыб промысловых и непромысловых размеров;
- величина пополнения, величина и состав промыслового стада ежегодно меняются; следовательно, в общем случае необходимо ежегодно изменять не только интенсивность вылова, но и селективность рыболовства как фактора регулирования состояния запасов, состава и качества улова.

Регулирование $I_{\text{пп}}$ и $I_{\text{пп}}$ только селективностью целесообразно, когда промысловое усилие и уловы должны быть стабильны, а селективностью лова необходимо обеспечить сравнительно небольшие колебания $I_{\text{пп}}$, $I_{\text{пп}}$ и их соотношения. При этом селективностью лова в основном регулируют интенсивность вылова $I_{\text{пп}}$ и $I_{\text{пп}}$. Эти показатели при стабильном промысловом усилии, изменяются при колебаниях размерного состава облавливаемых скоплений, величины улова, биометрических характеристик тела рыбы и т.д.

Регулирование только селективностью лова целесообразно также, когда $I_{\text{пп}}$ и $I_{\text{пп}}$ (или одно из них) не задают, но необходимо обеспечить определенный видовой, половой и размерный состав улова.

Чаще $I_{\text{пп}}$ и $I_{\text{пп}}$ целесообразно регулировать одновременно интенсивностью и селективностью рыболовства. Желательно при этом регулированием интенсивности лова войти в диапазон допустимых значений $I_{\text{пп}}$ и $I_{\text{пп}}$, а селективностью лова обеспечить конкретные значения $I_{\text{пп}}$ и $I_{\text{пп}}$.

Регулированием селективности лова иногда компенсируют возможные, но нежелательные, изменения интенсивности промысла.

2. ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ТЕОРИИ РЫБОЛОВСТВА

2.1. Дискретные модели с переменным пополнением

2.1.1. Принципы создания дискретных динамических моделей заложены А.Н. Державиным и другими учеными при разработке биостатистических и биопромысловых методов и моделей. Впоследствии более совершенные модели разработали Г.Н. Монастырский, Г.В. Никольский, Ю.Е. Лапин, В.В. Меншуткин, В.К. Бабаян и другие ученые.

Опишем особенности двух групп дискретных динамических моделей - с независимым пополнением и с элементами саморегулирования.

2.1.2. В математических моделях с независимым пополнением не учитывают влияние пополнения на величинунерестового запаса. Кроме того, рост рыбы не связан с условиями внешней среды. Состояние возрастной группы рыб характеризуется только численностью особей. Пополнение R_t в год t может поступать не только в первую возрастную группу, но и в последующие группы.

2.1.3. В дискретных уравнениях для оценки запаса каждой возрастной группы в определенный год учтено изменение по годам и возрастным группам пополнения, коэффициента естественной и промысловой смертности. В одном из них учтен также прирост массы по возрастным группам.

2.1.4. Запишем сначала дискретное уравнение с независимым пополнением для численности каждой $t+1$ возрастной группы в начале $i+1$ года. Используем для этого данные о состоянии этой группы в начале года i , когда пополнение стада происходит мгновенно в любое время года:

$$N_{i+1,t+1} = N_{i,t} \exp(- (M_t + F_{\text{nci}} F_{\text{ct}})) + \\ + R_i r_{i,t} \exp(- (n_t M_t + (n_t)^x F_{\text{nci}} F_{\text{ct}})) , \quad (2.1)$$

где $N_{i,t}$ - численность рыб возраста t в начале года i ; M_t - коэффициент мгновенной естественной смертности в возрасте t ; F_{hci} - коэффициент мгновенной промысловой смертности при условно неселективном лове в год i ; F_{ct} - ордината кривой селективности для рыб возраста t ($s_t = F_{\text{ct}}$); n_t - доля времени за год, когда пополнение подвергается облову; $(n_t)^x$ - доля времени за год с естественной смертностью пополнения; $r_{i,t}$ - доля пополнения возраста t в год i .

Когда стадо пополняется непрерывно в течение всего года:

$$N_{i+1,t+1} = \exp(- (M_t + F_{\text{hci}} F_{\text{ct}})) \times \\ \times \left[N_{i,t} R_{i,t} r_{i,t} \left(1 + \frac{M_t + F_{\text{hci}} F_{\text{ct}}}{2} \right) \right], \quad (2.2)$$

2.1.5. Запишем далее другую дискретную модель с независимым пополнением. Будем считать, что средняя численность возрастной группы в год i равна средней арифметической запаса N_i и запаса N_{i+1} , а средняя масса рыбы в тот же год равна средней арифметической массы m_i в начале года i и массы m_{i+1} в начале года $i+1$.

Тогда вылов в год i возрастной группы t при мгновенном пополнении:

$$c_{i,t} = F_{\text{hci}} F_{\text{ct}} \frac{m_t + m_{t+1}}{4} \left[N_{i,t} [1 + \exp(- (M_t + F_{\text{hci}} F_{\text{ct}}))] \right] + \\ + R_i r_{i,t} \exp(- (n_t M_t + (n_t)^x F_{\text{hci}} F_{\text{ct}})); \quad (2.3)$$

при непрерывном пополнении:

$$N_{i+1,t+1} = \exp(- (M_t + F_{\text{hcl}} F_{ct})) \times \\ \times \left[N_{i,t} R_{i,t} r_{i,t} \left(\frac{2 + M_t + F_{\text{hcl}} F_{ct}}{2 \exp(M_t + F_{\text{hcl}} F_{ct})} \right) \right]. \quad (2.4)$$

2.1.6. Состояние рассмотренных моделей с независимым пополнением определяется выловом различных возрастных групп. С помощью моделей для каждого года i строят изоплетную диаграмму вылова в координатных осиях $F_{\text{hc}} - A$. При необходимости эту диаграмму совмещают с гистограммами возрастного состава улова для различных сочетаний F_{hc} и A . Чтобы воспользоваться уравнениями для всех возрастных групп, следует знать $N_{i,t}$, M_t , $r_{i,t}$, m_t , величину пополнения R_i и F_{ct} для различного размера ячей. Для каждой возрастной группы задачу решают методом перебора для 5-6 градаций F_{hc} и 5-6 градаций размера ячей A . От диаграммы вылова $F_{\text{hc}} - A$ далее при необходимости переходят к диаграмме вылова $F - A$ с учетом связи F_{hc} и F .

Дискретные уравнения так же, как модификации уравнения Баранова-Бивертона-Холта, позволяют оценить улов на единицу пополнения. Для этого суммируют улов всех возрастных групп и делят на суммарную численность пополнения $\sum R_i r_{i,t}$. Такая оценка служит для сравнения уравновешенного улова с неуравновешенным уловом на единицу пополнения при одинаковых значениях F и A .

2.1.7. Простейшая дискретная модель с независимым пополнением, по сравнению с непрерывными моделями, позволяет задавать пополнение в любой функции времени, а рост и естественную смертность рыбы, селективность рыболовства в любой функции возраста.

2.1.8. Дискретные модели с элементами саморегулирования учитывают обратную связь в системах управления рыболовством, т.е. зависимость пополнения от численности промыслового стада и условий внешней среды.

Одна из таких моделей разработана В.В. Меншуткиным.

В соответствии с моделью пополнение зависит от численности нерестовой популяции, смертность неполовозрелой рыбы - от количества хищников и других причин, темп роста рыб - только от возраста и т.д.

По заданным исходным данным определяют динамику численности возрастных групп и численности популяции в целом.

Дискретная модель популяции с элементами саморегулирования объясняет некоторые особенности динамики численности популяций, но не всегда дает достаточно точные количественные результаты.

2.1.9. Дальнейшее усложнение моделей с элементами саморегулирования связано с учетом переменного роста рыб одного поколения в зависимости от взаимного влияния смежных поколений, состояния сырьевой базы и т.д. Одну из таких моделей разработал В.В. Меншуткин. Она позволяет рассматривать динамику численности популяции с энергетической точки зрения, а также перейти от моделирования популяции к моделированию водных сообществ.

Еще более сложные модели такого типа разработаны на основе когортного анализа и динамических версий аналитических и продукционных моделей.

2.1.10. Дискретные уравнения целесообразно использовать вместо модификаций уравнения Бивертона-Холта при нестационарных колебаниях величины пополнения и при стационарных с коэффициентом вариации пополнения более 0,25-0,30. Дискретные уравнения иногда предпочтительнее и при меньших колебаниях пополнения, т.к. позволяют ежегодно корректировать не только величину пополнения, но и возрастной состав стада, показатели роста и естественной смертности рыб.

2.1.11. При управлении рыболовством с применением дискретных уравнений фактическое состояние запаса полезно сравнивать с численностью и составом запаса для уравновешенного состояния запаса и промысла.

При стабильных условиях обитания рыб в промысловых водоемах численность и состав запаса обычно должны быть близки к тем же показателям для уравновешенного состояния запаса. При этом, кроме состояния запаса, необходимо учитывать прогноз пополнения и условий внешней среды. От этих факторов зависит допустимое отклонение состояния запаса от равновесного и характер движения к этому состоянию.

2.2. Методы когортного анализа

2.2.1. Методы когортного анализа основаны на последовательном восстановлении численности отдельных поколений по данным о возрастном или размерном составе уловов. Обычно когортный анализ применяют при лове отцепывающими орудиями.

Во всех современных методах когортного анализа, кроме данных о возрастном или размерном составе уловов за несколько лет, используют основные уравнения, вытекающих из формальной теории жизни рыб Ф.И. Баранова:

$$N_{i+1} = N_i \exp(-(F_i + M)); \quad (2.5)$$

$$c_i = \frac{N_i F_i}{F_i + M} [1 - \exp(-(F_i + M))], \quad (2.6)$$

где N_i , N_{i+1} - численность поколения в начале соответственно i -го и $(i+1)$ года; c_i - улов рассматриваемого поколения в год i ; F_i - коэффициент мгновенной промысловой смертности в год i ; M - постоянный для всех возрастных групп одного поколения коэффициент мгновенной естественной смертности.

В оригинальном виде эти выражения применяют в одном из вариантов когортного анализа - виртуально-популяционном анализе (VPA). Современная интерпретация этого метода принадлежит Галланду и Шумахеру.

Чаще применяют упрощенный вариант VPA, который называют когортным анализом Поупа. В этом варианте глад-

кая экспоненциальная функция изменения численности поколения со временем заменена ступенчатой, что упрощает процедуру расчетов. С учетом упрощений выражение (2.5) принимает вид:

$$N_i = N_{i+1} \exp(M) + c_i \exp(M/2). \quad (2.7)$$

Уравнение (2.6) можно также упростить, если считать, что промысел приходится на середину года:

$$c_i = F_i N_i \exp(M/2). \quad (2.8)$$

2.2.2. В общем случае в вариантах когортного анализа задают:

- общий вылов по годам промысла в штучном выражении;
- возрастной состав уловов по годам промысла;
- коэффициент мгновенной естественной смертности, постоянный или переменный для различных возрастных групп;
- коэффициент мгновенной промысловой смертности (или численность) одной из возрастных групп.

Коэффициенты мгновенной естественной и промысловой смертности для различных возрастных групп первоначально задают приближенно. Соответственно при этом получают приближенные результаты. Затем во многих методах первоначальные результаты уточняют с применением настройки (прогонки).

2.2.3. По результатам когортного анализа, кроме коэффициентов мгновенной промысловой и общей смертности, для всех возрастных групп, определяют также численность поколений по годам промысла.

Если известна дополнительная информация, например, по весовому росту, темпам полового созревания, селективности рыболовства, величине промыслового усилия, то можно получить биомассу (а не только численность) всего запаса или его промысловой (нерестовой) части.

2.2.4. Последовательное восстановление численности поколений можно начинать с любой возрастной группы и проводить как вперед к старшим возрастным группам, так и назад, т.е. к младшим возрастным группам. Обычно начинают восстанавливать численность поколений от старших возрастных групп к младшим, чтобы в процессе расчетов ошибки в оценке коэффициента промысловой смертности не накапливались.

Для старшей возрастной группы задают стартовое значение коэффициента промысловой смертности. Часто стартовое значение принимают одинаковым для всех старших возрастных групп, которые полностью удерживает орудие лова. В этом случае коэффициент

$$F = \ln \frac{c_{fi}}{c_{f(i+1)}} - M , \quad (2.9)$$

где c_{fi} и $c_{f(i+1)}$ - численность уловов на единицу усилия двух последовательных возрастных группах одного поколения.

Расчеты стартового значения F обычно дают низкую точность из-за ошибок определения возраста и улова старших возрастных группах. Кроме того, в старших возрастных группах коэффициент мгновенной естественной смертности M может быть значительно больше среднего значения. Соответственно, для этих возрастных групп M необходимо принимать переменным для старших возрастных групп.

При оценке стартовых значений F учитывают, что влияние стартовых значений коэффициента промысловой смертности практически не оказывается уже в 3-4 возрастной группе, начиная со старшей группы.

2.2.5. Основная сложность практического применения исходных вариантов когортного анализа связана с применением итерационных процедур настройки. Такая настройка служит для уточнения стартовых значений коэффициента промысловой смертности и устранения ошибок оценки численности поколений, обусловленных этими ошибками.

В процессе настройки сначала выполняют расчеты со стартовым значением F . Полученные оценки численности возрастных групп по годам промысла и соответствующие им коэффициенты мгновенной промысловой смертности используют для уточнения стартовых коэффициентов промысловой смертности. Эти новые коэффициенты служат исходными значениями стартовых коэффициентов на очередной итерации (прогонке). Расчет повторяют, пока значения коэффициентов существенно изменяются, по сравнению с предыдущими значениями коэффициентов.

Иногда в процессе настройки привлекают дополнительную информацию, например, об уловах на промысловое усилие.

2.2.6. К простейшим методам настройки относится различные варианты метода среднемноголетних значений коэффициента мгновенной промысловой смертности. Методы этой группы используют, когда нет дополнительной информации о промысле. В настоящее время этот метод практически не применяется.

Вторая группа методов настройки предусматривает использование в качестве дополнительной информации данных о промысловом усилии. При этом учитывают, что коэффициент промысловой смертности $F = qf$ (где q - коэффициент улавливаемости).

Известны две разновидности этих методов. В первом случае коэффициент улавливаемости постоянен, и настройка приближает значения коэффициентов мгновенной промысловой смертности к линейной зависимости от промыслового усилия. Во втором случае коэффициент улавливаемости переменный, и дополнительно используют данные об уловах на промысловое усилие или другую разнородную информацию.

Третья группа объединяет методы раздельного (сепарабельного) анализа VPA (SVPA), предложенные Поупом и Шепардом. В соответствии с этими методами коэффициент мгновенной промысловой смертности представляют в виде произведения. В него входит общий для рассматриваемого года промысла коэффициент промысловой смертности при

условно неселективном лове и коэффициент влияния селективности, численно равный соответствующей ординате кривой селективности:

$$F_{i,t} = F_{\text{nci}} s_t, \quad (2.10)$$

где F_{nci} - коэффициент мгновенной промысловой смертности при условно неселективном лове, пропорциональный промысловому усилию для года промысла i ; $s_t = F_{ct}$ - ордината кривой селективности рыболовства для возраста рыбы t (коэффициент влияния селективности).

Такое представление мгновенного коэффициента промысловой смертности позволяет уменьшить количество неизвестных параметров и сократить объем необходимой исходной информации.

При сепарабельном анализе процедура настройки непосредственно входит в общую расчетную схему. Различные разновидности сепарабельного анализа позволяют:

- рассчитывать численность запаса не только через величину улова, но величину F_{nc} , который является одной из мер промыслового усилия;
- оценивать запасы при значительных ошибках данных по возрастному составу уловов и при отсутствии дополнительной информации (данных по промысловому усилию, результатов учетных и промысловых съемок);
- определять величину коэффициента мгновенной естественной смертности также без привлечения дополнительной информации;
- оценивать запасы при периодическом облове различных возрастных групп при не ежегодном нересте (например, осетровых);
- применять когортный анализ при многовидовом промысле.

Значительный вклад в развитие методов SVPA анализа внес Д.А. Васильев.

В настоящее время сепарабельный когортный анализ - один из основных в практике рыбохозяйственных исследований.

Известны новые варианты сепарабельного когортного анализа без процедуры настройки, разработанные в АГТУ. Они основаны, прежде всего, на знании селективных свойств рыболовства. При этом считают известными кривые селективности рыболовства и характер зависимости коэффициента мгновенной промысловой смертности и коэффициента мгновенной естественной смертности от возраста. Погрешности результатов расчета селективности и естественной смертности рыб практически всегда меньше погрешности данных об уловах и уловах на промысловое усилие.

Кроме того, для устранения погрешности исходной информации предусмотрена процедура коррекции коэффициента промысловой смертности при условно неселективном лове F_{nc} .

В результате расчетов определяют ежегодные значения мгновенного коэффициента промысловой смертности при условно неселективном промысле $F_{\text{nc},t}$ и численность поколений $N_{i,t}$ по отдельным возрастным группам, а также численность запаса по годам промысла.

Этот вариант сепарабельного когортного анализа можно применять с использованием уравнений формальной теории жизни рыб, уравнений Поупа или их комбинаций.

2.2.10. Запишем сначала выражения Поупа (2.8) для двух возрастных групп поколения в сепарабельном варианте, считая, что коэффициент мгновенной естественной смертности M зависит от возраста t , а F_{nc} в различные годы промысла неодинаков:

$$c_{i,t} = F_{\text{nc},i} s_t N_{i,t} \exp(-M_t/2), \quad (2.11)$$

$$c_{i+1,t+1} = F_{\text{nc},i+1} s_{t+1} N_{i+1,t+1} \exp(-M_{t+1}/2). \quad (2.12)$$

Выразим отношения коэффициента промысловой смертности при условно неселективном лове за два последующих года через отношения уловов на промысловое усилие за те же годы:

$$F_{\text{nc}i+1} = \frac{c_{fi+1}}{c_{fi}} F_{\text{nc}i}. \quad (2.13)$$

Подставим выражение из (2.13) в (2.12) и разделим (2.12) на (2.11):

$$\frac{N_{i+1,t+1}}{N_{i,t}} = \frac{f_{i+1}s_t \exp(-M_t/2)}{f_i s_{t+1} \exp(-M_{t+1}/2)}. \quad (2.14)$$

Отношение тех же составляющих запаса можно получить, представив в сепарабельном виде выражение (2.7):

$$\frac{N_{i+1,t}}{N_{i,t}} = \frac{1 - s_t F_{\text{nc}i}}{\exp(M_t)}. \quad (2.15)$$

Приравнивая правые части (2.14) и (2.15), получим

$$F_{\text{nc}i} = \frac{1}{s_t} \left[1 - \frac{f_{i+1}s_t}{f_i s_{t+1}} \exp\left(\frac{M_t + M_{t+1}}{2}\right) \right]; \quad (2.16)$$

С учетом (2.8) и (2.16)

$$N_{i,t} = \frac{c_{i,t}}{\left[1 - \frac{f_{i+1}s_t}{f_i s_{t+1}} \exp\left(\frac{M_t + M_{t+1}}{2}\right) \right] \exp(-M_t/2)}. \quad (2.17)$$

Для получения всех необходимых результатов расчеты с применением выражений (2.16) и (2.17) повторяют с учетом ординат кривых селективности для других возрастных групп рыб t и для различных лет промысла i .

Для каждого года промысла с применением выражения (2.10) определяют коэффициент мгновенной промысловой смертности для различных возрастных групп рыб. Как следу-

ет из (2.10), ординаты полученной кривой этого коэффициента, в принципе, должны отличаться от ординат кривой селективности рыболовства на постоянную величину F_{nci} . Эта закономерность позволяет по виду кривых селективности рыболовства корректировать кривую мгновенного коэффициента промысловой смертности в функции возраста рыбы. Корректировка может быть очень существенной, особенно при больших и малых значениях ординат кривой селективности. При такой корректировке необходимо учитывать, что наименьшие погрешности ординат самой кривой селективности наблюдаются в средней части кривой.

Рассмотренный способ позволяет решать задачи с использованием данных ограниченной точности, по небольшому количеству возрастных групп и с пропуском исходных данных. После корректировки кривой мгновенного коэффициента промысловой смертности пересчитывают значения составляющих запаса.

Результат когортного анализа без процедуры настройки во многом зависит от качества данных о селективных свойствах рыболовства.

Выражения (2.16) и (2.17) являются наиболее общими. Их можно использовать также, если принять коэффициент мгновенной естественной смертности не зависящим от возраста, а F_{nci} и селективные свойства рыболовства постоянны в течение расчетного периода лет.

Полученные выражения иногда нельзя использовать для старших возрастных групп, когда s_{t+1} и s_t близки по величине или равны. Поэтому наиболее точны результаты расчетов для ординат кривой селективности интервале от 0,2 до 0,8.

Рассмотренный способ когортного анализа особенно полезно применять при ограниченном или плохом качестве исходной информации, при исследовании многовидовых стад рыб и т.д.

На практике из-за погрешностей промысловой статистики применение метода SVPA без процедуры настройки не

всегда возможно. Применение процедуры настройки требует применения дополнительной информации, качество которой не всегда удовлетворительно.

2.2.11. Кроме рассмотренного метода сепарабельного VPA (SVPA), известен метод мгновенного сепарабельного VPA (ISVPA), разработанный в 1997г. З.М. Кизнером и Д.А. Васильевым. Метод более устойчив к погрешностям исходной информации. Это возможно благодаря более корректному выбору информации о селективности лова, специальной процедуры оценки параметров модели, применения более устойчивой к ошибкам в исходных данных целевой функции.

2.2.12. Известны и другие методы когортного анализа.

Например, распространен когортный анализ Джонса с расчетами величины поколений не по возрастным, а размерным группам. Спар предложил многовидовой когортный анализ. Он позволяет оценивать запас с учетом многовидового состава облавливаемых скоплений и использованием информации о трофическом взаимодействии между видами. Этот метод получил развитие в работах других ученых, особенно Д.А. Васильева.

Гаварис разработал ADAPT-метод. Он позволяет получить единственное решение благодаря широкому привлечению необходимой дополнительной информации. Метод содержит не определенный алгоритм расчетов, а методику разработки специализированных моделей, адаптированных к условиям решения конкретной задачи. Считают, что этот метод является одним из наиболее удачных методов несепарабельного когортного анализа.

2.2.13. В целом по применению когортного анализа можно сделать следующие замечания, которые в большей степени относятся к несепарабельным вариантам анализа.

а. Когортный анализ следует применять, прежде всего, при отсутствии надежных данных по промысловому усилию. Кроме того, другие расчетные методы (производственные, биопромысловой статистики, с применением динамических дискретных моделей) по разным причинам приме-

нить невозможно или они дают плохие результаты.

- б. Когортный анализ чаще дает хорошие результаты при оценке запаса с высокой промысловой смертностью. В этом случае, в частности, меньшие требования предъявляют к точности оценки естественной смертности.
- в. Завышенная оценка естественной смертности дает большие погрешности оценки запаса, чем заниженная.
- г. Процедура последовательных расчетов методами когортного анализа с процедурами настройки не позволяет иметь пробелы в исходных данных о величине уловов за время жизни поколения. Если такие пробелы имеются (обычно в старших возрастных группах), то или расчеты начинают в возрастной группе, предшествующей пробелу, или пробелы заполняют произвольными цифрами, учитывающими уменьшение величины уловов с возрастом рыб (полезно предварительно строить кривые уловов поколения).
- д. При использовании когортного анализа иногда полезно упорядочить число возрастных групп по всем поколениям, т.к. число возрастных групп влияет на результаты расчетов. Число возрастных групп n предлагают увязывать с величиной мгновенного коэффициента естественной смертности рыб M ($n = 3/M$). Например, при $M = 0.4$ учитывают 8 возрастных групп поколения.
- е. В общем случае часть возрастных групп рыб облавливают селективно, а часть не селективно. Соответственно, вычисления следует вести по формулам отдельно для селективно и не селективно облавливаемых рыб.

2.3. Динамические продукционные модели

2.3.1. Рассмотренные в первой части продукционные модели применяют для описания равновесного состояния запаса и промысла. Разработаны также динамически продукционные модели. Они служат для исследования не только уравновешенного состояния запаса и промысла, но и неуравновешенного, в том числе при переходе от одного равновесного состояния к другому.

2.3.2. Одна из первых динамических продукционных моделей принадлежит Уолтерсу. При разработке такой модели он рассматривал биомассу запаса как непрерывную функцию времени $B = B(t)$. На основе продукционной модели Шефера он получил после интегрирования следующее выражение для величины улова:

$$Y_i = \frac{qfB_m}{k} (k - qf) + \frac{qfB_m}{k} \ln\left(\frac{B_{i-1}}{B_i}\right), \quad (2.18)$$

где q - улавливаемость; f - промысловое усилие; k - мгновенный коэффициент популяционного роста; B_m - максимальная уравновешенная биомасса (емкость среды); B_{i-1} , B_i - биомасса запаса в начале и в конце года i .

Первая составляющая в уравнении (2.18) служит оценкой улова при уравновешенном состоянии, а вторая - учитывает отклонение в большую или меньшую сторону возможного улова от величины улова в уравновешенном состоянии запаса и промысла.

2.3.3. Более общий подход к разработке динамических продукционных моделей предложили Баттерворт и Эндрю. В связи со сложностью оценки параметров модели в предложенной ими системе уравнений В.К. Бабаян и З.И. Кизнер уточнили эту систему:

$$\left. \begin{aligned} B_{i+1} &= B_i + G(B_i) - C_i \\ B_{i+1} &= \frac{c_{f(i+1)} + c_{fi}}{2} \end{aligned} \right\}, \quad (2.19)$$

где c_{fi} и $c_{f(i+1)}$ - средняя величина улова на усилие в год i и в год $i+1$; $G(B_i)$ - интегральная функция, учитывающая мгновенные скорости протекания процессов пополнения, роста, естественной смертности как функций величины запаса.

В выражение (2.19) можно подставить интегральную функцию $G(B_i)$ для логистического закона роста $G(B_i) = kB(1 - B/B_m)$ и получить динамическую версию продукции моделей Шефера. Если записать выражение для экспоненциального закона роста $G(B_i) = kB(1 - \ln B / \ln B_m)$, то получают динамическую версию продукции модели Фокса.

2.3.4. Леонарт с соавторами считали, что если запас не находится в состоянии перелова, то необходимо компенсировать потери от промысла. Способность к адаптации они предложили характеризовать коэффициентом адаптации. Величина коэффициента зависит от отличия необходимого для стабилизации улова от уравновешенного улова. Такой улов находят по кривой устойчивого улова для фактического уровня промыслового усилия. Из этих предпосылок получены динамические версии продукции моделей Шефера и Фокса.

Подобный подход к регулированию рыболовства имеет больше теоретический интерес, чем практический.

2.4. Комбинированные динамические модели

2.4.1. Выделение, по крайней мере, в динамических продукции моделях вида (2.18) статической и динамической составляющей позволяет разрабатывать комбинированные динамические модели. В таких моделях в качестве статической составляющей использую любую модель улова для уравновешенного состояния запаса и промысла, а дина-

мической составляющей - динамическую составляющую из продукционной модели.

2.4.2. В качестве статической составляющей можно принимать непрерывные и дискретные модели.

Если, например, статической составляющей считать непрерывную модель для улова за единицу пополнения (1.1), а динамической - второе слагаемое из уравнения (2.18), то получим уравнение:

$$\frac{Y}{R} = a(l_{\text{np}})^b F_{\text{hc}} \int_{t_n}^{t_{\text{np}}} F_c(t) \exp \left(- \int_{t_n}^t M(t) + F_{\text{hc}} F_c(t) dt \right) \times \\ \times \left[1 - \exp(-k_p(t - t_0)) \right]^b dt + \frac{qfB_m}{k} \ln \left(\frac{B_{i-1}}{B_i} \right) . \quad (2.20)$$

Аналогично, статической составляющей можно считать дискретное уравнение (1.4), а динамической составляющей - вторую составляющую уравнения (2.18) и т.д.

2.5. Методы интерполяции и экстраполяции временных рядов

2.5.1. Колебания запаса можно исследовать методами интерполяции и экстраполяции временных рядов, которые описывают динамику запаса или его показателей.

В общем случае такие ряды являются случайными нестационарными функциями. Однако часто динамику запаса рассматривают, считая процесс стационарным на рассматриваемом интервале. При этом изучают динамику изменения средних значений рассматриваемого показателя.

2.5.2. Известны различные методы интерполяции и экстраполяции временных рядов, которые используют для оценки показателя внутри временного ряда и для прогнозирования показателя. В практике управления рыболовством такие методы дают хорошие результаты, если исходный временной ряд содержит данные более чем за 15-20 лет. Получению хороших результатов способствуют также ограниченные колебания запаса и величин, которые его определяют.

К сожалению, в современных условиях часто наблюдаются нестационарные процессы изменения запасов с небольшими расчетными периодами стационарности, в том числе в связи с изменением условий промысла.

2.5.3. Интерполирование или экстраполяцию временных рядов обычно делят на ряд этапов:

- сбор данных для составления временной последовательности;
- установление особенностей временной последовательности и выбор метода интерполирования и экстраполяции;
- построение модели (прогностической модели экстраполяции);
- оценка значений (прогнозных значений при экстраполяции) рассматриваемой величины и оценка ее точности.

2.5.4. Важнейшее значение имеет методы интерполирования и экстраполяции, когда аппроксимирующая функция в среднем должна наименее отличаться от исходной функции. Критерием оптимальности обычно считают минимум среднеквадратичной ошибки отклонения рассматриваемых функций.

Некоторые методы экстраполирования рассмотрены далее как методы прогнозирования случайных процессов в рыболовстве. Важно отметить, что методы прогнозирования случайных процессов лишь формально относятся к методам экстраполирования временных рядов (например, при замене характеристик показателя случайного процесса его средними значениями).

Часто окончательно метод окончательно выбирают после сравнения результатов прогнозов несколькими методами с помощью ретроспективного анализа или методом обучающей выборки.

В первом случае коэффициенты расчетной прогностической модели сравнивают с эмпирическими значениями.

Во втором случае все эмпирические данные делят на две группы. Данные первой группы используют для оценки

параметров и настройки модели. Данные второй группы используют как контрольные, с которыми сравнивают результаты, полученные с первой группой данных.

2.6. Применение контрольных карт для анализа динамики и регулирования рыболовства

2.6.1. В п. 2.2 методического пособия «МЕТОДЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕОРИИ РЫБОЛОВСТВА. Часть I» приведены примеры применения контрольных карт и последовательного контроля как биопромысловых методов оценки состояния запаса при стационарном состоянии запасов. В необходимых случаях рассматриваемый период изучения запасов разбивали на периоды стационарности и рассматривали их раздельно. Однако эти методы можно использовать для изучения не только стационарных и квазистационарных процессов, но и динамики процессов рыболовства. При этом считают, что они характеризуются неслучайными показателями или принимают во внимание средние значения показателей.

2.6.2. Наиболее просто и в достаточной степени обоснованно динамику процессов можно изучать с применением контрольных карт, рассматривая процессы с трендом, т.е. с направленным изменением изучаемого показателя.

Для решения задачи на контрольную карту, как на рис. 2.1, вышеупомянутого пособия наносят точки, соответствующие значению показателю за рассматриваемый период времени: например год. Как показано в 2.2, это может быть также скользящая средняя, учитывающая значение показателя за два соседних промежутка времени (например, два соседних года).

С учетом полученных точек на контрольную карту можно нанести прямую наклонную линию как среднюю линию процесса (рис. 2.1) и получить уравнение этой выравнивающей линии. Эту линию называют теоретической линией тренда, в отличие от ломаной эмпирической линии. На контрольную карту параллельно средней линии желательно (но не обязательно) нанести две линии K_B и K_H , которые учи-

тывают нормы допустимых колебаний показателя (чаще таких норм нет).

На эту же карту наносят заданные предельные или допустимые значения этого показателя $T_{\text{в}}$ и $T_{\text{н}}$. Если точки перешли верхнюю $T_{\text{в}}$ или нижнюю $T_{\text{н}}$ границу допуска, то процесс необходимо регулировать, чтобы удержать значения показателя в области допустимых значений, т.е. между $T_{\text{в}}$ и $T_{\text{н}}$.

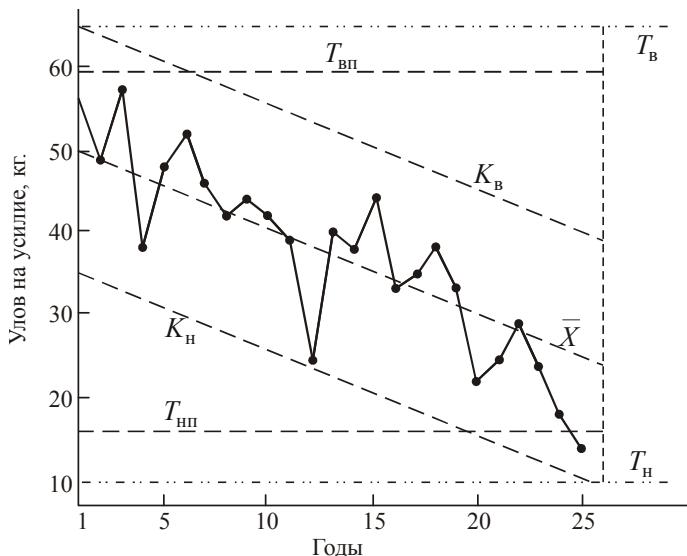


Рис. 2.1. Контрольная карта для анализа и регулирования рыболовства при нестационарном ходе процесса изменения показателя (процесса с трендом).

Например, при завышенной интенсивности промысла величина запаса или улова на промысловое усилие может падать и через несколько лет перейти нижнюю границу допуска $T_{\text{н}}$. Снижением интенсивности промысла можно удержать процесс изменения запаса или промыслового усилия в заданных границах допуска.

Кроме верхней и нижней границы допуска на контрольную карту полезно нанести верхнюю $T_{\text{вп}}$ и нижнюю $T_{\text{пп}}$ предупредительные границы. Такие границы позволяют регулирования начинать раньше, чем значения показателя достигнут границ допуска.

Положение границ допуска и предупредительные границы выбирают с учетом соответствующих показателей и критериев регулирования.

Контрольные вопросы.

1. В чем состоит основная идея формальной теории жизни рыб Ф.И. Бааранова?
2. Чем отличается математическая модель Бивертона-Холта от математической модели Ф.И. Бааранова для оценки улова на единицу пополнения промыслового стада?
3. Запишите и поясните модификацию моделей Бааранова-Бивертона-Холта, разработанную А.В. Мельниковым.
4. Поясните содержание рис. 1.1-1.3. Как их можно использовать для оптимизации интенсивности и селективности рыболовства?
5. Поясните особенности оценки возможного улова и улова на промысловое усилие с применением моделей в дискретной форме.
6. Каковы достоинства и недостатки оценки улова и улова на промысловое усилие с применением моделей в дискретной форме?
7. Запишите и поясните математическую модель для оценки коэффициента использования биомассы поколения промысловых рыб.
8. Поясните содержание рис. 1.5-1.8. Какие задачи они позволяют решать?
9. Каковы основные признаки продукциионных моделей и их основные разновидности?
10. Как в продукциионные модели ввести показатели селективности рыболовства?

11. Охарактеризуйте основные виды моделей запас-пополнение. Какие предпосылки положены в основу построения кривых пополнения Рикера и Бивертона-Холта?
12. Когда возможны кривые пополнения со сглаженным куполом, с крутой правой ветвью кривых, с узким куполом?
13. Какие основные задачи решают с применением модель запас-пополнение?
14. Перечислите и охарактеризуйте основные виды комбинированных моделей на основе аналитических и производственных моделей, моделей запас-пополнение.
15. Перечислите и охарактеризуйте виды комбинированных моделей, основанных на взаимосвязи интенсивности и селективности рыболовства.
16. Когда рыболовство можно регулировать только интенсивностью, только селективностью и одновременно тем и другим способом?
17. Чем отличаются дискретные динамические модели с независимым пополнением и с элементами саморегулирования?
18. Какие показатели входят в дискретные динамические модели?
19. Для какой цели служат дискретные динамические модели?
20. Какие математические модели положены в основу методов когортного анализа?
21. Перечислите основные варианты когортного анализа и их особенности.
22. Какие исходные данные необходимы для когортного анализа?
23. Какие результаты получают при когортном анализе?
24. Поясните процесс восстановления численности поколений и процедур настройки при когортном анализе.
25. Перечислите основные методы настройки при когортном анализе.
26. Каковы особенности сепарабельного когортного анализа без процедуры настройки?

27. Опишите процедуру сепарабельного когортного анализа без настройки, приведенную в п. 2.2.10.
28. В каких случаях применение когортного анализа особенно целесообразно?
29. Опишите динамическую производственную модель Уолтерса.
30. Опишите динамическую производственную модель Баттерворта и Эндрю с уточнениями В.К. Бабаяна и З.И. Кизнера.
31. Назовите несколько видов комбинированных моделей, которые содержат статические и динамические составляющие.
32. Как применяют методы интерполяции и экстраполяции временных рядов для описания динамики запаса и его прогнозирования?
33. Перечислите основные этапы интерполяции и экстраполяции временных рядов в теории рыболовства.
34. Перечислите основные особенности применения контрольных карт для анализа динамики и регулирования рыболовства.